

**THE BOOK WAS
DRENCHED**

UNIVERSAL
LIBRARY

OU_191138

UNIVERSAL
LIBRARY

كتاب كشف الثغاب • من علم الحساب •
ترجمه من القونساوية • الى اللغة
العربية • محمد افندي النسيبي
عقراقة ذنوبه وستر
في المارين

محبوب
أمين

• فهرسة كتاب كشف النقاب عن علم الحساب •

صفحة

٢

خطبة الكتاب

الباب الاول في التعاريف الاولى والعده وعمليات الحساب الاربعة

الاصليه (وهي الجمع والطرح والضرب والقسمة) وفيه ثلاثة فصول ٤

الفصل الاول في التعاريف الاولى ٤

الفصل الثاني في العدة ٤

بيان اسماء الاعداد والعده الهرواني اعني اللفظي ٤

بيان وضع الاعداد بالارقام اعني العده الغباري والوضعي ٧

الفصل الثالث في قواعد الحساب الاصليه ٩

بيان الجمع ٩

ميزان الجمع ١٢

بيان الطرح ١٢

ميزان الطرح ١٦

بيان الضرب ١٧

ميزان الضرب ٢٥

بيان القسمة ٢٧

ميزان القسمة ٤٢

الباب الثاني في الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومكرراتها والقاسم

الاكظم المشترك والاعداد الاولى والبحث عن قواسم اي عدد كان ٤٥

الفصل الاول في خواص قواسم اي عدد ومكرراته ٤٥

الفصل الثاني في بيان باقي قسمة اي عدد على قاسم من هذه القواسم

وهي ٢ و ٣ و ٥ و ٩ و ١١ وفي البحث عن معرفة كون العدد

يقبل القسمة على احد القواسم المذكورة ولا يقبلها وفي الميزان

٤٨

بعدي ٩ و ١١

صفحة

	الفصل الثالث في الاعداد الاولية والقاسم الاعظم المشترك وخواص
	القواسم الاولية والبحث عن قواسم الاعداد وعن خواص
٥٩	تلك القواسم
٨٠	الباب الثالث في الكسور الاعتيادية والكسور الاعشارية
٨٠	الفصل الاول في الكسور الاعتيادية
٩١	الفصل الثاني في الكسور الاعشارية
٩٤	امثلة الجمع
٩٤	امثلة الطرح
٩٧	تحويل الكسور الاعتيادية الى كسور اعشارية
	الباب الرابع في الاعداد المميزه والاقبسة الجديدة والقديمة بفرانسا
١١٤	وفيه فصلان
١١٤	الفصل الاول في اسماء الاقبسة القديمة المصطلح عليها وفي عملياتها
١١٨	عمليات الاعداد المميزه
١٢٧	طريقة الاجراء المتداخلة
١٣٤	الفصل الثاني في الاقبسة الجديدة
١٣٤	قبسة الخطوط اى الاطوال
١٣٥	اقبسة السطوح
١٣٦	اقبسة الحجم والسعة
١٣٦	الموازن
١٣٦	التقود والمعاملات
١٣٧	عددية الاقبسة الجديدة وعملياتها
١٣٨	امثلة الجمع
١٣٩	امثلة الطرح
١٤٠	المقابلة بين الاعداد المختلفة من الاقبسة القديمة والجديدة
١٤٠	اقبسة الخطوط اى الاطوال وفيه اربع صور

١٤٣	السطوح والطبوع والسمات
١٤٤	الموازن
١٤٥	نقود المعاملات
١٤٦	تحويل الاقيسة القديمة الى الاقيسة الجديدة وعكسه
١٥٧	الباب الخامس في مسائل علم الحساب
١٦٥	قاعدة الشركة
١٦٨	بيان المسائل المتعلقة بالقوائد البسيطة والمركبة
١٦٩	مسائل تتعلق بالارباح البسيطة
١٧٣	قاعدة الحطيطه اى القرط
١٧٨	مسائل تتعلق بالارباح المركبة
١٨٤	مسائل تتعلق بخفض الموافع
١٨٧	خط المعادن
	الباب السادس في بيان المربعات وجذورها والمكعبات وجذورها
١٩٤	والقوة وجذورها (وفيه ثلاثة فصول)
١٩٤	الفصل الاول في بيان المربعات وجذورها
١٩٤	بيان استخراج جذر مربع الاعداد الصعيمة
	بيان تربيع الكسور الاعتيادية والاعداد الاعشارية واستخراج
٢٠٢	جذورها
٢٠٩	الفصل الثانى في بيان المكعبات وجذورها
٢١٠	بيان جذر مكعب الاعداد الصعيمة
	بيان تكعيب الكسور الاعتيادية والاعداد الاعشارية
٢١٨	واستخراج جذرها
٢٢٢	الفصل الثالث في بيان القوى وجذورها
	الباب السابع في بيان النسبة والتناسبة والمتواليات وفيه اربعة
٢٢٦	فصول
٢٢٦	الفصل الاول في بيان النسبة العددية والهندسية

٢٣٦	الفصل الثاني في بيان التناسبة العددية والهندسية
٢٣٧	بيان التناسبة العددية
٢٣٠	بيان التناسبة الهندسية
٢٣٩	الفصل الثالث في تطبيق مبحث التناسبات على حل مسائل
٢٣٩	علم الحساب
٢٤٢	القاعدة الثلاثية البسيطة
٢٤٥	القاعدة الثلاثية المركبة
٢٤٦	قاعدة الشراكة
٢٤٧	مسائل تتعلق بالقوائد البسيطة والمركبة
٢٤٩	مسائل تتعلق بالارباح البسيطة
٢٥٠	قاعدة الخطيطة
٢٥٣	مسائل تتعلق بالارباح المركبة
٢٥٤	الفصل الرابع في الكلام على المتواليات
٢٥٦	بيان المتواليات العددية اى التفاضلية
٢٦٣	بيان المتواليات الهندسية اى القسمة
٢٦٣	الباب الثامن في اللوغاريتم وفيه فصول
٢٦٣	الفصل الاول في بيان اللوغاريتم من حيث هو اى لا يقيد بطريقة
٢٦٧	مخصوصة
٢٦٧	الفصل الثاني في بيان اللوغاريتمات على الطريقة التي يكون
٢٧١	أساسها ١٠
٢٧٦	الفصل الثالث في بيان عمليات الحساب الاربعة الاصلية الخاصة
٢٨٠	بالاعداد الموجبة والسالبة
٢٨٠	الفصل الرابع في بيان اللوغاريتمات السالبة
٢٨٠	الفصل الخامس في بيان كيفية وضع جدول اللوغاريتمات واستعماله
٢٠٢	الفصل السادس في القممات الحسائية

مصحفة

	الفصل السابع في استعمال الموقار تحت لاجل اختصار العمليات
٣٠٩	المتعلقة بالارياح المركبة
٣١٦	الباب التاسع في ذكر مسائل تجزئها الطالب
٣١٧	حصر تناسية
٣٢٣	الارياح البسيطة
٣٢٤	الارياح المركبة
٣٢٨	منزج الموانع
٣٣٥	خلط المعادن
٣٤٤	مسائل مختلفة
٣٥٩	مسائل تحمل بعدة اوجه
٣٦٢	رؤس مسائل يراد حلها
٣٦٦	تقييمات
٣٦٦	الضرب
٣٦٦	التقسيم
٣٦٨	الاقيسة القديمة
٣٦٨	اقيسة السطح
٣٦٩	اقيسة الحجم أو الجسم
٣٧٠	أقيسة السعة المتعلقة بالموانع والجبوب
٣٧١	الاقيسة الجديدة
٣٧١	اقيسة السطح
٣٧٣	اقيسة الحجم أو الجسم
	بيان القسب والعلاقات بين اقيسة السطح والحجم والسعة قديمة كانت
٣٧٤	اوجدية
٣٧٤	أقيسة السطح ونحو اخر مواد

ضميمة

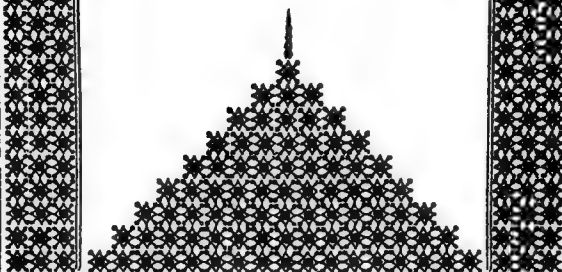
- ٣٧٧ أقيسة الجلم والسعة
 ٣٨٠ مسائل تتعلق بالأقيسة القديمة والجديدة
 ٣٨٢ تنبيه يتعلق بالمسئلة السابعة من الباب التاسع
 ٣٨٣ تنبيه يتعلق بالطرق المختلفة المستعملة في العديدة
 ٣٨٣ الطريقة الاثناعشرية
 ٣٨٧ امثلة الجمع
 ٣٨٧ امثلة الطرح
 ٣٨٧ امثلة الضرب
 ٣٨٧ مثال القسمة
 جدول يتضمن مقابلة المقاييس الاجنبية بالمقاييس والمعايير
 ٣٩٧ القرناوية
 جداول تحويل المقاييس والمعايير القديمة الى المقاييس والمعايير
 ٣٩٨ الجديدة
 الجدول الاول في تحويل اقيسة الطول القديمة الى اقيسة جديدة
 ٣٩٨ وبالعكس
 الجدول الثاني في تحويل اقيسة القديعة المربعة الى الاقيسة
 الجديدة وبالعكس
 ٣٩٩ الجدول الثالث في تحويل الاقيسة المكعبة القديمة الى اقيسة
 جديدة وبالعكس
 ٤٠٠ الجدول الرابع في تحويل اقيسة السعة القديمة الى اقيسة جديدة
 وبالعكس
 ٤٠١ الجدول الخامس في تحويل الموازين القديمة الى موازين جديدة
 وبالعكس
 ٤٠١ الجدول السادس في تحويل النقود القديمة الى نقود جديدة وبالعكس
 ٤٠٣

هذا كتاب كشف النقاب • عن علم الحساب •
ترجمه من الفرنسية • الى اللغة
العربية • محمد افندي الشامي
غفر الله ذنوبه وستر
في الدارين
عوبه
آمين

وهذه هي الطبعة الثالثة بأمر سعادة مدير المدارس والاشغال - حضرة علي باشا
مبارك - وتنقيح معلم علم الاستاتيك والديناميك والايدروليك بمدرسة
المهندسخانة الخديوية - حضرة علي افندي عزت - وتصحيح شيخ التصحيح بدار
الطباعة - ابراهيم عبد الغفار الموسوي

طبع بالمطبعة الكبرى بيولا في ٢٨٨٨ سنة هجرية على صاحبها افضل الصلاة
وازكى التحية

كشف النقاب



بسم الله الرحمن الرحيم

حمد نعمائك التي تجل من العبد • وشكر آلائك التي لا تحف عند حمد • خير
 ما انتخب به كل مقال • وآثارك الدالة على وحدتك • وآياتك الشاهدة بأحدثك
 • اجلي برهان على تفهك عن الكرم في الذات والصفات والافعال • فسبحانك
 لا يقدر قدرك • ولا يحصى برتك وخيرك • قسمت النوال على احسن منوال •
 ضربت علينا مرادقات الاكرام • وبسطت لنا مقام الانعام • يارب ازرر
 الجامع لكمال الصفات وصفات الكمال • أس آتارك الانغم • وقاسم عطائك
 الاعظم • نيك الكرم المفضل • الذي قام بإرشاد العباد • ودمر عشرات
 المخالفين بالاحاد • مبادر الاوامر بالامتثال • فصل عليه افضل صلواتك •
 وسلم عليه ازكى تسليطاتك • وألحق به في ذلك سائر الاصحاب والآل • ثم الدعاء
 بالتأييد والنصر • ودوام العز والفخر • لمن! كتبى بالعدل حبل المهابة
 والاجلال • عزيز مصرنا • وغزة جبهة مصرنا • من انضى به دوح الامن
 واراف الظلال • محمد الاسم على الهمة • حليف الحزم ولي النعمة •

من شهدت بفخاره الملوكة والاقبال • لازالت ديارنا بوجوده باحة الثغر •
 وبهمة راقية مراق الفلاح مدى الدهر • ولا برح ملحوظا بعين العناية
 والسعادة والاقبال • اما بعد فيقول المقتدر الى رحمة ربه الخالق • محمد بن شيمى
 ابن عبد الرزاق • احسن الله له الحال والمال • هذا كتاب فى علم الحساب •
 تحصل به العضلات الصعاب • نافع للمبتدين وغيرهم من لحول الرجال • ترجمته
 من الفرنساوية • وتضمنته فى سلك المؤلفات العريضة • بمطبعة صوة العزم
 فى هذا المجال • بامر من ديوان المدارس • التى هى فى ديارنا من اعظم المعارض •
 حيث اتعتت بها المعارف بعد الاضملال • كيف لا وقد ايفت فيها ثمار
 العلوم بعد الذبول • وبرزت فيها اشهر المعارف بعد الافول • واتتبع ضروبها
 نتائج الفنون والاشكال • بانقاس حضرة مدبرها • القائم بتطعيمها وتدبيرها •
 من غرودت بمدحه طيور المكارم فى الابكار والامثال • حضرة اليكس القنجم •
 سعادة ميرالوا ابراهيم ادهم • جيد الشيم جيل الخلال • لازالت شعوس
 المدارس بهمة ساطعة • وحائى الفنون على اغصان دوحها ساجعة • داعية
 بالبقاء لولى النعم وحضرات الانجال • وكان تعويل فى حل مشكلاته •
 واعتمادى فى فلك معضلاته • على من حاز فضيلة السبق على الاقران والامثال •
 حضرة العلامة رفاعة افندى • حفظه مولاه المعبود المبدى • حتى انتهى
 بانقاسه على احسن حال • وكان تحريرا ملاحية • وبيان رموز رياضية •
 بمعرفة حضرة محمد افندى يوى لكونه فى هذا الفن بعيد المثال • نجاء
 بحمد الله كتابا معتبرا فى بابيه • عظيم النفع لطلابه • جريا بالظهور فى ايام
 الخلد يوى العديمة الماثال • ومهية كشف النقاب • عن علم الحساب • واجبا
 من الله بلوغ الآمال • وقد كان الشروع فى التعريب • وسلك طريق
 التسهيل والتقريب • فأقول طالبان الله الاعانة فى جميع الاحوال •
 قال صاحب الاصل وهو البارون رينو

• (الباب الاول) •

في التعاريف الاولية والعدة وعمليات الحساب الاربعة الاصلية
(وهي الجمع والطرح والضرب والقسمة) وفيه ثلاثة فصول

• (الفصل الاول) •

• (في التعاريف الاولية) •

(١) الحساب فرع من العلوم الرياضية يبحث فيه عن معرفة اجراء العمليات المختلفة على الاعداد • والعدد هو الكمية المولفة من عدة وحدات والوحدة كمية مصطلح عليها تؤخذ مقياسا للعدة كميّات أخرى متعددة الجنس • والكم كل ما يقبل الزيادة والنقصان والعدد الصحيح ما ألف من عدة وحدات متعددة المقدار وهو قسمان مبهم ومميز فالمبهم ما لم يذكر مميزه عند النطق به بأن لم يصرّح بجنس آحاده (كخمس مثلاً) والمميز ما ذكر مميزه عند النطق به بأن صرّح بجنس آحاده (كخمس ابطال مثلاً)

• (الفصل الثاني) •

• (في العدة) •

(٢) العدة كيفية تأليف الاعداد والنطق بها ورميها بأشكال مخصوصة

• (بيان اسماء الاعداد والعدّ الهوامي اعنى اللفظي) •

(٣) اذا أريد تأليف الاعداد يتبدأ من الوحدة او من الواحد فاذا أضيف الى نفسه حدث عدد يسمى اثنين وبإضافته الى هذا العدد الحادث يحدث عدد آخر يسمى ثلاثة وهكذا كلما أضيف الواحد الى عدد حدث من الاضافة عتق اعداد تسمى اربعة وخمسة وستة وسبعة وثمانية وتسعة (وتسمى هذه الاعداد بالاحاد البسيطة الاصلية) واذا أضفت الواحد الى التسعة يحصل عدد آخر يسمى عشرة وبإضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يحصل عدد جديد لا مانع من تسميته باسم يخصه

كالاعداد السابقة لكن لاجل اجتناب التطويل في التسمية باختراع كلمات كثيرة اصطلاحا على أن يعتبروا العشرة نوعا جديدا من الاعداد فيعدها كما يحد بالاعداد البسيطة فيبتدأ من العشرة الى تسع عشرات وإذا اريد النطق بعشرين وثلاث عشرات واربع عشرات وخمس عشرات وست عشرات وسبع عشرات وعشرون وتسع عشرات يقال عشرون ثلاثون اربعون خمسون ستون سبعون ثمانون تسعون (وتسمى هذه الاعداد بالعشرات)

وبإضافة اسماء التسعة البسيطة الى كل اسم من اسماء العشرات وهي العشرة والعشرون الى التسعين تتألف اسماء اعداد أعلى من عشرة لا تزيد على أكثر من تسع عشرات وتسعة اعداد فيقال مثلا احدى عشر اثناعشر وهكذا الى تسعة عشر واحد وعشرون واثنان وعشرون الى تسعة وعشرين وهكذا الى تسعة وتسعين

وحيث انه يتألف من اضافة الواحد الى تسعة اعداد يسمى عشرة يسهل بالقياس على ذلك مع الالتفات الى الاصطلاح المتقدم تحصيل اسماء جميع الاعداد الصحيحة المتتابعة من عشرين الى تسعة وتسعين لانها كان عدد تسعة عشر مؤلفا من عشرة واحدة وتسعة اعداد كان يحصل بإضافة الواحد الى هذا العدد عدد جديد مؤلف من عشرين احدى عشرين ويحصل ايضا بإضافة الواحد الى تسعة وعشرين المؤلف من عشرين وتسعة اعداد ثلاث عشرات احدى ثلاثين وهم جزا

ولما كان عدد تسعة وتسعين مؤلفا من تسع عشرات وتسعة اعداد فكان يحصل بإضافة الواحد اليه عدد جديد مؤلف من عشر عشرات يسمى مائة وواضوخ جديد من الوحدة الاصلية فيعدها من المائة الى تسع مائة وبإضافة اعداد تسعة وتسعين الاقل (اي من واحد الى تسعة وتسعين) الى مائة ومائتين وهكذا الى تسعمائة يحصل اسماء جميع الاعداد من مائة وواحد الى تسعمائة وتسعة وتسعين

مثلا عند تسعمائة وتسعة وتسعين يحتمل على سبع مآت وتسع
عشرات وتسعة آحاد فإذا أضيف إليه الواحد تحصل عدد ثمانمائة المؤلف من
ثمان مآت لان تسع عشرات زائدة تسعة آحاد زائدة واحد ايتا لثمنها عشر
عشرات اى مائة

وبإضافة الواحد الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين يحصل عشر مآت لان عدد
تسعة وتسعين زائدا واحدا يساوى عشر عشرات اى مائة وباجتماع عشر مآت
يقصّل ايضا وحدة جديدة تسمى ألفا فيعظم من الالف الى تسعة آلاف وبإضافة
اعداد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول (اى من الواحد الى تسعمائة وتسعة
وتسعين) الى الف والالفين وهكذا الى تسعة آلاف يحصل عدد تسعة
الاف وتسعمائة وتسعة وتسعين وبإضافة الواحد الى هذا العدد الاخير
يحصل عشرة آلاف لان تسعمائة وتسعة وتسعين زائدة واحدا يساوى عشر
مآت اى الف

وقد علم مما ذكرناه أنه باجتماع عشرة آحاد من اى مرتبة كانت يحصل نوع جديد
من الوحدة يسمى باسم مختصر وبالقياس على ذلك يحصل من عشرة آحاد من
الالف نوع جديد من الوحدة يسمى باسم يخصه لكن لقصد الاختصار فى التسمية
اصطلحوا على اعتبار الالف واحدا جديدا أصليا فيعتبأ حادا لالف وعشرات
ومائة كما يعتبأ حادا لاعداد البسيطة وعشراتهما ومائتهما ويتوصل بهذه
الطريقة الى عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الف وتسعمائة وتسعة وتسعين
فبإضافة الواحد الى هذا العدد الاخير يحصل الف آحاد الف لان عدد تسعمائة
وتسعة وتسعين زائدا واحدا يحصل منه الف وعدد تسعمائة وتسعة وتسعين
الف زائدا الف يحصل منه الف وباجتماع الف آحاد الف يحصل واحد
بمئيد أصلى يسمى مليونا فيعدأ حادا للمليون وعشرات مائة من المليون الى
الف مليون ومنها يحصل واحد جديد يسمى بليون ويحصل من الف بليون
واحد آخر يسمى ترليون وهكذا

ومقتضى ما ذكر فى طريقة العدد الهوامى أن اسم اى عدد من هذه الاعداد

لا يتحقق الا بإضافة عدد تسعمائة وتسعة وتسعين الاول الى ألف وابلون
 او بليون وهكذا بشرط أن لا يكون منطوق كل عدد منها دال على اكثر من تسعة
 آحاد وتسع عشرات وتسع مآت من كل نوع
 ومن ثم سميت الوحدة الأصلية التي يتوصل بها الى تأليف جميع الاعداد بالوحدة
 البسيطة أو وحدة المرتبة الاولى وسميت العشرات بآحاد المرتبة الثانية
 والمئات بآحاد المرتبة الثالثة والالوف بآحاد المرتبة الرابعة وعشرات الالوف
 بآحاد المرتبة الخامسة وهكذا
 ثم ان الوحدات الاولية أو وحدات المرتبة الاولى والالوف ووحدات المرتبة
 الرابعة والملايين أو وحدات المرتبة السابعة الخ تسمى وحدات المراتب الثلاثة
 لانها تتابع ثلاثة ثلاثة

• (بيان وضع الاعداد بالارقام اعني العد الفباري او الوضوي) •

(٤) حيث انهم سلكوا في طريقة العد الهواي مسلك الايجاز باصطلاحهم
 على وضع كلمات قليلة دالة على جميع الاعداد فاسب أن يسلكوا هذا المسلك
 ايضا في وضع الاعداد بالطريقة الفبارية طلبا للسرعة في اجراء العمليات
 فوضعوا لها اشكالا تسمى بالارقام فكما أنهم استعملوا الاجل النطق بالاعداد
 الأصلية تسع كلمات مختصرة اخترعوا ايضا الاجل الدلالة عليها تسعة ارقام
 وحيث انه يحدث من اجتماع هذه الاسماء التسعة مع آحاد المراتب المختلفة اسماء
 جميع الاعداد اصطلاحا هنا على أن الارقام الموضوعه بجانب بعضها تدل بالنظر
 لذاتها على عدد ووحدات كل نوع وبالنظر لوضعها على مرتبة تلك الوحدات وعكس
 بيان الارقام التسعة المذكورة

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

وهي عبارة عن اعداد

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

فإذا أردت كتابة أي عدد من الاعداد فالتضع الارقام الدالة على مقداره

أحاد كل مرتبة يجانب بعضها بحيث يكون رقم الأحاد البسيطة أو أحاد
المرتبة الأولى في الخانة الأولى من الجهة اليمنى ورقم العشرات أو أحاد المرتبة
الثانية في الخانة الثانية على يسار الخانة الأولى ورقم المئات أو أحاد المرتبة الثالثة
في الخانة الثالثة على يسار الثانية وهكذا

وبعجب هذا الاصطلاح تكتب عدد تسعة آلاف وخمسمائة وسبعة وستين
هكذا ٩٥٦٧

فإن كان ذلك العدد لا يحتوي على أحاد جميع المراتب التي تكون دون
مرتبة أحاده العليا فإنك تضطر إلى وضع ٠ ويعبر عن هذه النقطة بصفر وهو
لا قيمة له في نفسه وإنما فائدة وضعه حفظ خاتمة ما لم يوضع من الأرقام المعنوية
التي هي

١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩
فعلى ذلك إذا أردت وضع عدد تسعمائة وسبعة المئات وتسعة
أحاد بدون عشرات فإنك تضعه على هذه الكيفية ٩٠٧
(٥) وبالجملة فبقي أردت كتابة أي عدد هو أني لزم أن تضع الأرقام الدالة على
عدة المراتب التي يحتوي عليها العدد المذكور من مائتين كل مرتبة ثلاثية
وعشراتهما وأحادهما متتالية بعضها بجانب بعض (بالابتداء من الجهة اليسرى)
وتضع أصفارا في محل الأحاد والعشرات والمئات التي تكون معدومة
من العدد المفروض

فعلى ذلك إذا أردت كتابة عدد تسعمائة وسبعة مئتين وخمسمائة وثلاثة وضعته
هكذا ٩٠٧٠٠٠٥٠٣

(٦) لأجل قراءة أي عدد من الأعداد الغبارية يلزم أن تقسم ذلك العدد
إلى فصول كل فصل منه يحتوي على ثلاثة أرقام مبتدئاً من التقسيم من اليمين إلى
اليسار وقد يكون الفصل الأخير من الجهة اليسرى لا يحتوي إلا على رقم
أوليين فقط ثم يتسدى من اليسار بقراءة كل فصل على حدة وتذكر في الآخر
اسم أحاده

فعلى ذلك اذا أردت قراءة عدد ٩٠٧٠٠٠٥٠٣ فطقت به على هذا الوجه وهو تسعمائة وسبعة ملايين وخمسمائة وثلاثة آلاف واحد وهذه الطريقة التي ذكرناها في العد تسمى بالطريقة العشرية لان المستعمل فيها عشرة ارقام ولذا قيل ان اساسها عشرة (٧) يؤخذ من الاصطلاح الذي جرى عليه العمل في العد القبارى أنه اذا وضع على يمين اى عدد صفرا وصفران او ثلاثة اصفار الخ كبير ذلك العدد عما كان عليه عشر مرات او مائة مرة او الف مرة الخ واما في صورة العكس وهى ما اذا وضع عن يمينه صفرا او صفرا او ثلاثة اصفار الخ فانه يصغر عما كان عليه عشر مرات او مائة مرة او الف مرة الخ مثلا اذا وضعت صفرين على يمين عدد ٢٤٨ صارا كبيرا كان عليه ١٠٠ مرة وذلك لانك ترى في ٢٤٨٠٠ الناتج عن وضع الصفرين كل رقم من ارقام ٢ و ٤ و ٨ قد دل على آحادا كبيرا من الاحاد الاصلية مائة مرة

• (الفصل الثالث) •

• (في قواعد الحساب الاصلية) •

• (بيان الجمع) •

(٨) الجمع ضم عددا الى غيره ليحصل عدد آخر يسمى بالحاصل فاذا أردت أن تجمع ٣ و ٥ تقول ٥ و ١ يحصل ٦ و ٦ و ١ يحصل ٧ و ٧ و ١ يحصل ٨ فيكون ٨ الحاصل من اضافة ٣ الى ٥ هو مجموع عددي ٥ و ٣ وبهذه الطريقة يمكن تحصيل مجموع عدة اعداد اياتا كانت بأن يضاف الى احدها على التوالي جميع الاحاد المولقة منها الاعداد الاخرى لكن حيث ان هذه العملية تطول اذا كانت الاعداد كبيرة لزم تحصيل المجموع الكلى بواسطة مجموعة جزئية مختصرة وذلك بأن نجمع الاحاد والعشرات والمئات الخ المولقة منها جميع الاعداد

المطلوب جمعها كله ثم على حدة ونضع لاجل ذلك الاعداد المفروضة على وجه بحيث تكون آحادها التي من منزلة واحدة موضوعة تحت بعضها على هيئة عمود رأسي ولتمثل لذلك بما بين الاوّل أن يكون المطلوب جمع عددي ٤٢ و ٣٦ فعوضا عن أن نضيف الواحد ٣٦ منزلة الى ٤٢ نضع الاعداد هكذا

٤٢

٣٦

٧٨

ثم نقول ٢ آحاد + ٦ آحاد يحصل ٨ آحاد فنضعها تحت صف الآحاد ثم نقول ٤ عشرات + ٣ عشرات يحصل ٧ عشرات فتضعها تحت صف العشرات فعلى ذلك يكون ٧٨ هو مجموع العددين المطلوب

وفي كل جمع جزئى يستغنى عند اجراء العملية عن التصريح بامم جنس الاحاد التي يحرى فيها العمل فلذا يقال ٢ و ٦ يحصل ٨ و ٤ و ٣ يحصل ٧

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل مجموع اعداد ٨٤٧٩ و ٥٨ و ٧٩٣ و ١٥٤٠ فنضع الاعداد هكذا

٨٤٧٩

٠٠٥٨

٠٧٩٣

١٥٤٠

١٠٨٧٠

ثم نقول ٩ و ٨ يحصل ١٧ و ٣ يحصل ٢٠ فنضع صفرا في منزلة الآحاد ونحفظ ٢ عشرات لتضيفها الى عشرات الاعداد المفروضة ثم نقول معنا ٢ و ٧ يحصل ٩ و ٥ يحصل ١٤

و ٩ يحصل ٢٣ و ٤ يحصل ٢٧ وحيث ان ٢٧ تعادل
٧ عشرات + ٢ مآت تضع ٧ في منزلة العشرات وتحفظ ٢
مآت تضيفها الى مآت الاعداد المقروضة ثم تقول معنا ٢ و ٤ يحصل
٦ و ٧ يحصل ١٣ و ٥ يحصل ١٨ وحيث ان ١٨
تعادل ٨ مآت + ١ الوف تضع ٨ في منزلة المآت وتحفظ
الواحد لتضيفه الى ما بعده ثم تقول معنا ١ و ٨ يحصل ٩ و ١
تكون الجملة ١٠ وحيث ان في عشرة الآلاف المذكورة واحدا
من عشرات الالوف تضع صفرا الجمل محل آحاد الالوف ثم تضع ١ في منزلة
عشرات الالوف فيكون ١٠٨٧٠ هو المجموع المطلوب

(٩) وبالجمله اذا أردت أن تجمع عدة اعداد تضعها تحت بعضها بحيث تكون
الآحاد المصدة المترلة موضوعة على هيئة عمود رأسي بمعنى أن الآحاد تكون
تحت الاحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا ثم ترسم خطا تحت الاعداد
المذكورة ليقصها من الحاصل الذي تضعه تحته ثم تبدئ الجمع من عمود
الآحاد فان لم ينجا وزمجموعها ٩ وضعت النتيجة تحت العمود المذكور
وان جاوزها لا تضع تحته غير آحاده ثم تحفظ العشرات لتضيفها الى عمود
العشرات وتجري العملية على هذا العمود كما ابرئناه على عمود الآحاد وتستقر
على هذا المنوال حتى تصل الى العمود الاخير فتضع تحته بجلته بتمامها

تنبيهان الاول يكفي في تحصيل المجموعات الجزئية أن تضيف كل عدد ذي رقم
واحد الى اى عدد كان

الثاني يتبدأ دائما في الجمع من الجهة اليمنى لانه بهذه الطريقة يتحصل من جمع
كل عمود رقم من المجموع المطلوب

ولا يتأني ذلك دائما طالما ابتداء من الجهة اليسرى لانه في صورة ما اذا حصل
من جمع احد الاعداد اكثر من ٩ آحاد يلزم وضع الآحاد واطافة العشرات
الزائدة الى الرقم الموضوع تحت العمود الذي قبله وهذا لا يتأني الا اذا تغير الرقم
المذكور

• (الميزان) •

(١٠) الميزان عملية يعتبر بها صحيح العمليات من قاسدها
ويكنى في ميزان عملية الجمع أن تعيد العمل على عكس عملية الجمع المعتادة
وهالك مثالا بوضع ذلك وهو

٠٩٢٧

٠٠٤٣

٥٦١٨

٦٥٨٨

فاذا فرضنا انه تحصل ٦٥٨٨ من جمع تلك الاعددة القائمة من أعلى الى
اسفل وأردنا أن نتخير هذا الحاصل هل هو صحيح او فاسد فأتانا بعد العملية على
عكس العملية الاولى بأن نجمع كل عدد قائم من اسفل الى أعلى فنقول ٨
و ٣ يحصل ١١ و ٧ يحصل ١٨ فنضع ٨ ونحفظ ١ ونقول
معنا ١ و ١ يحصل ٢ و ٤ يحصل ٦ و ٢ يحصل ٨
فنضعها بتمامها ثم نقول ٦ و ٩ يحصل ١٥ فنضع ٥ ونحفظ ١
ثم نقول ١ و ٥ يحصل ٦ فنضعها بتمامها فنجد الحاصل من العملية
الثانية عين الحاصل من العملية الاولى فلا يكون حينئذ في العملية غلط
وبالجملة فالغرض من الميزان تحقيق صحة حاصل الجمع بعملية مغايرة للعملية التي
اتخذت ذلك الحاصل ومع ذلك فقد يقع الغلط في العمليات الجديدة التي اعيدت
لتحقيق العمليات الاولى وربما كان الغلط فيهما واحدا وليس الغرض من
ميزان العملية الازالة لك

• (بيان الطرح) •

(١١) الغرض من الطرح استخراج عدد من عددين علم مجموعهما واحدهما
ويسمى العدد المطلوب استخراجا بقيا او فرقا او فاضلا
ثم ان استخراج الباقي له طريقان أحدهما أن تطرح من العدد الاكبر جميع
احاد الاصغر على التوالي والثانية أن تبحث عن العدد الذي اذا أضيف الى العدد

الاصغر يحصل من مجموعهما العدد الاكبر

مثلا اذا أردت استخراج الباقي من عددي ٥ و ٣ فاطرح ٣ احد
من خمسة بأن تقول ١ مطروح من ٥ يبقى ٤ و ١ مطروح
من ٤ يبقى ٣ و ١ مطروح من ٣ يبقى ٢ فيكون ٢ حينئذ هو
باقي الطرح المطلوب

ولما أن تستخرج به هذه الطريقة فتقول ٣ و ١ يحصل ٤ و ٤
و ١ يحصل ٥ فلزم حينئذ اضافة ٢ احاد الى ٣ حتى يحصل ٥ فاذن
يكون ٢ هو الباقي المطلوب

ولما كانت هاتان الطريقتان تؤديان الى التطويل في العمل اذا كان المطروح
كبيرا او كان الباقي المطلوب استخراجا كثيرا نابا اختصار العملية بطرح
الاتحاد المتخذة المترتبة من بعضها على التدريج وذلك بأن تضع العدد الاصغر
تحت الاكبر بحيث تكون الاتحاد المتخذة المترتبة متقابلة (يعني أن الاتحاد
تكون تحت الاتحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا الخ)

مثلا اذا كان المطلوب طرح ٤٢ من ٧٨ فانك تضع الارقام هكذا

٧٨

٤٢

٣٦

ثم تقول ٢ احاد مطروحة من ٨ احاد يبقى ٦ آحاد فتضع ٦
تحت عمود الاعداد ثم تقول ٤ عشرات مطروحة من ٧ عشرات يبقى
٣ عشرات فتضع ٣ تحت عمود العشرات فاذن يكون الباقي
المطلوب ٣٦

فاذا كان بعض ارقام المطروح اكبر من الارقام المقابلة لهن المطروح منه فانه
يمكن بواسطة الاستعارة أن تطرح طرورا جزئية اذا أردت

ولنفرض مثلا ان المطلوب طرح ٢٩ من ٦٧

فحيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ فاستعروا احدا من عدد ٦ الذي

هو عشرات ٦٧ فيقال حينئذ هذا العدد الى ٥ عشرات و ١٧ آحاد
فتقول المسئلة حينئذ الى قولنا اطرح من

١٧	آحاد	ومن ٥	عشرات
٩	آحاد	و ٢	عشرات

فتقول في طرح الآحاد المصدرة المنزلة من بعضها ٩ آحاد مطروحة من
١٧ آحادا يبقى ٨ آحاد و ٢ عشرات من ٥ عشرات يبقى ٣
عشرات فاذن يكون الباقي المطلوب ٨ آحاد + ٣ عشرات اي ٣٨
وعند العمل تضع العدد من هكذا

المطروح منه ٦٧

المطروح ٢٩

الباقي ٣٨

ثم تقول حيث لا يمكن طرح ٩ من ٧ يستعار ١ عشرات
من ٦ ويطرح حينئذ ٩ من ١٧ فيكون الباقي ٨ فتوضع
تحت عمود الآحاد وتنتقص ١ عشرات من ٦ لايبق الا طرح ٢
من ٥ فيبقى ٣ فتوضع تحت عمود العشرات فاذن يكون ٣٨ هو الباقي
المطلوب

وهناك حالة تصعب فيها العملية وهي ما اذا كان الرقم المستعار منه صفرا

ولنفرض مثلاً ان المطلوب طرح ٤٦٧ من ٨٠٠٥

فتقول حيث لا يمكن طرح ٧ من ٥ لزم الاستعارة حتى لا يمكن
الطرح لكن لا يمكن الاخذ بالرقم المعنوي (وهو رقم ٨ الذي في منزلة
آحاد الالوف) فيستعار منه حينئذ ١ وهو من آحاد الالوف وحيث انه
يعادل ١٠ مائة يترك منها ٩ في منزلة المئات وحيث ان المائة الباقية
تعادل ١٠ عشرات يترك منها ٩ في منزلة العشرات وتضم العشرة
الباقية الى ٥ آحاد وبذلك يحصل ١٥ آحاد فعلى ذلك تكون الالف
المستعارة محولة الى ٩ مائة و ٩ عشرات و ١٠ آحاد

وباستعارتها

وباستعارتها ينقص ١ من رقم ٨ المستعار منه ويصل رقم ٩ محل كل من الصفرين المتقدمين عليه وتضاف ١٠ الى الاحاد ويذكرناه يتوصل الى اجراء العملية في هذا المثال وهالك صورتها

٨٠٠٥

٠٤٦٧

٧٥٣٨

فيتحصل الباقي وهو ٧٥٣٨ بطرح ٧ احاد من ١٥ احادا و ٦ عشرات من ٩ عشرات و ٤ مائتين من ٩ مائة وتبقى ٩ آلاف المستعارة من رقم ٨

وحيث ان الطروح الجزئية دائما لا تكون الا في الاحاد المتحدة المترلة اغنى ذلك عن ذكر جنس تلك الاحاد فيقال في تحصيل ارقام باقى الطرح في هذا المثال ٧ من ١٥ يبقى ٨ و ٦ من ٩ يبقى ٣ و ٤ من ٩ يبقى ٥ وباستعارة ١ من رقم ٨ يبقى ٧

(١٢) متى أردت طرح اى عدد من آخر تضع الاصغر منه من تحت الاكبر بحيث تكون الاحاد المتحدة المترلة متقابلة (بمعنى أن الاحاد توضع تحت الاحاد والعشرات تحت العشرات وهكذا) وترسم تحتها خطا لفصلها من الباقي ثم تطرح كل رقم من الارقام السفلى من الرقم الذى يقابله من الارقام العليا مبتدئا من الجهة اليمنى ثم تضع كل باقى جزءى تحت العمود الذى اتبعه فان لم يتجاوز الرقم الاسفل الرقم الاعلى المقابل له وضعت باقى طرحهما تحت العمود وان تجاوزته استعرت واحدا من احاد اول رقم مغزى من الجهة اليسرى وأضفته محسوبا بعشره الى الرقم الذى تريد الطرح منه وبذلك ينقص العدد المستعار منه واحدا فاذا وجدت اصفارا بين الرقم المذكور والرقم المستعار منه اعتبرته محل كل صفر تسعة حتى تنهى الى العمود الاخير فعند ذلك تضع تحت الباقي المحصل منه وهم ذاتهم العملية

تقيم ان * الاول يكفى في اجراء جميع الطروح الجزئية ان تعرف طرح اى عدد ذى رقم واحد من آخر لا يتجاوز ١٨
 الثانى يتبدأ دائما في الطرح من الجهة اليمنى لانه هم هذه الكيفية يتحصل من كل طرح جزئى رقم واحد من الباقي المطلوب
 ولا يتبقى ذلك في الابتداء من الجهة اليسرى لانه اذا وجد في المطروح ارقام اكبر من الارقام المقابلة لها في الماطر وح منه لم يأت الطرح بواسطة الاستعارة الا اذا تغيرت بعض ارقام الباقي المتحصل وذلك ليكون العملية اجريت على الارقام المتقدمة

* (الميزان) *

(١٣) يكفى في ميزان عملية الطرح أن تضم الباقي الى اصغر العددين المقروطين فان كان الحاصل مساويا للـ كبر كانت العملية صحيحة والا فلا
 (١٤) اذا زاد المطروح منه او نقص بقدر ما فان الباقي يزيد او ينقص بقدر ذلك المقدار ويقال عكس ذلك في المطروح فاذا زاد او نقص بقدر ما نقص الباقي او زاد بقدر ذلك المقدار وهذا من الضروريات فعلى ذلك يقال حيث ان ٣ هو الفرق بين ٧ و ٤ فكان الفرق بين ٧ + ٥ وعدد ٤ هو ٣ + ٥ اى ٨

و ينتج من ذلك أن الفرق بين اى عددين لا يتغير اذا زاد او نقص كل منهما بقدر واحد لانه لما كان الفرق بين اى عددين يدل على الفاضل بينهما كان الفرق المذكور دائما على حالة واحدة سواء زاد العددان او نقصا بقدر واحد فيكون حينئذ الفرق بين ٧ و ٣ هو عين الفرق بين ٧ + ٥ و ٣ + ٥ ويكون ايضا الفرق بين ١٥ و ٨ هو عين الفرق بين ١٥ - ٦ و ٨ - ٦

(١٥) يتوصل بالقاعدة المذكورة الى طريقة اخرى في اجراء عملية الطرح وهي أنه عوضا عن أن يؤخذ من الرقم الاعلى الواحد الذى استعير منه ليطرح الرقم الاسفل المقابل له يستعار له بطرح الرقم الاسفل المقابل له بزيادة الواحد المستعار

في الطرح الجزئي المتقدم على الرقم المطروح في كل الطريقةتين واحد فاذا وجدت اصفارا بين الرقم المعنوي المستعار منه والرقم الاعلى الذي اضيفت اليه العشرة فانك عوضا عن أن تجعل محل هذه الاصفار تسعات ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها تجعل كل صف منها ١٠ ثم تطرح منها الارقام السفلى المقابلة لها بزيادة الواحد عليها وتنتج هذه الطريقة كنتيجة الطريقة السابقة ولننسل تلك القاعدة الجديدة بمثال مرة ١١ السابقين فنجعل الوضع على هذه الصورة

المطروح منه ٨٠٠٥	المطروح منه ٦٧
المطروح ٤٦٧	المطروح ٢٩
الباقي ٧٥٣٨	الباقي ٣٨

ونقول في طرح المثال الاول ٩ مطروحة من ٧ + ١٠ أو من ١٧ يبقى ٨ و ٢ + ١ أو ٣ مطروحة من ٦ يبقى ٣ ونقول في طرح المثال الثاني ٧ مطروحة من ١٥ يبقى ٨ و ٧ من ١٠ يبقى ٣ و ٥ من ١٠ يبقى ٥ و ١ من ٨ يبقى ٧

* (بيان الضرب) *

(١٦) الضرب هو تكرير عدد يسمى مضروبا عدة مرات بقدر ما يوجد من الاعداد في عدد آخر يسمى مضروبا فيه وتسمى النتيجة حاصل او يسمى المضروب والمضروب فيه عاملي الحاصل

فاذا أردت استخراج الحاصل يقتضى هذا التعريف وضعت المضروب عدة مرات بقدر الاعداد الموجودة في المضروب فيه ثم تجرى على ذلك عملية الجمع فيكون المجموع هو الحاصل المطلوب فيقتضى يكون حاصل ضرب ٢ في ٣ هو ٢ + ٢ + ٢ اى ٦

وبهذه الكيفية تستخرج جميع الحواصل الناتجة من ضرب عددين في بعضهما كل منهما ذو رقم واحد وهى مبينة في جدول فيشاغورس وهذه صورته

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
١٨	١٦	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢
٢٧	٢٤	٢١	١٨	١٥	١٢	٩	٦	٣
٣٦	٣٢	٢٨	٢٤	٢٠	١٦	١٢	٨	٤
٤٥	٤٠	٣٥	٣٠	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥
٥٤	٤٨	٤٢	٣٦	٣٠	٢٤	١٨	١٢	٦
٦٣	٥٦	٤٩	٤٢	٣٥	٢٨	٢١	١٤	٧
٧٢	٦٤	٥٦	٤٨	٤٠	٣٢	٢٤	١٦	٨
٨١	٧٢	٦٣	٥٤	٤٥	٣٦	٢٧	١٨	٩

فأما السطر الأول فيحتوى على الاعداد التسعة البسيطة والثاني يحتوى على
حواصل ضرب هذه الاعداد في ٢ ويتألف بإضافة كل من هذه الاعداد
الى نفسه والثالث يحتوى على حواصل ضرب الاعداد التسعة البسيطة في ٣
ويتألف بإضافة اعداد السطر الثاني الى اعداد السطر الاول وازايح على حواصل
ضرب الاعداد التسعة البسيطة في ٤ ويتألف بإضافة اعداد السطر الثالث
الى الاول وعلم جزأ

وبموجب تأليف هذا الجدول ترى أن حاصل ضرب عددين كل منهما اذورقم
واحد يكون في الخانة التي يتلاقى فيها السطر الاقنى المبدؤ به واحد العاملين
المذكورين مع السطر القائم المبدؤ به العامل الآخر فينبذ يكون عدد ٤٨
الحاصل من ضرب ٦ في ٨ موجودا في ملتقى السطرين المبدؤ أحدهما
برقم ٦ والاخر برقم ٨

ولنذكر هنا قاعدة يعرف بها استخراج حاصل ضرب أى عددين صحيحين
من الحواصل الناتجة من ضرب الاعداد ذات الرقم الواحد في بعضها مثنى

بحيث يمكن اجراء جميع الضروب بواسطة جدول فيثاغورس فنقول
(١٧) يكفى في ضرب أى عدد في حاصل ضرب عدة عوامل أن تضربه على
التوالى في العوامل المذكورة ومعناه أن ضرب أى عدد في حاصل
ضرب عدة عوامل يؤل الى ضرب ذلك العدد في العامل الاول ثم الحاصل
في العامل الثانى وهلم جرا * وهكذا تجرى العملية حتى يتم ضرب جميع
العوامل

مثلا اذا ضربت ٤ في عدد ٦ الذى هو حاصل ضرب عاملى ٢ و ٣
وجدت حاصل ضرب ٤ في ٦ عبارة عن مجموع ٦ اعداد كل
عدد منها يساوى ٤ (اى هو عبارة عن عدد ٤ مكررا ٦
مرات)

وحيث ان ٦ يساوى ٣ في ٢ يكون المجموع مؤلفا من ٣ مجموعات
جرتبة كل منها مؤلف من عدد ٤ مرتين اعنى ٢ في ٤ مكررة ٣ مرات
فاذن يتالف حاصل ضرب ٤ في ٣ في ٢ من ضرب ٤ في ٢ فيتحصل
٨ ثم ضرب ٨ في ٣ فيكون ٢٤ الناتج هو حاصل ضرب ٤
في ٣ في ٢

* (تنبيه) * قد استبان من هذه القاعدة ان حاصل ضرب عدة اعداد يحتوى دائما
على جميع عواملها

(١٨) قد تبين أن هذه القاعدة التى سبق ذكرها في (١٧) يتوصل بها
الى استخراج حاصل ضرب عددين حينما اتفق بأن تضرب رقما في آخر على
التوالى

مثلا اذا كان المطلوب استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤ وضعت
صورة العملية على هذا المنوال

مضروب	٥٦٧
مضروب فيه	٨٣٤
أول حاصل جزئى ناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٤	٢٢٦٨
ثانى حاصل جزئى من ضرب ٥٦٧ فى ٣٠	١٧٠١٠
ثالث حاصل جزئى من ضرب ٥٦٧ فى ٨٠٠	٤٥٣٦٠٠
مجموع الحواصل الجزئية أو الحاصل الكلى الناتج من ضرب ٥٦٧ فى ٨٣٤	٤٧٢٨٧٨

ثم تلاحظ انه يكفى فى استخراج حاصل الضرب المطلوب تكرير المضروب ٨٣٤ مرة أو ٨٠٠ مرة + ٣٠ مرة + ٤ مرات وهو عبارة عن ضرب ٥٦٧ على التوالى فى أجزاء المضروب فيه وهى ٨٠٠ و ٣٠ و ٤

ولذلك هنا كيفية استخراج هذه الحواصل الجزئية لكن حيث انه يتألف من مجموعها الحاصل الكلى لزم وضعها تحت بعضها بحيث تكون آحادها المتصلة المتزنة متقابلة (بمعنى أن الآحاد تكون موضوعة تحت الآساد والعشرات تحت العشرات وهكذا) (وتشغل الكيفية المذكورة على ثلاث صور)

الصورة الاولى لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٤ يلزم تكرير ٥٦٧ أربع مرات فيكون مجموعها وهو ٢٢٦٨ هو الحاصل المطلوب لكن حيث ان هذا الجمع عبارة عن تكرير كل من آحاد المضروب وعشراته ومائته وهى ٧ و ٦ و ٥ أربع مرات استغنى عن تكرير ٥٦٧ أربع مرات ويقال ٤ فى ٧ يتحصل ٢٨ فتوضع ٨ تحت سطر الآحاد ثم تحفظ ٢ عشرات ويقال ٤ فى ٦ عشرات يتحصل ٢٤ عشرات و ٢ محفولة يتحصل ٢٦ عشرات أو ٢ مائت و ٦ عشرات فتوضع ٦ عشرات تحت سطر العشرات ثم تضاف ٢ مائت محفولة الى حاصل ٤ فى ٥ فائت يتحصل ٢٢ مائت أو ٢ الوفاء و ٢ مائت فتوضع ٢ مائت تحت سطر المائت و ٢ تحت

سطر الالوف فيكون ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٤
وان شئت الاختصار في ذلك قلت ٤ في ٧ يتصل ٢٨ فتضع ٨ وتحفظ
٢ وتقول ٤ في ٦ يتصل ٢٤ و ٢ محفوفة يتصل ٢٦ فتضع
٦ وتحفظ ٢ وتقول ٤ في ٥ يتصل ٢٠ و ٢ محفوفة يتصل
٢٢ فتضع رقي هذا العدد بجانب بعضهما

ويجري مثل ذلك فيما اذا أريد ضرب أى عدد في آخرى رقم واحد فيكنى
ضرب آحاد المضروب وعشراته وما آتته الخ على التوالى في المضروب فيه بأن
يضاف على التدريج الى كل حاصل جزئى (معتبر احاداً بسيطة) ما حفظه من
العشرات المتحصلة من الحاصل المتقدم ان كان والا فلا

الصورة الثانية لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ في ٣٠ يلزم تكرير
عدد ٥٦٧ عدة مرات بقدر ما في عدد ٣٠ من الاحاد فيكون مجموع
هذه المرات هو حاصل الضرب لكن حيث ان عدد ٣٠ يساوى ١٠
في ٣ ينتج من الطريقة السابقة في غرة ١٧ أنه يكفى في استخراج
الحاصل المطلوب أن نضرب أولاً ٥٦٧ في ٣ فيكون الحاصل بمقتضى
الصورة الاولى ١٧٠١ ثم نضرب ١٧٠١ في ١٠ فيكون الحاصل
بمقتضى (غرة ١٧) ١٧٠١٠ فعلى ذلك يكون ون استخراج حاصل ضرب
٥٦٧ في ٣٠ بضرب ٥٦٧ في ٣ ثم وضع صفر على يمين حاصل هذا
الضرب وهو ١٧٠١ وبذلك يكون أول رقم من عدد ١٧٠١ من الجهة
اليمنى موضوعاً في منزلة العشرات

ومثل هذه الطريقة يجرى العمل في ضرب أى عدد في رقم مسبوق بعدة اصفار
فيكنى في ذلك أن نضرب هذا العدد في الارقام التى على يساره بقطع النظر عن
الاصفار السابقة عليها ثم نضع تلك الاصفار المحذوفة من المضروب فيه على يمين
الحاصل فينتج حينئذ حاصل الضرب المطلوب

الصورة الثالثة لاجل استخراج حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٠٠ يكنى
أن نضرب أولاً ٥٦٧ في ٨ ثم نضع صفرين على يمين حاصل هذا

الضرب وهو ٤٥٣٦ وبذلك يكون أول رقم من هذا الحاصل أعني ٤٥٣٦ موضوعاً في منزلة المئات

وبالجملة فيئاتها من مجموع الثلاثة حواصل الجزئية وهي ٢٢٦٨ و ١٧٠١٠ و ٤٥٣٦٠٠ الحاصل الكلي وهو ٤٧٢٨٧٨ وذلك بضرب ٥٦٧ في ٨٣٤

• (تنبيه) • يظهر أن إجراء العملية في ذلك على وجه سهل هو عبارة عن ضرب أرقام المضروب وهو ٥٦٧ على التوالي في كل من أرقام المضروب فيه المعنوية وهي ٤ و ٣ و ٨ التي هي أجزاء المضروب فيه أعني ٨٣٤ ووضع الحواصل الجزئية وهي ٢٢٦٨ و ١٧٠١ و ٤٥٣٦ بحيث إذا جمعت يكون كل رقم موضوع على يمين كل من تلك الحواصل دالاً على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروباً فيه ولذلك توضع أصفاً على يمين كل حاصل جزئي أو يوضع كل حاصل جزئي على وجه بحيث يكون أول رقم من أرقامه من الجهة اليمنى موضوعاً تحت الرقم المستعمل مضروباً فيه

(١٩) إذا أردت ضرب أي عدد في آخر فضع المضروب فيه تحت المضروب وارسم تحت ما خطأ ليفصلها من الحواصل الجزئية ثم اضرب أرقام المضروب على التوالي في كل من أرقام المضروب فيه وضع الحواصل الجزئية على وجه بحيث إذا جمعت يكون أول رقم موضوع على يمين كل من تلك الحواصل دالاً على آحاد منزلة الرقم المستعمل مضروباً فيه ثم ارسم تحت ما خطأ ليفصلها من مجموعها وهو الحاصل الكلي

• (تنبيه) • يتدأ في استخراج الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المضروب في جميع أرقام المضروب فيه المختلفة بالضرب من يمين المضروب فيه لأن الضرب ليس إلا جمعاً مختصراً

وليس ذلك بالآزم بل الضرب من كلتا الجهتين واحد غير أن العادة إنما جرت بالضرب من الجهة اليمنى

ثم ان الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب أى عدد صحيح في عدد ٢ أو ٣
أو ٤ الخ تسمى مضاعفات العدد المذكور فعلى ذلك تكون مضاعفات
٧ هي ٢ في ٧ أى ١٤ و ٣ في ٧ أى ٢١ و ٤ في ٧ أى ٢٨ وهكذا

(٢٠) لاجل بيان حاصل ضرب عدة اعداد في بعضها يضرب العدد الاول
في الثاني ثم حاصل ضربهما في الثالث وهكذا على التوالي حتى تنتهي جميع
العوامل فيكون آخر هذه الحواصل هو الحاصل المطلوب
(تنبيه) اذا كان عاملا الحاصل منتهيين باصفار من الجهة اليمنى فان العملية
تختصر بان يحصل الضرب بدون النفاذ الى هذه الاصفار وبعد تمام العملية
توضع الاصفار المحذوفة على يمين الحاصل الكلي

مثلا اذا أردت استخراج حاصل ضرب ٥٤٠٠ في ٢٠٠٠٠ فان ضرب ٥٤
في ٢ ثم ضع الاصفار الستة المتروكة على يمين النتيجة التي هي ١٠٨ فينال
من ذلك الحاصل الكلي المطلوب وهو ١٠٨٠٠٠٠٠٠

(٢١) لا يتغير حاصل ضرب عدة اعداد صحيحة ولو تغيرت مواضعها
ولنبرهن اولاً على أن هذه الخاصية تجري في عاملين كعاملين ٣ و ٤ مثلا
فلاحظ أنه يمكن تحصيل جميع الآحاد التي يتألف منها حاصل ضرب ٣ في
٤ برسم أربعة أسطر أفقية كل منها مؤلف من ٣ آحاد بحيث تكون على
هذا الوضع

١	١	١
١	١	١
١	١	١
١	١	١

لكن اذا عدت آحاد الاسطر القائمة رأيت هذا الجدول مؤلفاً من ٣ أسطر
قائمة كل منها مخنوعة على أربعة آحاد أعني على ٣ في ٤ آحاداً وعلى حاصل
ضرب ٤ في ٣

فحينئذ يكون حاصل ضرب ٣ في ٤ مساويا لحاصل ضرب ٤ في ٣
وبذلك تثبت الخاصية المذكورة (كما في الصورة الاولى)

وثانيا على أن تلك الخاصية تجري في ثلاثة عوامل فلاحظ أن حاصل ضرب
ثلاثة اعداد لا يتغير بتغير موضع العاملين الاولين والاخيرين وقد
ثبت آنفا أن حاصل ضرب العاملين الاولين لا يتغير بتغير موضعهما لانه قد
سبق في الصورة الاولى أن حاصل ضرب ٣ × ٤ يساوي ٤ × ٣ فإذا
ضربنا ٤ × ٣ × ٢ من هذين الحاصلين في ٥ كانت النتيجة المتحصلة من ضرب
٣ × ٤ × ٢ مساوية بالضرورة لنتيجة ٤ × ٣ × ٢

فلم يبق علينا حينئذ الا أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع
العاملين الاخيرين فنقول

لأجل الاستدلال على أن حاصل ضرب ٣ × ٤ × ٢ يساوي حاصل
ضرب ٣ × ٢ × ٤ نضع خمسة أسطر أفقية كل منها مؤلفة من أربعة
اعداد مساوية لرقم ٣ وهذه صورة وضعها

٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣
٣	٣	٣	٣

وحيث ان كل سطر أفقي من هذا الجدول يحتوي على ٣ × ٤ آحاد أو ٣

× ٤ آحاد فان الاسطر الخمسة الأفقية المتتالية من هذا الجدول تحتوي على

٥ في ٣ × ٤ آحاد أو ٣ × ٤ × ٥ آحاد

فاذن يمكن أن نعتبر ان هذا الجدول مؤلف من أربعة أسطر فائقة كل منها تحتوي

على ٥ × ٣ آحاد بمعنى أنهم مؤلف من ٣ × ٥ آحاد مكررة ٤ مرات

أو من ٣ × ٥ × ٤ آحاد

فيكون حيثما حاصل ضرب $3 \times 4 \times 5$ مساويا لحاصل ضرب $3 \times 5 \times 4$ فلم يتغير إذن حاصل الضرب بتغير موضع المضروبين الآخرين

ثالثا يكفي في البرهنة على أن الخاصية المذكورة تجري في عدد ما من المضارب أن نبرهن على أن حاصل الضرب لا يتغير بتغير موضع مضروبين متواليين أيما كانا

مثاله حاصل ضرب $2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7$ وليكن المضروبان المتواليان في هذا المثال هما ٣ و ٥ فلاحظ البرهنة على أن الحاصل لا يتغير بتغير موضعهما يلاحظ أن حاصل ضرب $2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7$ يكون استخراجا قبل ضربه في مضارب ٨ و ٩ و ٧ فعلى هذا يكفي أن نبرهن على أن حاصل ضرب $2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7 = 2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7$ وحيث أنه يلزم استخراج ٨ الذي هو حاصل ضرب مضارب ٢ و ٦ و ٤ قبل ضربه في مضروب ٣ و ٥ يؤل الأمر إلى البرهنة على أن $2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7 = 2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 7$ وقد ثبت في الصورة الثانية أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع المضروبين الآخرين في صورة ما إذا كان هناك ثلاثة مضارب

فنتج مما تقدم أنه لا يتغير مقدار الحاصل بتغير موضع أي مضروب من المضارب بأن نقوله بالتدريج من محل إلى محل آخر من الجهة اليمنى أو الجهة اليسرى وبذلك ثبت المطلوب

• (ميزان الضرب) •

(٢٢) يكفي في اختبار صحة الضرب عدم تغير الحاصل بتغير مواضع المضارب بل يكون حاصل الضرب بعد التغير هو عين حاصل الضرب قبله (٢٣) إذا كانت مضارب الحاصل كلها متساوية بأن ضرب أي عدد مفروض في نفسه عدة مرات سمى حاصل الضرب قوة ذلك العدد المفروض وإذا اعتدلت

القوى لعدد واحد في تمييزها القوة الثانية أو القوة الثالثة أو الرابعة وهكذا
على حسب عدد المضارب المتساوية من كونها ٢ أو ٣ أو ٤ الخ
إذا تفكر ذلك علمت أن ٨ مثلا هي القوة الثالثة لعدد ٢ وإن شئت
قلت هي مكعب ذلك العدد وذلك لأنها عبارة عن حاصل ضرب ثلاثة مضارب
كل منها يساوي ٢

ولاجل الدلالة على قوة أي عدد مقرر وض يوضع فوقه من الجهة اليمنى عدد يدل
على عدد المرات التي يتكرر بقدرها المضروب فعلى هذا إذا وضعت ٣ على ٢
هكذا ٣ دل ذلك على القوة الثالثة لعدد ٢ وبسمى رقم ٣ أس
عدد ٢

• (تنبيه) • كل عدد لا أس له فأسه الواحد فعلى هذا ١ يساوي ٢
(٢٤) حاصل ضرب أي عدد مقرر وض له عدة قوى يساوي ذلك العدد
مشارا إليه بأس يكون مساويا لمجموع أسس ذلك العدد المقرر وض الموجودة
في جميع المضارب وهذه الخاصية ناشئة عن كون حاصل الضرب
يحتوي على جميع مضارب الأعداد التي تضرب في بعضها كما تقدم في تنبيه
نمرة (١٧)

فعلى ذلك يكون حاصل ضرب ٢ في ٣ مساويا ٧ لأن هذا الحاصل
يحتوي على ٢ أربع مرات وهي عين المضروب الذي هو ٢ ويحتوي أيضا
على ٢ ثلاث مرات وهي عين المضروب فيه الذي هو ٣ فيتألف من ذلك
حاصل ضرب ٤ + ٣ أو ٧ مضارب كل يساوي ٢ فإذا ضربنا ٢
أو ١٦ في ٣ أو ٨ كان الحاصل وهو ١٢٨ مساويا ٧

تنبيهان • الأول إذا كان بعض مضارب الحاصل متحد أو كان له قوى فانه يمكن
وضع أحد تلك المضارب المتحد في الحاصل مرة واحدة بأس يكون مساويا
لمجموع أسس المضارب المذكورة

فعلى هذا يكون حاصل ضرب ٣ × ٥ في ٨ × ٢ مساويا ١١
× ٧ وذلك لأنه يؤخذ من قواعد نمرة ١٧ و ٢١ و ٢٤ أن هذا

الحاصل يساوى $٢ \times ٥ \times ٨ \times ١٠$ كما تقدم في غرة (١٧)
 أو يساوى $٢ \times ٨ \times ٥ \times ١٠$ كما سبق في غرة (٢١) أو يساوى $٢ \times ٨ \times ١٠$ ثم في ٥ كما في غرة (١٧) أو يساوى حاصل ضرب ١١
 في ٧ كما في غرة (٢٤)

التنبية الثاني * إذا كان المطلوب رفع أى حاصل الى قوة كنى في ذلك رفع
 كل من مضارب هذا الحاصل الى تلك القوة
 مثلاً حيث ان القوة الثالثة من حاصل ٢×٥ المينة بهذا الوضع
 $(٢ \times ٥)^٢$ مؤلفة من ثلاثة مضارب كل يساوى ٢×٥ يلزم
 أن تكون محتوية على ٣ مضارب كل يساوى ٢ وعلى ٣ مضارب
 كل يساوى ٥ (لانه يمكن تغيير مواضع المضارب من غير أن يتغير الحاصل)
 فحينئذ تكون ٢×٥ هي القوة المطلوبة
 وذلك لان

$$١٠٠٠ = ١٠ = ٥ \times ٢ \text{ و } ١٠٠٠ = ١٠٠ = (٥ \times ٢)^٢$$

$$\text{أو } ٢ = ٨ = ٥ \text{ و } ١٢٥ = ٢ \times ٥ \text{ و } ١٢٥ \times ٨ = ١٠٠٠$$

• (بيان القسمة) •

(٢٥) القسمة عبارة عن حاصل ضرب مضروبين معلوم هو واحد مضروبيه
 والمضروب الآخر مجهول يطلب استخراج و يسمى الحاصل مقسوماً والمضروب
 المعلوم قسماً وما عليه والنتيجة خارج القسمة
 وحيث ان استخراج المقسوم انما هو ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة
 يمكن تحصيل خارج القسمة المذكور بواسطة الطروح المتوالية بأن نبعث
 عن عدد المرات التي يحتوي بقدرها المقسوم على المقسوم عليه لكن لما كانت
 هذه العملية قد تطول بكثرة الطروح اذا كان المقسوم محتوي على المقسوم عليه
 عدة مرات ناسب أن نذكر طريقة مختصرة في بيان اجراء العملية بواسطة القسمة
 ولنمثل لذلك بما لين فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب قسمة ٤٥٣٦ على ٨

فيقال حيث ان المقسوم يساوى مجموع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في الاعداد المعبر عنها بجميع ارقام خارج القسمة على اختلافها فان أمكن استخراج هذه الحواصل الجزئية المختلفة من المقسوم فان قسمتها على المقسوم عليه تكفى في تحصيل ارقام خارج القسمة وبهذه الطريقة تكون المسئلة عبارة عن عدة قسومات متوالية مهلة العمل والابراء ينتج منها جميع ارقام خارج القسمة على التوالى

واذا أردت معرفة اجزاء المقسوم التى تحتوى على هذه الحواصل الجزئية فضع العملية هكذا

المقسوم	٤٥٣٦	٨ المقسوم عليه
	٤٠	٥ مآت
الباقى الاول	٥٣٦	٦ عشرات
	٤٨	٧ آحاد
الباقى الثانى	٥٦	٥٦٧ خارج القسمة الكلى
	٥٦	
الباقى الثالث	..	

ثم ابحت أولا عن جنس الآحاد العليا من خارج القسمة فتعين من المقسوم الجزئ الذى يحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه الذى هو ٨ ويلزم أن يكون المقسوم محتويا على هذا الحاصل المؤلف من عدة آحاد منزلتها من جنس منزلة آحاد الرقم المطلوب ولا يمكن أن يكون الحاصل المذكور أصغر من المقسوم عليه الذى هو ٨ فلاجل أن تحصل من المقسوم الذى هو ٤٥٣٦ الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى فى المقسوم عليه وهو ٨ تاخذ ارقاما كافية من يسار ٤٥٣٦ ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه ولو مرة واحدة وذلك متحقق فى عدد ٤٥ الذى هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب الآحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث ان

هذا العدد يدل على مآت المقسوم الذي هو ٥٢٦ تكون الاتحاد العليا
من خارج القسمة من منزلة المآت

ويتحقق ذلك بطريقة سهلة بأن تضرب المقسوم عليه وهو ٨ في خارج
القسمة المطلوب فيحصل المقسوم وهو ٥٢٦ وحيث أن هذا المقسوم
محصور بين ٨٠٠ و ٨٠٠٠ اعني بين ٨ × ١٠٠ و ٨
× ١٠٠٠ يكون أيضا خارج قسمة ٥٢٦ على ٨ منحصرا بين
١٠٠ و ١٠٠٠ فعلى ذلك تكون أعظم الاتحاد العليا من خارج القسمة
من المآت

ولاجل بيان رقم مآت خارج القسمة يلاحظ أن عدد ٤٥ مؤلف من حاصل
ضرب مآت خارج القسمة في المقسوم عليه وهو ٨ وبما حفظ من المآت
التي أمكن تخصيها من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه
فينتج من ذلك أنه إذا كان هذا العدد المحفوظ اقل من المقسوم عليه وهو ٨
يلزم بالضرورة أن يكون المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن في ٤٥
عبارة عن حاصل ضرب الرقم الاول من خارج القسمة في المقسوم عليه الذي
هو ٨ فعلى هذا يحصل اول رقم من خارج القسمة بتقسيم هذا المضاعف
على المقسوم عليه وهو ٨ وبناء على ذلك تسهل البرهنة على أن العدد
المحفوظ من المآت (الحاصل من ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده
في المقسوم عليه) يكون بالضرورة اقل من المقسوم عليه وهو ٨ وذلك
لان العدد المعبر عنه بعشرات خارج القسمة وآحادها كان اقل من ١٠٠
كان ضربه في المقسوم عليه الذي هو ٨ ينتج حاصل اقل من ١٠٠
× ٨ او من ٨ مآت

وحيث كان عدد ٤٠ هو المضاعف الاكبر للمقسوم عليه المنحصر
في عدد ٤٥ الذي يحتوي على مآت خارج القسمة ينتج من قسمة ٤٠
على ٨ رقم مآت خارج القسمة وهو ٥

وذلك لانه لما كان المقسوم الذي هو ٥٢٦ منحصرا بين ٤٠ و ٤٨

مآت اعني بين ٥ مات \times ٨ وبين ٦ مات \times ٨ كان خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ منحصر بين ٥ و ٦ مات فاذا ن يكون خارج القسمة مؤلفا من ٥ مات زائدا بعض عدد من العشرات والا حاد

وعوضا عن تقسيم المضاعف الاكبر لعدد ٨ المنحصر في ٤٥ على ٨ نؤول المسئلة الى البحث عن عدد مرات انحصار ٨ في ٤٥ وهذه الطريقة اسهل من الاولى فيكون رقم ٥ الناتج هو مات خارج القسمة المطلوب

وجبت علم رقم ٥ الذي هو مات خارج القسمة ولزم البحث عن ايجاد عشراته وآحاده يلاحظ أن المقسوم وهو ٤٥٣٦ مؤلفا من ثلاثة حواصل جزئية فنتيجة من ضرب ٥ التي هي مات خارج القسمة وضرب عشراته وآحاده في المقسوم عليه الذي هو ٨ فاذا طرح من هذا المقسوم ٤٠ مات وهو حاصل ضرب ٥ التي هي مات خارج القسمة في المقسوم عليه يكون الباقي وهو ٥٣٦ محتويا على الحاصلين الجزئيين وهما حاصل ضرب عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه ولا مانع من اعتبار الباقي الاول وهو ٥٣٦ مقسوما جزئيا جديدا مؤلفا من حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ في خارج قسمة جزئية تكون عشراته وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلي وآحاده

فتؤول المسئلة حينئذ الى قسمة ٥٣٦ على ٨ ويؤخذ من ذلك ان الاتحاد العليان خارج القسمة هي عشرات وحيث كان لا يمكن وجود حاصل ضرب عشرات خارج القسمة في المقسوم عليه الذي هو ٨ الا في ٥٣ التي هي عشرات المقسوم الجزئي وهو ٥٣٦ وكان ضرب رقم آحاد خارج القسمة في المقسوم عليه وهو ٨ يعطى عددا من العشرات يحفظ ويكون اقل من ١٠ \times ٨ او من ٨ عشرات فان رقم عشرات خارج القسمة يتوصل بالبحث عن عدد مرات انحصار المقسوم عليه وهو ٨ في ٥٣

فيتحصل ٦ فاذن يكون ٦ هو رقم عشرات خارج القسمة الكلي فاذا طرح حاصل ضرب ٨ \times ٦ عشرات او ٤٨ عشرات من ٥٣٦ دل الباقي وهو ٥٦ على حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٨ في رقم آحاد خارج القسمة فيحصل حينئذ هذا الرقم المذكور بقسمة ٥٦ على ٨ فينتج ٧ فاذا طرح حاصل ضرب ٧ في ٨ من ٥٦ كان الباقي الاخير صفرا

وهذا الصفر يدل حينئذ على أن ٥٦٧ هو خارج القسمة تحقيقا اعني أن ٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨ لانهما وصلنا الى هذا الصفر بطرحنا من المقسوم على التوالي الحواصل الجزئية الناجمة من ضرب ٥ و ٦ و ٧ التي هي مآت خارج القسمة وعشراته وآحاده في المقسوم عليه وهو ٨ فيؤدي ذلك الى أن نطرح من المقسوم وهو ٤٥٣٦ الحاصل الكلي الناتج من ضرب ٥٦٧ في ٨ وحيث كان الباقي الاخير صفرا كان ٤٥٣٦ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨ تحقيقا

فاذا تمزق الطالب على قسمة عدة ارقام على رقم واحد استغنى عن وضع المقسومات الجزئية فاذا اراد في مثالنا هذا ايجاد ارقام خارج قسمة ٤٥٣٦ على ٨ يقال ثمن ٤٥ مآت هو ٥ مآت بالنظر لعدد ٤٠ فيضع ٥ مآت في خارج القسمة ويبقى ٥ مآت او ٥٠ عشرات اذا أضيفت الى ٣ عشرات من المقسوم نتج عنها ٥٣ عشرات فيقال حينئذ ثمن ٥٣ عشرات هو ٦ عشرات بالنظر لعدد ٤٨ عشرات فيضع ٦ عشرات في خارج القسمة ويبقى ٥ عشرات او ٥٠ آحادا اذا أضيفت الى ٦ آحاد من المقسوم نتج عنها ٥٦ فيقال حينئذ ثمن ٥٦ هو ٧ بدون باق فيضع ٧ في خارج القسمة فيحصل من ذلك خارج القسمة الكلي وهو ٥٦٧

وبالجملة فتختصر العمالة أيضا بان يقال ثمن ٤٥ يساوي ٥ بالنظر لعدد

٤٠ فتوضع ٥ وتحفظ ٥ ويقال عن ٥٣ يساوي ٦ بالنظر
لعدد ٤٨ فتوضع ٦ وتحفظ ٥ ويقال عن ٥٦ يساوي ٧
فتوضع بتمامها ولما كانت هذه القسمة الأخيرة لا باقى لها كان عدد ٥٦٧
هو خارج القسمة تحقياً
المثال الثانى أن يكون المطلوب قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ فتوضع
العملية هكذا

٥٦٧	٤٧٢٨٧٨
٨٣٤	٤٥٣٦
	٠١٩٢٧٨
	١٧٠١
	٠٢٢٦٨
	٢٢٦٨

ثم يبرهن كفى المثال الاول لاجل بيان جنس الاحاد العليا من خارج القسمة
ويبحث أولاً فى المقسوم عن الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب الاحاد العليا
من خارج القسمة فى المقسوم عليه وهذا الحاصل مؤلف من آحاد منزلة اعين
منزلة آحاد الرقم المطلوب فيلزم وجوده حيثئذ فى المقسوم ولا يمكن أن يكون
اصغر من المقسوم عليه ويتحصل حيثئذ من المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨
الجزء الذى يحتوى على حاصل ضرب أول رقم من يسار خارج القسمة
فى المقسوم عليه باخذ ارقام كافية من يسار ٤٧٢٨٧٨ ليكون
العدد المأخوذ محتوياً على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ ولو مرة واحدة فاذن يكون
عدد ٤٧٢٨ الكافى فى ذلك هو جزء المقسوم المحتوى على حاصل ضرب
رقم الاحاد العليا من خارج القسمة فى المقسوم عليه وحيث كان عدد
٤٧٢٨ دالاً على ما أت المقسوم الذى هو ٤٧٢٨٧٨ ظهر أن الاحاد
العليا من خارج القسمة هي من جنس المئات

وذلك لانه لما كان المقسوم وهو ٤٧٢٨٧٨ منحصرا بين ٥٦٧٠٠
و ٥٦٧٠٠٠ اعني بين ٥٦٧ × ١٠٠ و ٥٦٧ × ١٠٠٠
كان خارج قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ منحصرا بين ١٠٠
و ١٠٠٠ فعلى هذا تكون الاحاد العليا من خارج القسمة من منزلة
المآت

ولا جيل يبان رقم مآت خارج القسمة يلاحظ أنه حيث كان عدد ٤٧٢٨
مؤلفا من حاصل ضرب مآت خارج القسمة في المقسوم عليه وهو ٥٦٧
ومحافظ من المآت التي أمكن تحصيلها من ضرب عشرات خارج القسمة
واحاده في المقسوم عليه ينتج من ذلك أنه اذا كان المحفوظ اقل من المقسوم عليه
الذي هو ٥٦٧ يكون بالضرورة المضاعف الاكبر للمقسوم عليه الكائن
في ٤٧٢٨ هو حاصل ضرب الرقم المطلوب في المقسوم عليه فعلى هذا
يتحصل الرقم المذكور بالبحث عن عدد مآت انحصار المقسوم عليه الذي هو
٥٦٧ في اقل مقسوم جزئي وهو ٤٧٢٨

وبناء على ذلك يكون المحفوظ من المآت (المحصل من ضرب عشرات خارج
القسمة وآحاده في المقسوم عليه) اقل بالضرورة من المقسوم عليه وهو ٥٦٧
لانه لما كان يتألف دائما من عشرات خارج القسمة وآحاده عدد اقل من ١٠٠
كان الحاصل من ضرب هذا العدد في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ اقل
من ١٠٠ × ٥٦٧ او من ٥٦٧ مآت

واذا أردت أن تعرف عدد مآت انحصار ٥٦٧ في ٤٧٢٨ فاستخرج
حواصل ضرب ٥٦٧ في اعداد ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥
و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ فترى أن عدد ٤٧٢٨ واقع بين ٥٦٧
× ٨ و ٥٦٧ × ٩ فاذن يكون ٨ هو العدد المطلوب

ولكن يستغنى في اجراء العملية عن تضعيف المقسوم عليه على اختلافه
ويتوصل الى النتيجة بعينها بما ذكره لك من التجارب وهي أنه حيث كان
المقسوم الجزئي الذي هو ٤٧٢٨ يحتوي على ثلاثة حواصل جزئية ناتجة

من ضرب ٧ و ٦ و ٥ التي هي آحاد المقسوم عليه وهو ٥٦٧ وعشراته ومآتته في العدد المطلوب وكان الجاصل الاخير من هذه الحواصل دالاعلى مآتت كان لا يمكن وجود هذا المقسوم الجزئي الا في ٤٧ التي هي مآتت ٤٧٢٨ فعلى ذلك يكون عدد ٤٧ مؤلفا من حاصل ضرب ٥ الذي هو اول رقم من المقسوم عليه في العدد المطلوب وبما حفظ من المآتت التي أمكن تحصيلها بواسطة الحاصلين الجزئيين الاخيرين وينتج من ذلك أنه اذا كان المطلوب البحث عن عدد مرات انحصار ٥ في ٤٧ كان عدد ٩ الذي يتحصل دالاعلى العدد المطلوب او على عددا كبرمنه ولا يمكن أن يدل على اصغر منه وذلك انك اذا أردت أن تحتسب رقم ٩ ضربت ٥٦٧ في ٩ فتجد الجاصل الذي هو ٥١٠٣ يتجاوز ٤٧٢٨ فيكون عدد ٩ أكبر من العدد المطلوب فاذا اختبرت رقم ٨ كان حاصل ضرب ٥٦٧ في هذا الرقم هو ٤٥٣٦ وحيث ان هذا الجاصل اصغر من ٤٧٢٨ علمنا أن المقسوم عليه وهو ٥٦٧ منحصر ٨ مرات في ٤٧٢٨

وحيث علمنا رقم ٨ الذي هو مآتت خارج القسمة وجب البحث عن تحصيل رقيه الاخيرين فيلاحظ أنه لما كان المقسوم الذي هو ٤٧٢٨٧٨ مؤلفا من ثلاثة حواصل برؤية ناتجة من ضرب مآتت خارج القسمة وهي ٨ ومن ضرب عشراته وآحاده في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ فاذا طرحت من هذا المقسوم اول حاصل جزئي وهو ٥٦٧ في ٨ مآتت او ٨ في ٥٦٧ مآتت او ٤٥٣٦ مآتت وجدت الباقي الذي هو ١٩٢٧٨ لا يمتوى الاعلى حاصل ضرب كل من عشرات خارج القسمة وآحاده في المقسوم عليه فاذا ن يمكن اعتبار اول باق وهو ١٩٢٧٨ كمقسوم جزئي جديد مؤلف من حاصل ضرب المقسوم عليه وهو ٥٦٧ في خارج قسمة جزئي تكون عشراته وآحاده عين عشرات خارج القسمة الكلي وآحاده

فيقول الامر حيثئذ الى قسمة ١٩٢٧٨ على ٥٦٧ ويعلم من اقول
وهله ان الاحاد العليا من خارج القسمة تكون من جنس العشرات ولاجل
تحصيل هذه العشرات يلاحظ ان حاصل ضربهم في المقسوم عليه الذي هو
٥٦٧ يوجد في ١٩٢٧ الذي هو عشرات المقسوم وهو ١٩٢٧٨
ويلاحظ ايضا انه حيث كان المحفوظ من العشرات المتحصل من ضرب رقم
آحاد خارج القسمة في المقسوم عليه الذي هو ٥٦٧ اقل من ١٠ ×
٥٦٧ او من ٥٦٧ عشرات فبالبحث عن عدد مرات المحصر ٥٦٧
في ١٩٢٧ يتحصل حيثئذ رقم عشرات خارج القسمة فلذا لزم بيان عدد
مرات المحصر ٥ في ١٩ فيكون عدد ٣ المتحصل دالا على رقم
عشرات خارج القسمة او على رقم اكبر منه ولاجل اختبار رقم ٣ المذكور
يضرب ٥٦٧ في ٣ فيكون الحاصل وهو ١٧٠١ اصغر من
١٩٢٧ فلذلك كان هذا الرقم هو عشرات خارج القسمة ولما كان الحاصل
الذي هو ١٧٠١ دالا على عشرات لازم طرح ١٧٠١ عشرات
من ١٩٢٧٨ وحيث ان الباقي وهو ٢٢٦٨ هو حاصل ضرب
المقسوم عليه في رقم آحاد خارج القسمة يتحصل هذا الرقم بقسمة ٢٢٦٨
على ٥٦٧ والاخصر ان يقسم ٢٢ على ٥ فيدل عدد ٤
المتصل على آحاد خارج القسمة الكلي لانه بطرح حاصل ضرب ٤ في ٥٦٧
من ٢٢٦٨ يكون الباقي صفرافاذن يكون ٨٣٤ هو خارج القسمة
المطلوب

وفي اجراء العملية لا توضع الا الارقام التي لا بد منها في تكوير المقاسم الجزئية
وهي ٤٧٢٨ و ١٩٢٧ و ٢٢٦٨ بحيث يكون اجراء العملية على هذا
الوجه المختصر

٥٦٧

٤٧٢٨٧٨

٨٣٤

٤٥٣٦

٠١٩٢٧

١٧٠١

٠٢٢٦٨

٢٢٦٨

.....

وحيث ان المقسوم الجزئى الاول وهو ٤٧٢٨ يحتوى ٨ مرات على المقسوم عليه وهو ٥٦٧ يوضع رقم ٨ في خارج القسمة ويطرح حاصل ضرب ٨ في ٥٦٧ أو ٤٥٣٦ من ٤٧٢٨ ثم ينزل من المقسوم رقم ٧ ويوضع على عين الباقي الذى هو ١٩٢ فيحصل المقسوم الجزئى الثانى وهو ١٩٢٧ الذى يقسمته على ٥٦٧ ينبج ٣ وهو ثانى رقم من ارقام خارج القسمة المطلوب ثم يطرح حاصل ضرب ٣ في ٥٦٧ أو ١٧٠١ من ١٩٢٧ ثم ينزل من المقسوم رقم ٨ الاخير ويوضع على عين الباقي الذى هو ٢٢٦ فيحصل من ذلك المقسوم الجزئى الثالث وهو ٢٢٦٨ الذى يقسمته على ٥٦٧ ينبج ٤ وهو آخر ارقام خارج القسمة الكلى ثم يطرح حاصل ضرب ٤ في ٥٦٧ من ٢٢٦٨ فيكون الباقي الاخير صفرا

(٢٦) يتوصل بذلك زنا من البراهين المتقدمة الى هذه القاعدة المطردة وهى أنه متى أردت قسمة اى عدد على آخر فضع المقسوم عليه على يسار المقسوم ثم ارمم بينهم ما خطا فاعلم ارمم ايضا تحت المقسوم عليه خطا آخر فبقيا لفصله من خارج القسمة المطلوب الذى تضعه تحت هذا الخط ثم خذ ارقاما كافية من يد ارا المقسوم ليكون العدد المأخوذ محتويا على المقسوم عليه وابحث عن العدد الذى يدل على عدد مرات انحصار المقسوم عليه في المقسوم الجزئى المذكور فجد هذا العدد هو اول رقم من خارج القسمة من الجهة اليسرى فضع

الرقم المذكور تحت المقسوم عليه واضرب خارج القسمة فيه وضع حاصل ضرب ما تحت المقسوم الجزئي الاول وارسم خطا فقياس تحت هذين العددين ثم اطرح الاسفل من الاعلى وضع الباقي تحته ونزل على يمينه اقل رقم من ارقام المقسوم التي لم تجز فيها العملية فيتوصل حينئذ المقسوم الجزئي الثاني ثم اجر العملية عليه كما اجر بها على المتقدم فينتج من ذلك الرقم الثاني من ارقام خارج القسمة فضعه على عين الرقم الاول واستمر في العملية على هذا النوال حتى تنتهي جميع ارقام المقسوم فان كان احدا المقاسيم الجزئية اقل من المقسوم عليه كان رقم خارج القسمة المقابل له صفرا

(٢٧) عوضا عن أن يوضع في اجراء عملية الطرح تحت كل مقسوم جزئي حاصل ضرب المقسوم عليه في الرقم المقابل له من خارج القسمة يجتنب وضع ذلك الحاصل وبذلك في تلك العملية طريقة مختصرة (مشابهة لطريقة غرة ١٥) تطبق على هذا المثال وهو

من ٤٧٢٨

أن يتراد طرح ٨ امثال ٥٦٧

الباقى ١٩٢

فالطالب في هذا المثال أن تطرح من ٤٧٢٨ الحواصل الثلاثة الجزئية وهي حاصل ٨ في ٧ آحاد و ٨ في ٦ عشرات و ٨ في ٥ مئات وحيث انه لا يمكن طرح الحاصل الجزئي الاول الذي هو ٨ في ٧ اى ٥٦ من آحاد عدد ٤٧٢٨ نضيف الى ٨ آحاد عشرات كافية حتى يتأتى الطرح فنضيف الى هذا العدد ٥ عشرات فيتوصل ٥٨ ثم نطرح ٥٦ من ٥٨ ونضع الباقي وهو ٢ تحت رقم الآحاد وهو ٨ لكن اذا اضفنا ٥ عشرات الى ٤٧٢٨ وجدنا الباقي الكلى قد زاد بقدر ٥ عشرات كما في غرة (١٤) فلاجل أن يسقى على مقداره الحقيقي يكنى أن نضيف ٥ عشرات الى احد ايقوا المطروح فيقول الامر الى اعتبار هذه العشرات الخمسة كمخوفات يلزم ضمها الى الحاصل الجزئي

لثالث الذي هو ٨ في ٦ عشرات قبل طرحه وحيث ان عدد ٨ في ٦ مضافا اليه ٥ يعطى ٥٣ لم نخرج الا الى طرح ٥٣ عشرات و ٨ في ٥ مآت من عدد ٤٧٢ ٤٧٢ الذي هو عشرات ٤٧٢٨ ولاجل طرح ٥٣ عشرات يلزم أن نضيف ٦ مآت اي ٦٠ عشرات الى عدد ٢ الذي هو عشرات ٤٧٢٨ ثم نطرح ٥٣ عشرات من ٦٢ عشرات ونضع الباقي وهو ٩ عشرات تحت عمود العشرات لكن بإضافة ٦ مآت الى المطروح منه يزيد الباقي الكلي بقدر ٦ مآت فلاجل تنقيصه ذلك المقدار يلزم أن نضيف ٦ مآت الى الحاصل الجزئي وهو ٨ في ٥ مآت الذي لم يبق للطرح غيره فيحصل ٤٦ مآت فنطرح ٤٦ مآت من ٤٧ التي هي مآت ٤٧٢٨ ونضع الباقي وهو ١ مآت تحت عمود المآت وبهذا يتصل الباقي الكلي وهو ١٩٢

وهذه الطريقة التي سلكناها في طرح عدد ٥٦٧ مكررا ٨ مرآت من ٤٧٢٨ قول بالاختصار الى هذه العملية بأن نقول ٨ في ٧ ينتج ٥٦ و ٥٦ من ٥٨ يبقى ٢ و ٨ في ٦ ينتج ٤٨ و ٥ محفوظه يتصل ٥٣ و ٥٣ من ٦٢ يبقى ٩ و ٨ في ٥ ينتج ٤٠ و ٦ محفوظه يتصل ٤٦ و ٤٦ من ٤٧ يبقى ١ وبموجب هذه الطريقة يعلم أن اجراء عمليات قسمة ٤٧٢٨٧٨ على ٥٦٧ يكون على هذا المنوال

مقسوم عليه	٥٦٧	٤٧٢٨٧٨	مقسوم
خارج القسمة	٨٣٤	١٩٢٧	
		٢٢٦٨	
		

الباقي الاخير

(٢٨) يكفي في جعل الرقم الموضوع في خارج القسمة لاثقا أن يكون حاصل ضرب المقسوم عليه في الرقم المذكور يمكن طرحه من المقسوم الجزئي المقابل له وأن يكون الباقي اقل من المقسوم عليه فان زاد الباقي على المقسوم عليه كان الرقم الموضوع في خارج القسمة اصغر من الرقم المطلوب ولو بواحد

وذلك لان المقسوم عليه يصير حينئذ منحصرا في المقسوم الجزئي ولومرة واحدة ولاجل معرفة عددمرات انحصار المقسوم عليه في المقسوم الجزئي نكتب عن عددمرات انحصار اول رقم من المقسوم عليه في اول رقم من المقسوم الجزئي او في رقيه الاولين اذا كان المقسوم الجزئي يحتوى على ارقام بقدر ارقام المقسوم عليه او يزيد عنه رقبا واحدا فالعدد الناتج يدل على الرقم المقابل لتلك المقسوم الجزئي من خارج القسمة او على رقم اكبر منه ولا يمكن اصلاحه لتحصيل رقم اصغر منه ومتى علمنا بالتجربة أن الرقم المحصل اكبر من الرقم المطلوب فانتا تنقص منه واحدا بعد واحد وهكذا على التوالي حتى لا يكون حاصل ضرب المقسوم عليه في الرقم الجارى فيه التجربة اكبر من المقسوم الجزئي المقابل له

واذا كان المطلوب بيان جميع ارقام خارج القسمة المتوالية بدون تجربة يلزم أن نلاحظ أنه حيث كان المقسوم عليه لا ينحصر اصلا اكثر من تسع مرات في كل مقسوم جزئى يكفي أن نؤلف جدولا من الخواصل الناتجة من ضرب المقسوم عليه في الاعداد ذات الرقم الواحد وبالوقوف على هذا الجدول يظهر اكبر مكرر من المقسوم عليه الكائن في المقسوم الجزئي الجارى فيه العملية وينتج من ذلك رقم خارج القسمة المقابل له وهذا الجدول المحتوى على الخواصل الناتجة من ضرب المقسوم عليه في الاعداد ذات الرقم الواحد يعرف به قائمة اخرى وهى جعل القسمة طر وحاتمالية واستعمال ذلك مهم في صورة ما اذا كان المقسوم محتويا على عدة ارقام فيلزم اذئ أن يكون خارج القسمة ايضا محتويا على جملة ارقام

ويمكن تأليف هذا الجدول باضافة المقسوم عليه الى نفسه اى تضعيفه عدة مرات متوالية مثلا اذا فرضنا أن ٥٦٧ هو المقسوم عليه فباضافته الى نفسه يدل المجموع الذى هو ١١٣٤ على تكرير المقسوم عليه الذى هو ٥٦٧ مرتين وبإضافة ٥٦٧ الى ١١٣٤ يدل المجموع الذى هو ١٧٠١ على تكرير ٥٦٧ ثلاث مرات وعلم بحرًا

(٢٩) يسهل دائما أن نعين من المقسوم الجزء الذى يشتمل على حاصل ضرب

المقسوم عليه في رقم الآحاد العليا من خارج القسمة وبذلك يحصل الرقم المذكور لكن لما كانت الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في بقية ارقام خارج القسمة بمنزلة المقسوم كان لا يمكن مشاهدة هذه الحواصل في المقسوم الكلي وهذا مانع من إيجاد بقية ارقام خارج القسمة بدون واسطة قبل تحصيل رقم آحاد العليا فاذن يلزم أن نبدأ بالبحث عن اول رقم من ارقام خارج القسمة من الجهة اليسرى

(٢٠) يلزم في اجراء اى عملية من عمليات القسمة أن يكون المقسوم مساويا للمقسوم عليه مضروباً في خارج القسمة المحصل بزيادة الباقي المقابل له وتوصل الى هذا الباقي بكوننا طرح على التوالى من المقسوم جميع الحواصل الجزئية الناتجة من ضرب المقسوم عليه في الارقام الموجودة في خارج القسمة وهذا يؤل الى أن نطرح من المقسوم الحاصل الكلي الناتج من ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المحصل وحينئذ يدل الباقي المقابل لهذا الخارج على التفاضل بين المقسوم وحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المحصل وبهذا تقضى القاعدة المذكورة

(٢١) قد فرض في الامثلة المتقدمة أن المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح وحينئذ يكون الباقي الاخير بموجب قاعدة (٢٦) المطرودة صفراً وحيث كان المقسوم يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المحصل في خارج القسمة كما في غرة (٢٠) يقال حينئذ ان خارج القسمة تحقيقي وان المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه وكلما قبل هذا العدد يقبل القسمة على عدد آخر فان قسمة العدد الاول على الثانى يكون باقيها صفراً بحيث يكون المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح

لكن ليس هذا الشرط مطرداً فانه متى قسم عدد على آخر فالغالب أن المقسوم لا يكون مساوياً لحاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح وفي هذه الصورة لا يكون الباقي الاخير صفراً بموجب قاعدة (٢٦) وحيث ان المقسوم

يساوى حاصل ضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المتحصل في خارج القسمة
بزيادة الباقي الاخير المذكور الذي هو اقل من المقسوم عليه ينتج من ذلك أن
المقسوم حينئذ منحصر بين حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة
المتحصل وحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة المذكور مضافا اليه
واحد فالذا قبل ان العدد الصحيح المتحصل في خارج القسمة هو خارج القسمة
الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة والمقدار الاصغر الصحيح التقريبي
من خارج القسمة

ومتي كان هنالك كمية منحصرة بين عددين صحيحين متوالين فان هذين
العددين الصحيحين يكونان هما المقدار الصحيح التقريبي لهذه الكمية
مثلا اذا كان المطلوب قسمة ٢٥ على ٧ فانه اذا ضرب خارج القسمة
في ٧ لزم أن يتوصل ٢٥ وحيث ان ٢٥ واقع بين ٧ في ٣
و ٧ في ٤ فخارج القسمة المطلوب اكبر من ٣ واصغر من ٤
فاذن لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح فيكون عدد ٣ هو خارج القسمة
الصحيح او الجزء الصحيح من خارج القسمة والمقدار الاصغر الصحيح التقريبي
من خارج القسمة

ويلزم أن يلاحظ أن ما ذكرناه من البراهين في شأن ايجاد خارج القسمة
في صورة ما اذا كان المقسوم هو حاصل ضرب المقسوم عليه في عدد صحيح
يجري ايضا في صورة ما اذا كان المقسوم منحصر بين حاصل ضرب المقسوم
عليه في عددين صحيحين متوالين وفي هذه الصورة تستعمل القسمة لايجاد
الجزء الصحيح من خارج القسمة وسيأتى لك في فقرة (٧١) كيفية تجميع
خارج القسمة

(٣٢) يكفي في قسمة اى عدد على حاصل ضرب عدة عوامل أن يقسم
ذلك العدد على العوامل المذكورة على التوالي وهذه الخاصية هي نتيجة
قاعدة فقرة (١٧) فعلى هذا اذا كان المطلوب قسمة ١٠٥ على
عدد ١٥ الذي هو حاصل ضرب عاملي ٣ و ٥ فاقسم أولا ١٠٥

على ٥ فيكون خارج القسمة ٢١ ثم أقسم ٢١ على ٣ فيكون ٧ هو خارج قسمة ١٠٥ على ١٥ المطلوب

• (ميزان القسمة) •

(٣٣) يكفى في اختبار صحة القسمة أن يضرب المقسوم عليه في العدد الصحيح المتحصل في خارج القسمة ويضاف الباقي الاخير الى الحاصل المذكور فيكون المجموع مساويا للمقسوم كما في غرة (٣٠)

مثلا اذا فرضنا أنهم تحصل من قسمة ٤٧٢٨٨٧ على ٥٦٧ خارج القسمة الصحيح وهو ٨٣٤ وبقي ٩ وأردنا اختبار هذه العملية فاستأثرنا ب ٥٦٧ في ٨٣٤ ثم نضيف الى الحاصل الذى هو ٤٧٢٨٧٨ الباقي وهو ٩ فان كان المجموع مساويا للمقسوم كان خارج القسمة صحيحا

(٣٤) من المعلوم انه كلما كبر المقسوم وصغر المقسوم عليه كبر خارج القسمة وبالعكس اعنى انه كلما صغر المقسوم وكبر المقسوم عليه صغر خارج القسمة (٣٥) كلما كبر المقسوم وبقي المقسوم عليه على حاله كبر خارج القسمة تبعاله وكلما كبر المقسوم عليه وبقي المقسوم على حاله صغر خارج القسمة بقدر ما كبره المقسوم عليه من المرات وبالعكس اعنى كلما صغر المقسوم وبقي المقسوم عليه على حاله صغر خارج القسمة تبعاله وكلما صغر المقسوم عليه وبقي المقسوم على حاله كبر خارج القسمة بقدر ما صغره المقسوم عليه من المرات

فعلى هذا اذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد او قسم الى عدد واحد لا يتغير خارج القسمة بل يبقى على حاله

تنبيه • اذا كان المقسوم والمقسوم عليه منتهيين باصفار من الجهة اليمنى جازلك أن تحذف من اصفار احدهما بقدر ما تحذف من اصفار الاخر فيبقى خارج القسمة على حاله لا يتغير لان ذلك يؤل الى قسمة المقسوم والمقسوم عليه على عدد واحد كما في غرة ٧ فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧٢٠٠٠٠ على ٦٠٠٠ هو عين خارج قسمة ٧٢٠ على ٦

(٣٦) اذا زاد المقسوم او نقص بقدر تكرار المقسوم عليه مرة او اكثر فان

الجزء الصحيح من خارج القسمة يزيد أو ينقص بقدر عدد تكرار المقسوم عليه
وأما باقي القسمة فلا يتغير لأن الجزء الصحيح من خارج القسمة يدل على عدد مرات
انحصار المقسوم عليه في المقسوم

مثلاً حيث أن قسمة ٢٨ على ٥ خارجها الصحيح ٧ والباقي ٣
فاذا أضفنا حاصل ٦ في ٥ إلى ٢٨ نحصل ٦٨ وبقية ٦٨
على ٥ بفصل الخارج الصحيح وهو ٧ + ٦ أي ١٣ بدون أن يتغير
الباقي المذكور وهو ٣

(٣٧) إذا ضرب كل من المقسوم والمقسوم عليه في عدد صحيح مفروض
وقسم حاصل ضرب المقسوم في ذلك العدد على حاصل ضرب المقسوم عليه
في العدد المذكور فإن الجزء الصحيح من خارج القسمة لا يتغير إلا أن باقي القسمة
الثانية يساوي باقي القسمة الأولى مضروباً في العدد الصحيح المفروض

مثلاً حيث أن قسمة ١٣ على ٥ خارجها ٢ وباقيها ٣ فعدد
 $13 = 2 \times 5 + 3$ فاذا ضرب كل من الطرفين في ٤ كان
 $4 \times 13 = 4 \times 2 \times 5 + 4 \times 3$

وحيث أن $4 \times 2 \times 5 = 4 \times 10$ كما في غمرة ٢١
فعدد $4 \times 13 = 4 \times 10 + 4 \times 3$

وهذه المساواة الأخيرة تدل على أنه عوضاً عن قسمة ١٣ على ٥ التي
خارجها ٢ وباقيها ٣ يلزم قسمة ٤ × ١٣ على ٤ × ٥
فيكون عدد ٢ هو أيضاً الجزء الصحيح من خارج القسمة غير أن باقي القسمة
الثانية يكون ٤ × ٣ لأن ٤ × ٢ أقل من المقسوم عليه الجديد
الذي هو ٤ × ٥ وبذلك تنضح الخاصية المذكورة ويثبت المطلوب

(٣٨) خارج قسمة إحدى قوى عدد واحد على الأخرى يساوي هذا العدد بأس
مساوٍ لاس المقسوم ناقصاً من المقسوم عليه لأنه لما كان المقسوم معتبراً
حاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة ينتج من قاعدة غمرة (٢٤)
أن أس العدد المقروض في المقسوم يساوي أس المقسوم عليه مضافاً إليه أس

خارج القسمة

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٧ على ٢ هو ٣ وذلك لان حاصل ضرب المقسوم عليه الذى هو ٢ فى خارج القسمة وهو ٣ يساوى المقسوم الذى هو ٧

تنبيه • متى احتوى المقسوم والمقسوم عليه على قوى عدد واحد فان أس هذا العدد فى خارج القسمة يحصل بطرح أس المقسوم عليه من أس المقسوم

مثلا خارج قسمة ١١ × ٧ على ٢ × ٣ يساوى ٨ × ٣ لانه بموجب التنبيه الاول من غرة ٢٤ اذا ضرب المقسوم عليه وهو ٢ × ٣ فى خارج القسمة وهو ٨ × ٣ ينتج المقسوم وهو ١١ × ٧

وبالجملة فمضى كل المقسوم والمقسوم عليه متجاليين الى عوامل فان خارج القسمة يحصل بحدف جميع عوامل المقسوم عليه من المقسوم

فعلى هذا خارج قسمة ٢ × ٧ × ٥ × ٧ على ٢ × ٣ × ٧ × ١٠ × ١٣ على ٢ × ٧ × ٥ × ٧ هو ٣ × ٣ × ١٣ على ١٣ × ٧ × ١١ × ١٩ × ١١ × ١٣ على ٩ × ١٩ × ٧ × ٥ هو ٣ × ٣ × ١١ × ١٩ × ٧ × ٩ × ١٣

(٢٩) الجمع والطرح والضرب والقسمة تسمى القواعد الاربعة الاصلية لعلم الحساب وسيأتى أن جميع العمليات التى توصل بها الى حل المسائل المشككة من هذا العلم تؤل دائما الى اجراء تلك القواعد الاربعة على اعداد اصحصة مهمة

* (الباب الثاني)

في الخواص المتعلقة بقواسم الاعداد ومكرراتها والقاسم الاعظم المشترك والاعداد الاولى والبحث عن قواسم اى عدد كان

* (الفصل الاول)

* (في خواص قواسم اى عدد ومكرراته)

(٤٠) الاولى اذا كان لجملة اعداد قاسم مشترك فجميعها يكون قابلا للقسمة على القاسم المذكور

وذلك انهما كان كل من الاعداد المذكورة مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح اعني مرتين او ثلاثا او اربعا وهكذا كان مجموعها بالضرورة مساويا للقاسم مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد في جميع الاعداد المذكورة فبناء على ذلك حيث كان المجموع عبارة عن حاصل ضرب القاسم المشترك في عدد صحيح فهو حينئذ قابل للقسمة على هذا العدد الاخير (وهو القاسم المشترك المذكور)

مثلا حيث ان اعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ تقبل القسمة على ٣ فجميعها الذي ٤٨ يقبل بالضرورة القسمة على ٣ لانه ينتج من هذه المساويات وهي $١٢ = ٣ \times ٤$ و $١٥ = ٣ \times ٥$ و $٢١ = ٣ \times ٧$ أن مجموع اعداد ١٢ و ١٥ و ٢١ موافق من ٣ مكررة ٤ مرات + ٥ مرات + ٧ مرات اعني من ٣ مكررة ١٦ مرة

الثانية اذا كان لعددین قاسم مشترك فافرق بينهما ما يقبل القسمة على ذلك القاسم المشترك لانهما كان كل من هذين العددين المقروطين مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح كان الفرق بينهما مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد في اكبر العددين المقروطين ناقصا عدد المرات التي يمكن انحصارها في اصغرهما فيكون الفرق حينئذ مساويا للقاسم المشترك مكررا عدة مرات بقدر عدد صحيح فاذن يكون قابلا للقسمة على القاسم

المشترك المذكور

فعلى هذا حيث ان كلا من عددي ٢٧ و ١٥ يقبل القسمة على ٣
فالفرق بينهما وهو ٢٧ - ١٥ يقبل القسمة على ٣ لانه ينتج من هاتين
المتساويتين وهما

$$٢٧ = ٣ \times ٩ \text{ و } ١٥ = ٣ \times ٥$$

أن ٢٧ - ١٥ يتألف من القاسم المشترك الذي هو ٣ مكررا
٩ مرات ناقصا ٥ مرات اعني من قاسم ٣ مكررا ٤ مرات او من
 ٣×٤

الثالثة مجموع عدة مكررات لاي عدد مفروض هو مكر ذلك العدد المفروض
والفرق بين مكررى اى عدد كان هو ايضا مكر ذلك العدد وهذا ناتج عن
الخاصية الاولى والثانية بلا حجة أن مكرراى عدد يقبل القسمة على ذلك
العدد

الرابعة اذا تركبت عدة مكررات اى عدد بطريقة الجمع والطرح كانت النتيجة
ايضا مكر ذلك العدد وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة

فعلى هذا حيث ان اعداد ٣٥ و ٢٠ و ١٥ هي مكررات عدد ٥
يعلم أن $٣٥ + ٢٠ - ١٥ = ٤٠$ اى $٣٥ + ٢٠ - ١٥ = ٤٠$ و
اى ٣٥ هي ايضا مكررات عدد ٥

الخاصية المكررات الخمسة لاي عدد تقبل القسمة على جميع قواسم ذلك العدد
وبعبارة اخرى كل عدد يقبل القسمة على عدد آخر يكون ايضا قابلا للقسمة على
كل من عوامل هذا العدد الا آخر وهذا ناتج عن الخاصية الثالثة بلا حجة أن
كل مكرر لاي عدد مفروض يدل على مجموع عدة اعداد مساوية للعدد
المذكور

مثلا حيث ان عدد ٣٥ يقبل القسمة على ٦ فان كلا من عاملي ٦ وهما
٢ و ٣ يقسم ايضا ٣٥

السادسة اذا كان هناك مجموع مركب من جزئين وكان له مع أحدهما قاسم

مشتوك فان الجزء الاخر يقبل بالضرورة القسمة على ذلك القاسم بعينه
وذلك أنه اذا طرح من المجموع (المساوي للقاسم مكررا عدة مرات بقدر عدد
صحیح) الجزء الاول (المساوي للقاسم المذكور مكررا ايضا عدة مرات بقدر
عدد صحیح) كان الباقي (المساوي للجزء الثاني من المجموع) مساويا بالضرورة
لهذا القاسم مكررا عدة مرات وحينئذ يكون الجزء الثاني قابلا للقسمة على
القاسم المذكور

مثلا حيث ان ٣٥ الذي هو مجموع عددي ٢٠ و ١٥ يقبل
القسمة على ٥ والجزء الاول الذي هو ٢٠ يقبل القسمة ايضا على ٥
فالجزء الثاني وهو ١٥ يقبل بالضرورة القسمة على ٥ لانه ينتج من هاتين
المساويتين وهما

$$٥ \times ٧ = ٣٥ \text{ و } ٥ \times ٤ = ٢٠$$

أنه اذا طرح من مجموع ٣٥ الجزء الاول وهو ٢٠ كان الباقي (الذي
يدل على الجزء الثاني وهو ١٥) مساويا ٥ مكررة ٧ مرات — ٤
أي مساويا ٥ مكررة ٣ مرات وحينئذ يكون ١٥ الذي هو الجزء الثاني
قابلا للقسمة على ٥

السابعة اذا كان هناك مجموع مركب من جزئين احدهما يقبل القسمة على عدد
والاخر لا يقبل القسمة عليه فذلك المجموع لا يقبل القسمة على القاسم المذكور
لانه لو قبل القسمة على ذلك القاسم كالجزء الاول لكان الجزء الثاني يقبل القسمة
عليه أيضا كافي الخاصية السادسة وهذا خلاف القرض

مثلا حيث ان عدد ٦ يقسم ٢٤ ولا يقسم ٧ فمجموعهما وهو ٣١
لا يقبل القسمة على ٦

الثامنة العدد لا يقبل القسمة على عدد آخر اكبر من نصفه لانه متى قسم العدد على
نصفه كان خارج القسمة ٢ فاذا قسم العدد على عدد آخر اكبر من نصفه كان
خارج القسمة اقل من ٢ كافي غرة ٣٤ فعلى هذا لا يكون خارج القسمة
عددا صحيحا

• (الفصل الثاني) •

في بيان باقى قسمة اى عدد على قاسم من هذه القواسم وهى ٢ و ٣ و ٥ و ٩ و ١١ • وفى البحث عن معرفة كون العدد يقبل القسمة على احد القواسم المذكورة اولا قبلها • وفى الميزان بعددى ٩ و ١١ (٤١) باقى قسمة اى عدد على ٢ هو عين باقى قسمة اول رقم منه من الجهة اليمنى على ٢

ويؤخذ من ذلك أن كل عدد صحيح يكون مكرر ٢ مضافا اليه رقم آحاده وهذه الخاصية الاخيرة ناتجة من أنه يمكن تحلل اى عدد الى جزئين احدهما ينتهى بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فبناء على ذلك يكون بالضرورة قابلا للقسمة على عدد ٢ الذى هو قاسم لعدد ١٠ (كما فى الخاصية الخامسة من غرة ٤٠) وثانيهما هو رقم آحاده

فيقال مثلا ان عدد ٥٨٧ هو مكرر ٢ مضافا اليه ٧ لان ٥٨٧

$$٧ + ٢ \times ٥٨ = ٧ + ١٠ \times ٥٨ = ٧ + ٥٨٠ =$$
 وحينئذ يكون باقى قسمة ٥٨٧ على ٢ هو عين باقى قسمة ٧ على ٢ اعنى أن الباقي المذكور يكون ١

فبناء على هذا يمكن في كون العدد قابلا للقسمة على ٢ أن يكون اول رقم من الجهة اليمنى قابلا للقسمة على ٢ او يكون صفرا ويلزم من ذلك أن رقم الاحاد يكون ٠ أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨

تنبيه • الاعداد التى تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا شفعية (زوجية) والاعداد التى لا تقبل القسمة على ٢ تسمى اعدادا وترية (فردية) فعلى ذلك تكون جملة الاعداد الاصلية وهى ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ٦ و ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ و ١١ و ١٢ الخ مؤلفة من اعداد شفعية وهى ٢ و ٤ و ٦ و ٨ و ١٠ و ١٢ الخ ومن اعداد وترية وهى ١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ الخ (٤٢) باقى قسمة اى عدد على ٥ هو عين باقى قسمة اول رقم من الجهة

المتقى على ٥

وبين هذه الخاصية كالمقدمة يكون بتحليل العدد المذكور الى جزئين أحدهما ينتهي بصفر ويقبل القسمة على ١٠ فيقبل بالضرورة القسمة على عدد ٥ الذي هو قاسم لعدد ١٠ (كما في الخاصية الخامسة من غرة ٤٠) وثانيهما هو رقم أحاد العدد المذكور

فعلى هذا يكون باقى قسمة ٣٥٩ على ٥ هو عين باقى قسمة ٩ على ٥ أعنى ٤

وبناء على هذا يكتفى في كون العدد قابلا للقسمة على ٥ أن يكون أول ارقامه من الجهة اليمنى قابلا للقسمة على ٥ أو يكون صفرا وهذا يستلزم أن رقم الآحاد يكون ٥ أو صفرا

تنبيه * يكتفى في البرهنة بالطريقة السابقة على أن العدد يكون قابلا للقسمة على ٢ أو على ٤ أعنى على ٤ أو ٢٥ أن العدد الذي يدل عليه الرمان الأولان من الجهة اليمنى يكون قابلا للقسمة على ٤ أو ٢٥ ويكتفى أيضا في كون العدد قابلا للقسمة على ٢ أو على ٤ أعنى على ٨ أو ١٢٥ أن العدد الذي تدل عليه الأرقام الثلاثة التي من الجهة اليمنى يكون قابلا للقسمة على ٨ أو ١٢٥ وهلم جرا

مثلا حيث انه يمكن تحليل ٣٤٧٦ الى ٣٤٠٠ + ٧٦ أو الى ٣٤ × ١٠٠ + ٧٦ وعدد ٣٤ × ١٠٠ يقبل القسمة على ٤ و ٢٥ الذين هما قاسما لعدد ١٠٠ كما في الخاصية الخامسة من غرة ٤٠ فباقى قسمة ٣٤٧٦ على ٤ أو ٢٥ هو عين باقى قسمة ٧٦ على ٤ أو على ٢٥ وحيث ان عدد ٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥ فالعدد ٣٤٧٦ يقبل القسمة على ٤ ولا يقبل القسمة على ٢٥

(٤٣) يلزم في ايجاب باقى قسمة أى عدد على ٩ ان نضم ارقام العدد المذكور الى بعضها فان كان المجموع أقل من ٩ كان هو الباقى المطلوب

وان كان مساويا للعدد ٩ كان الباقي صفرا وان تجاوز ٩ أجر بنا عليه العملية بجميع ارقامه كما أجر بناها على العدد المقروض وهكذا حتى توصل الى مجموع لا يتجاوز ٩ فتي كان المجموع الاخير اقل من ٩ دل على الباقي المطلوب وان ساوى ٩ كان ذلك الباقي صفرا على هذا يكون العدد المقروض قابلا للقسمة على ٩ تحقيقا

ولاجل البرهنة على هذه الخواص يلاحظ أولا أن الواحد النوع باصغر يكون مكرر ٩ مضافا اليه ١ لان

$$١ + ٩ = ١٠$$

$$١٠٠ = ٩٩ + ١ = ٩٩ + ١ \times ١١ = ١٠٠٠ = ٩٩٩ + ١ = ٩٩٩ + ١ \times ١١١ = ١٠٠٠٠$$

وينتج من ذلك ان كل رقم معنوي يتبع بعدة اصفار يدل على مكرر ٩ مضافا اليه هذا الرقم

مثلا حيث ان ١٠٠٠ هو مكرر ٩ مضافا اليه ١ يكون ٧٠٠٠ الحاصل من ضرب ١٠٠٠ في ٧ مؤلفا من مكرر ٩ سبع مرات مضافا اليه ٧ في ١ أعني من مكرر ٩ مضافا اليه ٧

وذلك لان مساوية $١٠٠٠ = ١١١ \times ٩ + ١$ يتصل منها

$$٧ \times ١٠٠٠ \text{ او } ٧٠٠٠ = ٧ \times ٩ \times ١١١ + ٧ \times ١ = ٧٧٧ \times ٩ + ٧$$

وحيث ان كل عدد يساوي مجموع الاعداد المعبر عنها بارقامه على اختلافها وكل رقم معنوي يدل بوضعه على مكرر ٩ مضافا اليه هذا الرقم ينتج

من ذلك أن أي عدد يساوي مجموع مكررات ٩ مضافا اليه مجموع الارقام المعنوية المؤلفة منها العدد المذكور وحيث ان مجموع مكررات ٩ هو أيضا

مكرر ٩ كافي الخاصة الرابعة من غرة (٤٠) ظهر لنا أن أي عدد صحيح يكون مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية

$$٣٥٧ = ٣٠٠ + ٥٠ + ٧$$

لكن حيث انه بموجب ما تقدم يكون ٣٠٠ مكرر ٩ مضافا اليه ٣ ٥٠ مكرر ٩ مضافا اليه ٥ يكون بالضرورة ٣٥٧ مؤلفا

من مكررى ٩ مضافا اليهما ٣ + ٥ + ٧ أعنى أن ٣٥٧
يكون مكرراً ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذى هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧
وحيث ان كل عدد صحيح هو مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية
فباقى قسمة أى عدد على ٩ هو عين باقى قسمة مجموع ارقامه المعنوية
على ٩ كفاى غرة ٣٦

وبناء على ذلك اذا كان المجموع المذكور اقل من ٩ يكون دال على باقى قسمة
العدد المقروض على ٩ واذا كان مساويا للعدد ٩ يكون العدد المذكور
مكرراً ٩ فاذن يكون باقى قسمة هذا العدد على ٩ صفرا وان زاد المجموع
على ٩ أجرينا العملية على العدد الجديد كما أجريناها على العدد المقروض
وبهذه الكيفية تثبت الخاصية المذكورة

مثلاحيث ان ٣٥٧٠ هو مكرر ٩ مضافا اليه عدد ١٥ الذى
هو مجموع ارقام ٣ و ٥ و ٧ فباقى قسمة ٣٥٧٠ على ٩
هو عين باقى قسمة ١٥ على ٩ كفاى غرة ٣٦ لكن حيث ان ١٥
هو مكرر ٩ مضافا اليه عدد ٦ الذى هو مجموع رقمى ١ و ٥
فعدد ٣٥٧٠ هو حينئذ مكرر ٩ مضافا اليه ٦ فاذن عدد ٦
هو باقى قسمة ٣٥٧٠ على ٩

تنبيهان * الاول يمكن أن تحذف جميع التسعات التى توجد عند جمع الارقام
المعنوية من أى عدد مقروض حيث ان تلك التسعات تدل على مكررات ٩
فعلى هذا لاجل تفصيل باقى قسمة ٧٩٨٩٠٥٦٠ على ٩ تجمع أولا
أرقام ٧ و ٨ و ٥ و ٦ فيحصل ٢٦ ثم تجمع رقمى ٢
و ٦ فيحصل ٨ فعلى هذا يكون ٨ هو الباقى المطلوب

وكذلك يلزم لاجل ايجاد باقى قسمة ٢٠٤٧٩٨٠٦ على ٩ أن تجمع
أرقام ٢ و ٤ و ٧ و ٨ و ٦ فيحصل ٢٧ وحيث
ان مجموع رقمى ٢٧ يساوى ٩ فالعدد المقروض يقبل القسمة
على ٩

وبموجب ما تقدم يكتفى في معرفة كون العدد يقبل القسمة على ٩ أن يكون مجموع أرقامه مكرر ٩

التبیه الثاني باقى طرح أى عددین مؤلفین من أرقام معنوية متعددة الصورة هو مكرر ٩ لانه حيث كانت باقى تقاسیم هذين العددين على ٩ متساوية فإن طرح من كل من العددين المقروضين باقى قسمتهما على ٩ فالتبقيتان الحاصلتان هما مكرر ٩ فبناء على ذلك يكون فاضلهما مكرر ٩ كما فى الخاصية الثانية من غمرة ٤٠ ويكون هذا الباقي هو عين باقى العددين المقروضين كما فى غمرة ١٤ مثلا عدد ٣٩٦ الذى هو فاضل عددى ٧٠٣ و ٣٠٧ هو مكرر ٩ (وقر على ذلك ما أشبهه)

(٤٤) اذا كان المطلوب تحصيل باقى قسمة أى عدد على ٣ فالتك تضم ارقامه المعنوية الى بعضهما فان زاد المجموع على ٩ جمعت ارقامه وهكذا استمر فى الجمع على التوالي حتى توصل الى جلة لا تتجاوز ٩ وهذا المجموع الاخير الذى يطرح منه المكرر الاكبر لعدد ٣ الممكن وجوده فيه يدل على الباقى المطلوب وعند جمع الارقام المعنوية يمكن حذف اعداد ٣ و ٦ و ٩ التى هى مكررات قاسم ٣

وذلك لانه قد ثبت آنفا أن كل عدد هو مكرر ٩ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وحيث ان ٣ يقسم ٩ فكل مكرر ٩ يكون أيضا مكرر ٣ فاذا ن يكون أى عدد هو مكرر ٣ مضافا اليه مجموع ارقامه المعنوية وبناء على هذا يكون باقى قسمة أى عدد على ٣ هو عين باقى قسمة مجموع ارقامه المعنوية على ٣ كما فى غمرة ٣٦ ومن هذا نتج القاعدة المذكورة

فحينئذ لاجل ايجاد باقى قسمة ٥٢٦٩٠٢٦٠٧ على ٣ يلزم جمع رقى عدد ١٤ الذى هو مجموع ارقام ٥ و ٢ و ٧ و يطرح ٣ من عدد ٥ الذى هو مجموع رقى ١ و ٤ فيكون ٢ هو باقى قسمة العدد المقروض على ٣

وحيث كان عدد ١٥ الذى هو مجموع ارقام عدد ٥٧٢١ هو مكرر ٣

يكون العدد المفروض قابلا للقسمة على ٣

فبناء على ما تقدم يلزم لاجل أن يكون العدد قابلا للقسمة على ٣ أن يكون مجموع ارقامه مكرر ٣

(٤٥) لاجل ايجاد باقى قسمة أى عدد على ١١ يلزم تحصيل مجموعين أحدهما يتألف من جمع ارقام المنازل الوترية بالابتداء من الجهة اليمنى والثانى من ارقام المنازل الشفعية ثم يطرح المجموع الثانى من المجموع الاول مضافا اليه (أى الى المطروح منه) احد مكررات ١١ اذا اقتضى الحال الاضافة فان كان باقى الطرح أقل من ١١ دل ذلك على أنه باقى قسمة العدد المفروض على ١١ وان لم يكن أقل من ١١ أجريت عليه العملية كما أجريتها على العدد المفروض وهكذا حتى تتوصل الى باقى يكون أقل من ١١ وهذا الباقى الأخير هو الباقى المطلوب وان كان صفر ادل على ان العدد المفروض يقبل القسمة على ١١

ولنبين هنا أنه متى ابتدأ فى أى عدد من الجهة اليمنى دل كل من احاد ارقام المنزلة الوترية على مكرر ١١ مضافا اليه ١ ودل أيضا كل من آحاد ارقام المنزلة الشفعية على مكرر ١١ ناقصا ١ فنقول
أولا آحاد المنزلة الوترية بالابتداء من المرتبة الثالثة هى عبارة عن ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ الخ فاذن يكون

$100 = 99 + 1$ و $1000 = 999 + 1$ و $10000 = 9999 + 1$ الخ
وحيث ان ٩٩ يقبل القسمة على ١١ فاعداد ٩٩٩٩ و ٩٩٩٩٩٩ وغيرهما المولفة من تسعات شفعية تقبل بالضرورة القسمة على ١١ وذلك لان

$9999 = 9900 + 99$ و $999999 = 990000 + 9900 + 99$ الخ
ويمكن أيضا أن نعتبر آحاد الرتبة الاولى كأنها مكرر ١١ مضافا اليه ١ لان $1 = 0 \times 11 + 1$ فندل حيثئذ الآحاد المختلفة من المنزلة الوترية على مكررات ١١ مضافا اليها ١

ثانياً آحاد المنزلة الشفعية بالابتداء من الرتبة الرابعة هي عبارة عن ١٠٠٠
 و ١٠٠٠٠ الخ أعني ١٠×١٠٠ و ١٠×١٠٠٠٠ الخ
 فعلى ذلك تحصل مقاديرها بطريقة مشابهة للطريقة السابقة في آحاد المنزلة
 الوزية وذلك بضرب ١٠ في التساوية الآتية وهي $٩٩ = ١٠٠$
 $١ + ٩٩٩٩ = ١٠٠٠٠$ الخ فيكون ١٠٠٠
 $٩٩٠ + ١٠ = ١٠٠٠٠٠$ الخ
 وحيث ان $١٠ = ١١ - ١$ يكون حينئذ بالضرورة
 $١٠ = ١١ - ١$ و $١٠٠ = ٩٩٠ + ١٠$ و $١٠٠٠٠ = ٩٩٩٩٠ + ١٠٠$ الخ
 وحيث ان اعداد ٩٩٠ و ٩٩٩٩٠ ونحوهما تقبل القسمة على
 ١١ بموجب ما تقدم في الصورة الاولى فجميع آحاد المنزلة الشفعية تدل
 على مكثرات ١١ ناقصة ١

وبناء على هذا حيث ان كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الوزية هي عبارة عن
 مكثر ١١ مضافا اليه ١ ينتج أن كل رقم معنوي من المنزلة الوزية
 يدل بوضعه على مكثر ١١ مضافا اليه الرقم المذكور
 ولنخلل لذلك بعدد ٢٧٤٨ فنقول حيث ان الرقم الثالث من هذا العدد
 وهو ٧ يدل على ٧ آحاد من الرتبة الثالثة أو ٧ مآت أو ٧٠٠
 وان ١٠٠ هي مكثر ١١ مضافا اليه ١ تكون ٧ مآت مؤلفة
 من مكثر ١١ المذكور سبع مرات مضافا اليه ٧ في ١ أعني من
 مكثر ١١ مضافا اليه ٧

وأيضاً حيث ان كل وحدة من آحاد رقم المنزلة الشفعية هي عبارة عن مكثر
 ١١ ناقصا ١ ينتج من ذلك أن كل رقم معنوي من المنزلة الشفعية يدل
 بوضعه على مكثر ١١ ناقصا الرقم المذكور
 ويستنتج من هاتين الخاصيتين الأخيرتين أن كل عدد يكون مكثر ١١
 مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوزية مطروحاً منه مجموع ارقام المنازل الشفعية
 لأنه لما كانت الاعداد المعبر عنها بأرقام المنازل الوزية بمكثرات ١١

مضافا اليها تلك الارقام بالتوالي يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل
الوزية متواليا من مجموع مكبرات ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوزية
ويؤلف هذا الى مكتر ١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوزية وبمثل هذا
يكون العدد المعبر عنه بجملة ارقام المنازل الشفعية هو مكتر ١١ ناقصا
مجموع هذه الارقام وبإضافة هذين الجزئين المركب منهما العدد المقروض الى
بعضهما يتألف من مجموع ارقام المنازل الوزية وارقام المنازل الشفعية مكتر
١١ مضافا اليه مجموع ارقام المنازل الوزية مطروحا منه مجموع ارقام المنازل
الشفعية

واذا لم يكن مجموع ارقام المنازل الشفعية أقل من مجموع ارقام المنازل الوزية
يمكن طرح المجموع الثاني من الاول ويكون العدد المقروض هو مكتر ١١
مضافا اليه باقي طرح هذين المجموعين وحينئذ يكون باقي قسمة هذا الفرق
على ١١ هو عين باقي قسمة العدد المقروض على ١١ كافي غرة ٣٦
ومتى كان مجموع ارقام المنازل الوزية أقل من مجموع ارقام المنازل الشفعية فان
هذه الصورة ترجع الى المتقدمة بأن يضاف الى المجموع الاول احد مكبرات
١١ على قدر الحاجة لان هذا يؤلف الى اضافة مكتر ١١ المذكور
الى العدد المقروض ولا يغير بذلك باقي قسمة هذا العدد على ١١
كافي غرة ٣٦

حينئذ تنتج القاعدة المذكورة مما تقدم

وبوجب هذه القاعدة يكون باقي قسمة ٦٢٤١٠ على ١١ هو

$$+ ٤ + ٦ \text{ مطروحا منه } ١ + ٢ \text{ أو } ١٠ - ٣ \text{ أو } ٧$$
وكذلك يكون باقي قسمة ٦٢٤١ على ١١ هو ١ + ٢ + ١١
مطروحا منه ٤ + ٦ أو ١٤ - ١٠ أو ٤ وكذلك باقي
قسمة ٨٢٧٠٨١٩٢٠ على ١١ هو ٨ + ٧ + ٨ + ٩
مطروحا منه ٢ + ١ + ٢ أو ٣٢ - ٥ أو ٢٧ أو ٧
- ٢ و ٥

ولاجل أن يكون العدد قابلا للقسمة على ١١ يكفي أن يكون الفرق الذي بين مجموع ارقام المنازل الوترية والشعبية مكرر ١١ أو صفرا لانه ينتج من القاعدة المتقدمة أن باقى قسمة هذا العدد على ١١ يكون صفرا

مثلا اذا كان ١٧٠٨١٩ هو العدد المقروض فجمع ٩ و ٨ و ٧ التي هي ارقام المنازل الوترية فتكون جملها ٢٤ وجمع أيضا ١ و ٠ و ١ التي هي ارقام المنازل الشعبية فتكون الجمل ٢ وحيث ان ٢٢ الذى هو فرق هذين المجموعتين هو ~~مكرر~~ ١١ فعدد ١٧٠٨١٩ يقبل بالضرورة القسمة على ١١

(٤٦) متى قسم عدنان وحاصل ضرب ساعد واحد تحصل من ذلك ثلاثة بواقي فان كان حاصل ضرب الباقيين الاوئين أقل من المقسوم عليه كان مساويا للباقي الثالث وان لم يكن أقل من المقسوم عليه فاستنقص منه أكبر مكررات المقسوم عليه المتصرفية فتكون النتيجة حينئذ مساوية للباقي الثالث

ولاجل ابضاح ذلك نفرض أن العددين هما ٣١ و ٦٥ وأن المقسوم عليه ٩ فحيث ان ٤ و ٢ هما باقيا قسمة هذين العددين على ٩ كما في غرة ٤٣ يكون

٣١ مكرر ٩ مضافا اليه ٤

و ٦٥ مكرر ٩ مضافا اليه ٢

وحيث ان حاصل ضرب ٣١ في ٦٥ مؤلف من ٤ حواصل جزئية ناتجة من ضرب كل من جزئ المضروب في كل من جزئ المضروب فيه أعنى من حاصل مكررى ٩ ومن حاصل ٢ في مكرر ٩ ومن حاصل ٤ في مكرر ٩ ومن حاصل ٤ في ٢ يكون حينئذ مجموع الحواصل الاربعة الدال على حاصل ضرب ٣١ في ٦٥ هو مكرر ٩ مضافا اليه ٢ في ٤ كما في الخاصية الثالثة من غرة (٤٠) فاذن يكون ٢٠١٥ هو حاصل ضرب ٣١ في ٦٥ ويكون باقى قسمة هذا الحاصل على ٩

هو $٢ + ١ + ٥$ أو ٨ أو ٤×٢

وحيث انه يمكن تطبيق تلك البراهين على اعداد أخرى ايما كانت فان الخاصية المذكورة تثبت لها أيضا

(٤٧) خواص غرة ٤٣ و ٤٥ و ٤٦ تؤدي الى طريقة مختصرة جدا في اختبار الضرب بواسطة عددي ٩ و ١١

فاذا اردت عمل الميزان بواسطة ٩ فانك تبحث عن بواقي قسمة كل من المضروب والمضروب فيه والحاصل على المقسوم عليه الذي هو ٩ فان كان حاصل ضرب الباقيين الاولين ناقصا كبر مكررات المقسوم عليه الذي يمكن ان يحصل فيه مساويا للباقي الثالث كانت العملية صحيحة والا فلا

وطريقة الميزان بواسطة ١١ شبيهة بهذه الطريقة ولتتل ذلك البين المثال الاول أن يكون المطلوب تحقيق \equiv كون ٤٧٢٨٧٨ هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٣٤

فلاجل عملية الميزان بواسطة ٩ تبحث عن بواقي قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ٩ فتجد البواقي هي ٠ و ٦ و ٠ وحيث كان ٠ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مساويا للباقي الثالث فالضرب حينئذ صحيح لاخطأ فيه

ولاجل عملية الميزان بواسطة ١١ تبحث عن ٦ و ٩ و ١٠ التي هي بواقي قسمة كل من اعداد ٥٦٧ و ٨٣٤ و ٤٧٢٨٧٨ على ١١ وحيث كان ٥٤ الذي هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مطروحا منه ١١ في ٤ مساويا للباقي الثالث الذي هو ١٠ فالضرب أيضا صحيح لاخطأ فيه

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحقيق كون ٢٤٤٥١ هو حاصل ضرب ٣٢٦ في ٧٥

فلاجل عملية الميزان بواسطة ٩ تبحث عن ٢ و ٣ و ٧ التي هي بواقي قسمة كل من اعداد ٣٢٦ و ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ٩

وحيث ان ٦ الذى هو حاصل ضرب الباقيين الاولين غير مساو للباقي الثالث وهو ٧ فالعملية بالضرورة فاسدة

ولاجل غلبة الميزان بواسطة ١١ تبحت عن ٧ و ٩ و ٩ التى هى باقى قسمة ٣٢٦ من ٧٥ و ٢٤٤٥١ على ١١ وحيث ان ٦٣ الذى هو حاصل ضرب الباقيين الاولين مطروحاً منه $11 \times 5 = 55$ غير مساو للباقي الثالث الذى هو ٩ فالحاصل الذى هو ٢٤٤٥١ غير صحيح

• (تنبيه) • حيث ان باقى قسمة اى عدد على ٩ لا يتغير متى كبر او صغر هذا العدد بقدر مكرر ٩ فانه ينتج من ذلك أنه اذا اتفق أن غلطات العملية تكون على وجه بحيث ان الخطأ الكلى الحاصل فى نتيجة الضرب يكون مكرر ٩ لم يظهر الميزان بواسطة ٩ الخطأ المذكور

مثلاً اذا ضربنا ٤٧ فى ١٢ ووجدنا الحاصل ٥٨٢ لم يدل الميزان بواسطة ٩ على خطأ فى العملية مع أن النتيجة قد سكبت بقدر ٩ $2 \times 9 = 18$

ومثل هذا لا يحتمل الميزان بواسطة ١١ اذا كانت الغلطات المتحصلة على وجه بحيث يكبر الحاصل الناتج او يصغر بقدر مكرر ١١

وحيث ان المقسوم ناقص الباقي الاخير يادى حاصل ضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة فالطريقة المتقدمة تؤدى الى اجراء عملية ميزان القسمة بواسطة ٩ و ١١

ومنى علمنا الميزان بواسطة ٩ و ١١ ولم يدل على غلط فى العملية كانت النتيجة صحيحة بالكسبة لانه ان كان هناك خطأ فلا يمكن أن يكون الا مكرر ٩ $11 \times 9 = 99$ (كافى مرة ٥٩)

مثلاً لنفرض أن المطلوب تحقيق كون ٤٧٢٣٧٣ هو حاصل ضرب ٥٦٧ فى ٨٢٤

فالميزان بواسطة ٩ و ١١ لا يدل على خطأ فى العملية ومع ذلك فقد

٤٧٢٢٧٣ ليس هو حاصل ضرب ٥٦٧ في ٨٢٤ لان الحاصل الصحيح هو ٤٧٢٨٧٨ فاذن الخطأ المتحصل هو ٤٧٢٢٨٢ —
٤٧٢٨٧٨ اى ٩٩ × ٥

(الفصل الثالث)

في الاعداد الاولى والقاسم الاعظم المشترك وخواص القواسم الاولى والبحث عن قواسم الاعداد وعن خواص تلك القواسم

(٤٨) العدد الاول هو الذى لا يقبل القسمة الا على نفسه وعلى الواحد وخواصه ثلثي ٤٠ و ٤٥ وما بينهما تكون وسيلة الى ايجاد الاعداد الاولى وذلك لانه بموجب الخواص المذكورة تكون الاعداد المنتهية برقم من ارقام ٠ و ٢ و ٤ و ٦ و ٨ قابلة للقسمة على ٢ وتكون الاعداد المنتهية برقم ٥ قابلة للقسمة على ٥ وكل عدد مجموع ارقامه مكرر ٣ فهو قابل للقسمة على ٣ وكل عدد كان الفرق بين مجموع ارقام منازل الكسفية ومجموع ارقام منازل الوترية مكرر ١١ او صفرا فهو قابل للقسمة على ١١ فاذن لا يكون احده هذه الاعداد اوليا (ماعداد ٢ و ٣ و ٥ و ١١) خيفة من ان يلزم البحث عن الاعداد الاولى الا في اعداد

٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩
و ٢٣ و ٢٩ و ٣١ و ٣٧ و ٤١ و ٤٣ و ٤٧
و ٤٩ و ٥٣ و ٥٩ و ٦١ و ٦٧ و ٧١ و ٧٣
و ٧٩ و ٨٣ و ٨٩ و ٩١ و ٩٧ و ١٠١ و ١٠٣
و ١٠٧ و ١٠٩ و ١١٣ و ١١٩ و ١٢٧ و ١٣١
و ١٣٣ و ١٣٧ و ١٣٩ و ١٤٩ و ١٥١ و ١٥٧
و ١٦١ و ١٦٣ و ١٦٧ و ١٦٩ و ١٧٣ و ١٧٩
و ١٨١ و ١٩١ الخ

وكذلك الاعداد التي لا تقبل القسمة على عدد من الاعداد الاولى التي هي اقل من نصفها تكون ايضا اعدادا اولية لان العدد لا يمكن أن يقبل القسمة على

كان فرقهما وهو ١ قابلا للقسمة على العامل المذكور كما في الخاصية الثالثة من غرة ٤٠ وهذا مستحيل

والعوامل والقواسم التي هي اعداد اولية تسمى أيضا بالعوامل الأولية والقواسم الأولية فحيث ٣٥ هو حاصل ضرب عاملي ٥ و ٧ الاولين و ٥ و ٧ هما القاسمان الاوليان لعدد ٣٥

(٤٩) اكبر جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد يسمى القاسم المشترك الاعظم لهذه الاعداد

ولنبين اولا كيفية استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين فنقول لاجل توضيح ذلك نفرض عددي ٤٨ و ١٨ فحيث ان قاسمها المشترك الاعظم لا يتجاوز ١٨ يؤل الامر الى قسمة ٤٨ على ١٨ لانه في صورة ما اذا اجرينا عملية القسمة بدون باق يكون ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب ولا يتبقى ذلك في مثالنا هذا لان خارج قسمة ٤٨ على ١٨ هو ٢ وبقي ١٢ فاذن يكون $48 = 18 \times 2 + 12$ كما في غرة (٣٠) وينتج من هذه المساوية ومن خواص غرة (٤٠) أن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢ وذلك لان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ يقسم كلا من المجموع الذي هو ٤٨ واحدا جزائه وهو 18×2 (كما في الخاصية الخامسة من غرة ٤٠) فاذن يقسم الجزء الثاني وهو ١٢ كما في الخاصية السادسة من غرة (٤٠) وأيضا حيث ان كل قاسم مشترك بين ١٨ و ١٢ يقسم كلا من جزئي 18×2 و ١٢ يلزم حينئذ أن يقسم المجموع وهو ٤٨ كما في الخاصية الاولى من غرة (٤٠) فتكون حينئذ القواسم المشتركة بين ٤٨ و ١٨ هي عين القواسم المشتركة بين ١٨ و ١٢ فعلى هذا يكون القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٨ و ١٢

وحيث انه يمكن تعاقب تلك البراهين على اعداد اخر ايضا كانت فان كل قاسم

مشارك بين عددين يقسم باقي قسمتهما وكل قاسم مشترك اعظم بين عددين هو
 عين القاسم المشترك الاعظم بين امة غرهما وباقي قسمة الاكبر على الاصغر
 فتول المسئلة حينئذ الى البحث عن استخراج القاسم المشترك الاعظم بين
 ١٨ و ١٢ ولاجل تصحيه نقسم ١٨ على ١٢ فيكون خارج
 القسمة ١ ويبقى ٦ الا ان القاعدة التي ذكرناها تقتضي ان القاسم المشترك
 الاعظم بين ١٨ و ١٢ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ١٢
 و ٦ فاذاً يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم الاخير لان ٦ تقسم
 ١٢ فعلى هذا يكون ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وقد
 جرت العادة بوضع مودة العملية على هذا الاسلوب

خارج القسمة			
٢	١	٢	٤٨
٦	١٢	١٨	٣٦
	١٢	١٢	١٢
	٠٠	٠٦	
		بقا	

(٥٠) متى اردت استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عددين ابانما كانا
 فاقسم العدد الاكبر على الاصغر فان كان الباقي صفراً كان العدد الاصغر
 هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب وان بقي باقي فاقسم امة غر العدد
 المقروصين على هذا الباقي فان كان باقي هذه القسمة صفراً كان الباقي الاول هو
 القاسم المطلوب والا فاقسم الباقي الاول على الباقي الثاني فان كان الباقي الثالث
 صفراً كان الباقي الثاني هو القاسم المطلوب والا فاقسم الباقي الثاني على الباقي
 الثالث وهكذا حتى تقسم البواقي المتتالية على بعضها حتى تصل الى
 خارج قسمة صحيح فيكون الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم قسمة صحيحة هو
 القاسم المشترك الاعظم المطلوب

(٥١) يستنتج من براهين غرة ٤٩ أن كل قاسم مشترك بين عددين
 يقسم البواقي المتتابعة التي تحصل عند البحث عن القاسم المشترك الاعظم
 وأن القاسم المشترك الاعظم بين عددين هو عين القاسم المشترك الاعظم بين

باقين متباينين ابائما كانا وينبغي على ذلك نتائج
الاولى كل باق يقسم الباقي المتقدم عليه قسمة صحيحة فهو القاسم المشترك الاعظم
بين العددين المقروضين

الثانية كل قاسم مشترك بين عددين فهو قاسم لقاسمهما المشترك الاعظم
الثالثة اذا بقي باق مساو لواحد او بقي باقيان متواليان وكانا اوليين معا وبقي
باق واحد وكان اوليا ولا يقسم الباقي المتقدم عليه فانه في هذه الصور لا يكون
للعدين المقروضين قاسم مشترك غير الواحد ويكون هذان العددان
اوليين معا

الرابعة اذا كان هناك عددان اوليان معا فان البحث عن قاسمهما المشترك
الاعظم يؤدي بالضرورة الى باق مساو لواحد

(٥٢) عدد القسم التي تحصل لاجل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين
عددين لا يتجاوز اقل من نصف اصغر العددين المقروضين

وذلك انه متى وصلنا الى باقين متواليين تفاضلهما ١ فبقسمة احدهما
على الآخر يصير الباقي ١ وهذا يدل على أن العددين المقروضين ايسرهما
عامل مشترك وعليه فمضى كان للعددين المقروضين قاسم مشترك غير الواحد فان
البواقي المتوالية تنقص اقل ما يكون في كل قسمة اثنين من الاحاد

(٥٣) يستنتج من قواعد غرقى ٢٧ و ٥٠ أنه متى علمت البواقي

المتوالية المتحصلة من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين عددين وكان
المطلوب تحصيل البواقي التي يتوصل بها الى البحث عن القاسم المشترك الاعظم
بين حاصل ضرب هذين العددين في عدد مفروض يكفي في ذلك ضرب جميع
البواقي المتحصلة من العملية الاولى في العدد المفروض

وعليه فيقال حيث ان البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨
يؤدي الى باقين هما ١٢ و ٦ يعلم ان البحث عن القاسم المشترك الاعظم
بين ٤٨ × ٧ و ١٨ × ٧ يؤدي الى باقين هما ١٢ × ٧

٧ × ٦ و

تنبه • حيث ان الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه هو القاسم المشترك
الاعظم بين عددين يراد استخراج قاسمهما المشترك الاعظم كافي الخاصة الاولى
من غرة ٥١ يستخرج من قاعدة الثمرة المذكورة هنا أنه متى وجد القاسم
المشترك الاعظم بين عددين واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين حاصل
ضرب هذين العددين في عدد مقروض يكفي في ذلك ضرب القاسم المشترك
الاعظم المتحصل في العدد المقروض

مثلا حيث ان ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ يعلم
أن القاسم المشترك الاعظم بين ٧ × ٤٨ و ٧ × ١٨ هو ٦
٧ × لأنه حيث كان البحث عن اول قاسم مشترك اعظم يؤدي الى باقى هو
عدد ٦ الذى يقسم ١٢ وهو الباقي المتحصل من القسمة المتقدمة
فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٧ × ٤٨ و ٧ × ١٨
يؤدي بالضرورة الى باقىين هما ٧ × ١٢ و ٧ × ٦ اللذان يقبل
احدهما القسمة على الآخر حيث ان عدد ٦ قسم ١٢ فحينئذ يكون
٧ × ٦ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٧ × ٤٨ و ٧ × ١٨
كافي الصورة الاولى من غرة ٥١

(٥٤) وبما تقدم يسهل استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد
• مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨
و ١٥ يبحث اولاً عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ وهو
٦ وعن القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهو ٣ فيكون
العدد الاخير هو القاسم المشترك الاعظم المطلوب لانما كان كل قاسم مشترك
بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ ايضا يقسم ٦
كافي الصورة الثانية من غرة ٥١ وحينئذ فهو قاسم لعددي ٦ و ١٥
لكن حيث ان عدد ٦ هو العامل بين ٤٨ و ١٨ فكل قاسم
مشترك بين ٦ و ١٥ يقسم ٤٨ و ١٨ و ١٥ فاذن يكون

القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥

وعليه فالقاسم المشترك الاعظم بين ثلاثة اعداد هو عين القاسم المشترك الاعظم بين احدها والقاسم المشترك الاعظم بين العددين الاخرين منها

وحيث ان كل قاسم مشترك بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ يقسم ٦ و ١٥ فهو ايضا يقسم القاسم المشترك الاعظم بين ٦ و ١٥ وهذا القاسم المشترك الاخير هو عين القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥

فاذن كل قاسم مشترك بين ثلاثة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم ومتى اريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين عدة اعداد يكفي في ذلك أن يبحث بالتوالي عن القاسم المشترك الاعظم بين الاول والثاني ثم عن القاسم المشترك الاعظم بين القاسم المشترك الاعظم المتحصل والعدد الثالث وهكذا حتى يتوصل الى آخر الاعداد المقروضة فيكون القاسم المشترك الاعظم المتحصل من العملية الاخيرة هو القاسم المشترك الاعظم بين الاعداد المقروضة وزيادة على ذلك كل قاسم مشترك بين عدة اعداد يقسم قاسمها المشترك الاعظم وبهذه الكيفية يعلم أن عدد ١٨ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٩٠ و ١٢٦ و ٥٤٠ -

(٥٥) متى علم القاسم المشترك الاعظم بين اعداد مختلفة واريد استخراج القاسم المشترك الاعظم بين الحواصل الناتجة من ضرب هذه الاعداد في عدده مقروض يكفي في ذلك ضرب اول قاسم مشترك اعظم في العدد المقروض وهذه الخاصية ناتجة من القواعد المقررة في غرقى ٥٤ و ٥٣

مثلا اذا كان المطلوب استخراج القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ فموجب القاعدة المقررة في غرة ٥٤ يبحث أولا عن القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨ فيكون عدد ٦ الباقي الذي يقسم الباقي المتقدم عليه وهو ١٢ هو القاسم المشترك الاعظم بين ٤٨ و ١٨

ثم يبحث عن القاسم المشترك الأعظم بين ٦ و ١٥ فيكون القاسم المشترك
الأعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ هو عدد ٣ الباقي الذي يقسم الباقي
المتقدم عليه وهو ٦ بقسمة صحيحة

فاذا ضربنا الآن كل من اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ الثلاثة في ٧
نتج من تنبيه غمرة ٥٣ أن القاسم المشترك الأعظم بين ٤٨ \times ٧
و ١٨ \times ٧ هو ٧ \times ٦ وأن القاسم المشترك الأعظم بين ٧ \times ٦
و ١٥ \times ٧ هو ٧ \times ٣ فاذن يكون القاسم المشترك الأعظم بين
اعداد ٤٨ \times ٧ و ١٨ \times ٧ و ١٥ \times ٧ هو ٧ \times ٣ كما
في غمرة (٥٤) وبذلك يثبت المطلوب

(٥٦) اذا قسمت عدة اعداد على قاسمها المشترك الأعظم لم تكن خوارج
القسمة قابلة للقسمة على قاسم مشترك واحد
مثلا اذا قسمت اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على قاسمها المشترك الأعظم
الذي هو ٣ فخوارج القسمة وهي ١٦ و ٦ و ٥ لا تقبل القسمة
على قاسم واحد اذ لو فرض انها قاسم مشترك اعظم كعدد ٢ مثلا كانت
تلك الاعداد الناجمة من ضرب ١٦ و ٦ و ٥ في ٢ قابلة للقسمة
على القاسم المشترك الأعظم وهو ٢ \times ٣ كما في غمرة ٥٥ وهو خلاف
القاعدة

وكذلك الحكم في صورة ما اذا قسمت عدة اعداد مفروضة على عدد واحد فان
خوارج القسمة فيها لا تقبل القسمة على قاسم مشترك واحد وانما العدد الذي
استعمل قاسما يكون هو القاسم المشترك الأعظم بين هذه الاعداد المفروضة
مثلا حيث ان قسمة اعداد ٤٨ و ١٨ و ١٥ على ٣ لا تقبل
خوارجها وهي ١٦ و ٦ و ٥ القسمة على قاسم مشترك واحد
فعدد ٣ هو القاسم المشترك الأعظم بين ٤٨ و ١٨ و ١٥ لانه
لما كان القاسم المشترك الأعظم بين خوارج القسمة التي هي ١٦ و ٦
و ٥ هو ١ كان القاسم المشترك الأعظم بين المواصل التي هي ٤٨

و ١٨ و ١٥ الناتجة من ضرب تلك الخواارج في ٢ هو ١×٣
كافي غرة ٥٥ او ٣

(٥٧) اذا كان هناك عدد يقسم حاصل ضرب عددين صحيحين فان كان هذا
العدد اوليا مع أحد هذين العاملين فانه بالضرورة يقسم العامل الآخر

مثلا اذا فرضنا أن عدد ٦ يقسم ٢٥×١٢ وكان هذا العدد اوليا
مع ٢٥ فالبحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٢٥ و ٦ يؤدي
الى باق هو ١ كافي النتيجة الرابعة من غرة ٥١ وعليه فالبحث عن القاسم

المشترك الاعظم بين ٢٥×١٢ و ٦×١٢ يؤدي الى باق
هو ١ ١×١٢ او ١٢×١ كافي غرة ٥٣ وحيث فرضنا أن عدد ٦

يقسم ٢٥×١٢ وكان هذا العدد ايضا يقسم ٦×١٢ فالباقي
وهو ١٢ المحصل من البحث عن القاسم المشترك الاعظم بين ٢٥×١٢

و ٦×١٢ يقبل القسمة على ٦ كافي غرة ٥١ وبهذا ثبت القاعدة
المذكورة

(٥٨) كل عدد اولي يقسم حاصل ضرب فهو بالضرورة يقسم اخذ عوامل
ذلك الحاصل

مثلا اذا كان عدد ٧ الاول يقسم حاصل ضرب $٩ \times ١٨ \times ٢٥$
فان كان هذا العدد لا يقسم ٩ كان عدد ٧ وعدد ٩ اوليين معا

وحيث انه يقسم $٩ \times ١٨ \times ٢٥$ لحاصل ضرب ٩
 $٢٥ \times ١٨ \times ٩$ كافي غرة ١٧ فعدد ٧ يقسم هذا الحاصل

ويكون اوليا مع ٩ فاذا كان عدد ٧ يقسم ١٨×٢٥ كافي غرة ٥٧
ويبرهن بذلك على أنه اذا كان عدد ٧ لا يقسم ١٨ الذي هو واحد

عامي حاصل ضرب ١٨×٢٥ فعدد ٧ وعدد ١٨ اوليان معا
فحيث عدد ٧ يقسم ٢٥ كافي غرة ٥٧

تنبيهان * الاول كل قاسم اولي لقوة أي عدد كان فهو بالضرورة قاسم
للعدد المذكور

الثاني القوى المتوالية لعدد ١٠ وهي ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
الح لاقبل القسمة على قواسم اخر اولية غير ٢ و ٥ لانها كان كل قاسم
اولى لاحدى تلك القوى يقسم عدد ١٠ الذى هو حاصل ضرب عددي
٢ و ٥ الاولين معا لا يمكن أن يكون هذا القاسم غير ٢ أو ٥

(٥٩) اذا كان هنالك عدد يقبل القسمة على اعداد اولية مع بعضها مثنى كان
أيضا قابلا للقسمة على حاصل ضربها

مثلا حيث كان عدد ٣٦٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٤ و ٥
و ٩ التى هى اولية مع بعضها مثنى يقال ان العدد المذكور وهو ٣٦٠
يقبل القسمة على حاصل ضرب ٤ × ٥ × ٩ وذلك لانها كان ٣٦٠
يقبل القسمة على ٤ وكان خارج القسمة ٩٠ كان ٣٦٠ =
٤ × ٩٠

وحيث ان عدد ٥ يقسم ٣٦٠ الذى هو حاصل ضرب ٤ × ٩٠
وكان عدد ٥ اوليا مع ٤ فعدد ٥ حينئذ يقسم ٩٠ كفاية غرة ٥٧
ولما كان خارج القسمة ١٨ كان ٩٠ = ٥ × ١٨

وحيث ان عدد ٩ يقسم ٤ × ٩٠ وهو اولى مع ٤ فهو حينئذ
يقسم ٩٠ وبناء على ذلك يقسم أيضا ٥ × ١٨ وحيث انه اولى
مع ٥ فهو حينئذ يقسم ١٨ ولما كان خارج القسمة ٢ كان ١٨
= ٩ × ٢

وهذه المساواة وهى ٩٠ = ٥ × ١٨ تؤل الى ٩٠ = ٢
× ٩ × ٥ وبعوض هذه المساواة الاخيرة تؤل هذه المساواة وهى
٣٦٠ = ٤ × ٩٠ الى

٣٦٠ = ٤ × ٥ × ٩ × ٢ = (٤ × ٥ × ٩) × ٢ كفاية غرة ١٧
وحيث ان عدد ٣٦٠ هو حاصل ضرب ٢ في ٤ × ٥ × ٩
فهو قابل للقسمة على ٤ × ٥ × ٩ وبهذا تثبت القاعدة المذكورة
(٦٠) حيث ان كل عددين اوليين هما دائما اوليان معا فيقتضى غرة ٥٩

ينضح انه متى كانت اعداد اولية تقسم عددا مفروضا تكون حواصل ضرب
هذه الاعداد الاولية مثني او ثلاث الخ قواسم لذلك العدد المقروض

مثلا حيث ان عدد ٢١٠ يقبل القسمة على كل من اعداد ٢ و ٣
و ٥ و ٧ الاولية فحواصل ٢×٣ و ٢×٥ و ٢×٧
و ٣×٥ و ٣×٧ و ٥×٧ و $٢ \times ٢ \times ٣$ و $٢ \times ٢ \times ٥$
و $٢ \times ٢ \times ٧$ و $٢ \times ٣ \times ٥$ و $٢ \times ٣ \times ٧$ و $٢ \times ٥ \times ٧$
و $٣ \times ٥ \times ٧$ تكون قواسم لعدد ٢١٠ المذكور

تنبيه • يؤخذ من هذه القاعدة مع قاعدة في غرة ٤١ و ٤٤ أنه يمكن
في جعل العدد قابلا للقسمة على ٦ أن يكون هذا العدد شفعا وان مجموع
ارقامه يقبل القسمة على ٣ ويكفي في جعله قابلا للقسمة على ١٥
ان مجموع ارقامه يقبل القسمة على ٣ ويكون العدد منتهيا بصفرا و
وقس على ذلك

(٦١) اذا كان هناك عدنان اوليان معا فكل قوة لاحدهما تكون اولية مع
اي قوة لا آخر

مثلا لنفرض ان ١٤ و ٣٣ هما العدنان الاوليان معا فيقال ان ٣
و ٣٣ هما ايضا اوليان معا اذ لو فرض خلاف ذلك لقسهما معا عددا ولي
وعليه فيكون هذا العدد قاسما ايضا للعددي ١٤ و ٣٣ كما في التنبيه
الاول من غرة ٥٨ وهذا خلاف القاعدة

(٦٢) اذا كان هناك عددا ولي مع اعداد اخر فهو ايضا ولي مع حاصل
ضرب تلك الاعداد

مثلا لنفرض ان عدد ٩١ ولي مع كل من اعداد ٦ و ١٢ و ١٥
فيقال ان ٩١ ولي مع $٦ \times ١٢ \times ١٥$ اذ لو فرض خلاف ذلك
لكان هناك عددا ولي يقسم ٩١ و $٦ \times ١٢ \times ١٥$ وعليه
فيقسم هذا العدد احد عوامل ٦ و ١٢ و ١٥ كما في غرة ٥٨
فحيثما يكون لعدد ٩١ عامل مشترك مع احد اعداد ٦ و ١٢

١٥ وهذا خلاف القاعدة

(٦٣) اذا كان هنالك عدد اولي مع عدد آخر فهو ايضا اولي مع جميع قواه

ويمح استبطا ذلك من كل من القاعدتين المتقدمتين

(٦٤) لا يمكن تحليل اى عدد الى عوامل اولية الا بطريقة واحدة بمعنى ان

الطريقة التي يتوصل بها الى تحليل العدد الى عوامل اولية لابد ان يتوصل بها

الى معرفة تلك العوامل الاولى مباشرة مشارا اليها بالاسم المتعدة ولا ينفرد في ذلك

الوضع تلك العوامل ولتأمل لهذه القاعدة بعدد ٣٦٠ فاذا سلكت في ذلك

طريقة من الطرق وجدنا عدد $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

فاذا سلكت طريقة اخرى وجدنا بالضرورة عوامل ٢ و ٣ و ٥

بعينها ومن المعلوم انه لا يمكن ان نجد في ٣٦٨ عوامل اولية اخرى غير

٢ و ٣ و ٥ لانه بموجب قاعدة ثمة ٥٨ لا يمكن ان يكون

كل قاسم اولي للعدد ٣٦٠ الا احدا اعداد ٢ و ٣ و ٥ لان

كل قاسم اولي للعدد المذكور يقسم احد عوامل ٢ و ٣ و ٥ التي

هي العوامل الاولى للعدد $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ وزيادة على ذلك اذا تحال

٣٦٠ بطريقة اخرى الى عوامل اولية لم يكن لاحد عوامل ٢ و ٣ و ٥

و ٥ اس غير الاس المجهول هي $2 \times 3 \times 5$ فاذا فرضنا ان

٣٦٠ يحتوي على عامل ٧ مثلا وان $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$ متسلا فن حيث انه قد ظهر ان

ينبغي ان $2 \times 3 \times 5 = 30$ $2 \times 3 \times 5 = 30$ وبشقة كل من

الطرفين على ٢ يكون

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

وحيث ان $2 \times 3 \times 5$ يقبل القسمة على ٢ يلزم ان عدد ٢

$2 \times 3 \times 5$ يقبل القسمة ايضا على المقسوم عليه وهو ٢ وذلك محال كما في ثمة ٥٨

فحينئذ ثبت القاعدة المذكورة

(٦٥) اذا اردت ان تحال اى عدد الى عوامل اولية فاقسم هذا العدد بالتوالي

على كل من الاعداد الاولى التي لا تتجاوز نصفه وهي ٢ و ٣ و ٥ الخ
فان لم تنصح قسمة من هذه القسيمات كان العدد المذكور عددا اوليا كافي الخاصية
الثامنة من غرة ٤٠ وان كان للقسمة خارج صحيح فاقسم هذا الخارج على
العدد الاول المقسوم عليه فان كان خارج هذه القسمة صحيحا ايضا فاقسمه على
ذلك العدد الاول بعينه وهكذا تستقر على القسمة حتى تحصل لك خارج قسمة
لا يقبل القسمة على العدد الاول المقسوم عليه ثم تجرى العملية على هذا الخارج
الاخير كما اجريته على العدد المقروض مع ملاحظة ان هذا الخارج لا يقبل
القسمة الاعلى اعداد اولية اكبر من العدد المقسوم عليه وهكذا تستقر في اجراء
العملية حتى تتوصل الى خارج يكون عددا اوليا ويكون العدد المقروض
مساويا لخاصة ضرب خارج القسمة الاخير في جميع الاعداد المقسوم عليها
ولتأمل ذلك بمثالين

المثال الاول ان يكون المطلوب تحليل عدد ١١٥٥ الى عوامله الاولى
فهذا العدد لا يقبل القسمة على ٢ كافي غرة ٤١ وانما يقبل القسمة على
٣ كافي غرة ٤٤ ويكون خارج القسمة ٣٨٥ فعلى هذا يكون

$$٣٨٥ \times ٣ = ١١٥٥$$

وتؤمل المسئلة الى تعيين العوامل الاولى التي في ٣٨٥ فبما ان هذا
العدد لا يقبل القسمة على ٣ كافي غرة ٤٤ لكنه يقبل القسمة على ٥
كافي غرة ٤٢ ويكون خارج القسمة ٧٧ فاذن يكون

$$٧٧ \times ٥ = ٣٨٥ \text{ و } ٧٧ \times ٥ \times ٣ = ١١٥٥$$

فلم يبق علينا التحليل عدد ٧٧ الى عوامله الاولى لكن هذا العدد
لا يقبل القسمة على ٥ كافي غرة ٤٢ وانما يقبل القسمة على ٧ ويكون
الخارج ١١ وحيث ان هذا الخارج عدد اولي فعدد ١١٥٥ = ٣

$$١١ \times ٧ \times ٥ \times ٣$$

وصورة وضع العملية هكذا

لأنه لو سمحت هذه القسمة لقسمة عدد $\frac{1}{2}$ عدد $\frac{1}{3}$ \times $\frac{1}{5}$ \times $\frac{1}{7}$
 كافي الخاصية الخامسة من غمرة ٤٠ حيث أن عدد $\frac{1}{2}$ أولى مع $\frac{1}{5}$
 و $\frac{1}{7}$ كما في غمرة ٦١ فعدد $\frac{1}{2}$ حيث أن أولى مع $\frac{1}{5}$ \times $\frac{1}{7}$
 كافي غمرة ٦٢ وحيث أنه يصح اعتبار $\frac{1}{3}$ \times $\frac{1}{5}$ \times $\frac{1}{7}$ كحاصل
 ضرب عاملي $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ \times $\frac{1}{7}$ كافي غمرة ١٧ فعدد $\frac{1}{2}$ يقسم حيث أن $\frac{1}{3}$
 وهذا مستحيل كافي الخاصية الثامنة من غمرة ٤٠
 فاذن لا يصح أن ٩٨٠٠ يقبل القسمة على قواسم أخرى غير القواسم التي
 حصلت بها

تنبيه * حيث أن أسس عوامل عدد ٩٨٠٠ الأولية هي ٢ و ٣ و ٥
 فمن الواضح أن عدد قواسم ٩٨٠٠ يدور عدد ٣٦ الذي
 هو حاصل ضرب أعداد ٤ و ٣ و ٣ المتصلة من إضافة الواحد
 إلى كل اس وذلك لأنه لا بد في إيجاد جميع قواسم $\frac{1}{2}$ \times $\frac{1}{5}$ \times $\frac{1}{7}$
 من ضرب كل من أعداد ١ و ٢ و ٥ و $\frac{1}{2}$ الأربعة في كل من
 أعداد ١ و ٥ و $\frac{1}{5}$ الثلاثة فيحصل من ذلك حواصل بقدر حاصل
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$ ثم ضرب كل من هذه الحواصل في كل من أعداد ١ و ٧
 و $\frac{1}{7}$ الثلاثة فيحصل من ذلك حواصل بقدر $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$ وهي
 قواسم عدد ٩٨٠٠ التي في الجدول المتقدم فليرق علينا حيث أن البرهنة
 على أن جميع الحواصل المتصلة بهذه الطريقة مختلفة وهو من البديهيات لأنه
 لو فرض أن حاصلين من هذه الحواصل متساويان لكانا محتويين على العوامل
 الأولية المتصلة الأسس كافي غمرة ٦٤ وهذا لا يتأتى بموجب الطريقة التي
 تألفت بها الحواصل المذكورة

(٦٧) وعلما ذكرنا نتيج قاعدة مطردة في انه متى اردت إيجاد جميع
 القواسم لأي عدد لزم أن تحلل ذلك العدد إلى عوامل أولية كافي غمرة ٦٥
 ثم تضع في السطر الاول الوحدة والقوى المتتابعة لاحد تلك العوامل الأولية
 مبتدئا من القوة الاولى إلى القوة العليا بحيث يكون آخر عدد في هذا السطر

هو المعتبر عددا اوليا وتضع عليه اسم الاكبر الذي في العدد المقروض وتضع
 أيضا في السطر الثاني الوحدة والقوى المتتابعة لعامل اولى آخر من العدد
 المقروض مبتدئا من القوة الاولى الى القوة العليا وهكذا تصنع في كل عامل من
 العوامل الاولى من العدد المقروض فاذا تم الجدول فاضرب على التوالي جميع
 اعداد السطر الاول في جميع اعداد السطر الثاني ثم كلامن هذه الحواصل
 في كل من الاعداد التي في السطر الثالث من الجدول ثم تضرب الحواصل
 المتحصلة في كل من اعداد السطر الرابع وهم جزا فتكون - مبتدئا الحواصل
 الاخيرة الناتجة من ضرب الاعداد التي في السطر الاخير من الجدول هي جميع
 قواسم العدد المقروض (بادخل الوحدة والعدد المقروض في تلك القواسم)
 فاذا اردت ايجاد عدد القواسم المذكورة فاضف الوحدة الى كل من اسس
 العوامل الاولى من العدد المقروض واستخرج حاصل ضرب تلك الاسس
 باضافة الوحدة اليه فذلك هذا الحاصل على عدد قواسم العدد المقروض
 مثلا اذا كان المطلوب تعيين جميع قواسم عدد ٤٥٠٠٠ ومعرفة عددها
 فنحليل عدد ٤٥٠٠٠ الى عوامله الاولى ينتج

$$٤٥٠٠٠ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٦٥$$

فتركب الجدول على هذا الوجه

$$\begin{array}{ccccccc} ١ & ٢ & ٢ & ٢ & ٥ & ٥ & ٥ \\ & ٢ & ٢ & ٥ & ٥ & ٥ & ٥ \\ & & ٢ & ٥ & ٥ & ٥ & ٥ \\ & & & ٥ & ٥ & ٥ & ٥ \end{array}$$

وتضرب كلامن اعداد السطر الاول في كل من اعداد السطر الثاني فتحصل
 هذه الحواصل وهي ١ و ٢ و ٤ و ٨ و ٢ و ٦ و ١٢ و ٦٤
 و ٩ و ١٨ و ٣٦ و ٧٢ ثم تضرب كلامن هذه الحواصل في كل
 من اعداد السطر الاخير وهي ١ و ٥ و ٥ و ٥ و ٥ فتكون
 الحواصل

$$١ \text{ و } ٢ \text{ و } ٤ \text{ و } ٨ \text{ و } ٣ \text{ و } ٦ \text{ و } ١٢ \text{ و } ٢٤ \text{ و } ٩$$

١٨ و ٣٦ و ٧٢ و ٥ و ١٠ و ٢٠ و ٤٠
 و ١٥ و ٣٠ و ٦٠ و ١٢٠ و ٤٥ و ٩٠ و ١٨٠
 و ٣٦٠ و ٢٥ و ٥٠ و ١٠٠ و ٢٠٠ و ٧٥ و ١٥٠
 و ٣٠٠ و ٦٠٠ و ٢٢٥ و ٤٥٠ و ٩٠٠ و ١٨٠٠
 و ١٢٥ و ٢٥٠ و ٥٠٠ و ١٠٠٠ و ٣٧٥ و ٧٥٠
 و ١٥٠٠ و ٣٠٠٠ و ١١٢٥ و ٢٢٥٠ و ٤٥٠٠
 و ٩٠٠٠ و ٦٢٥ و ١٢٥٠ و ٢٥٠٠ و ٥٠٠٠
 و ١٨٧٥ و ٣٧٥٠ و ٧٥٠٠ و ١٥٠٠٠ و ٥٦٢٥
 و ١١٢٥٠ و ٢٢٥٠٠ و ٤٥٠٠٠ هي القواسم المطلوبة
 وعدد قواسم $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ هو $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ او ٦٠
 وهو حاصل ضرب أسس ٢ و ٣ و ٤ باضافة الوحدة اليها

(٦٨) اذا كان هناك أعداد متعلقة الى عوامل أو اية فطريق استخراج قاسمها
 المشترك الاعظم يكون يتكون حاصل ضرب جميع العوامل الأولية المشتركة
 بين تلك الاعداد حيث ان كلامي هذه العوامل المشتركة موضوع عليه أصغر
 أسسه التي الاعداد المفروضة مثلا ليكن عدد $924 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$
 $11 \times 7 \times 3 \times 2 = 720$ وعدد $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = 60$
 فيقال ان قاسمهما المشترك الاعظم هو $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ لانه حيث كان العدد
 الاول من هذين العددين المقروضين مساويا للعدد $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times (11 \times 7)$
 والعدد الثاني منه مساويا للعدد $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times (5 \times 2 \times \frac{1}{2})$
 فاذا قسمتهما على $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ الذي هو حاصل ضرب جميع العوامل المشتركة
 كان كل من خارجي القسمة وهما 11×7 و $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times 5$
 أولي جامع الاخر وجئت بذلك يكون القاسم وهو $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ هو القاسم الاعظم
 المشترك بين العددين المقروضين تحقيقا كما في غرة ٥٦

وعمل هذه الطريقة يبرهن على أن القاسم الاعظم المشترك بين
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{7}$ هو $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$

٢ × الذي هو حاصل ضرب العوامل المشتركة بين العددين المقروصين
(٦٩) مسئلة في بيان استخراج جميع القواسم المشتركة بين عدة
اعداد

وطريق ذلك أن يقال كل قاسم مشترك بين عدة اعداد فهو ايضا يقسم قاسمها
المشترك الاعظم كما في غرة ٥٤ ويقابل أن كل قاسم أعظم مشترك بين عدة
اعداد هو ايضا قاسم مشترك بين تلك الاعداد كما في الخاصية الخامسة من
غرة ٤٠ فبناء على ذلك تحصل جميع القواسم المشتركة بين عدة اعداد
بالبحث عن جميع قواسم قاسمها المشترك الاعظم كما في غرة ٦٧
مثلا ليكن المطلوب استخراج جميع القواسم المشتركة بين عددي ٩٢٤
و ٧٢٠

فيقال ان قاسمها المشترك الاعظم هو عدد ١٢ فنكون جميع قواسم هذا
العدد هي ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٦ و ١٢ هي القواسم
المشتركة بين هذين العددين المقروصين

(٧٠) يمكن في ايجاد أصغر عدد يقبل القسمة على اعداد مفروضة أن نجعل
تلك الاعداد الى عوامل أولية ثم نستخرج حاصل ضرب جميع العوامل الأولية
المشتركة بين الاعداد المذكورة حيث ان كلامنا هذه العوامل المشتركة
موضوع عليه اكبراسه التي في الاعداد المقروضة

مثلا ليكن المطلوب ايجاد العدد الاصغر الذي يقبل القسمة على كل من الاعداد
٢٠٠ و ٥٠٠ و ١٤٧

فتمثل تلك الاعداد المقروضة الى عوامل أولية فيكون
 $٢٠٠ = ٢ \times ٢ \times ٥ \times ٥$ و $٥٠٠ = ٢ \times ٢ \times ٥ \times ٥ \times ٥$ و $١٤٧ = ٣ \times ٧ \times ٧$
فاذن يكون $٢ \times ٢ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٣ \times ٧ \times ٧$ أو ١٤٧٠٠٠
هو العدد المطلوب

وذلك لان من المعلوم ان هذا العدد يقبل القسمة على كل من الاعداد المقروضة
كما في غرة ٣٨ وحيث ان العدد المطلوب يقبل القسمة على ٢٠٠ وعلى

٥٠٠ وعلى ١٤٧ فهو ايضا بالضرورة قابل للقسمة على $\frac{3}{7}$ الذي
 هو عامل ٢٠٠ وعلى $\frac{3}{7}$ الذي هو عامل ٥٠٠ وعلى ٣ و $\frac{3}{7}$
 اللذين هما عاملا ١٤٧ وحيث ان قوامم $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$ و ٣ و $\frac{3}{7}$
 اولية مع بعضهم اثنى كافي غرة ٦١ فالعدد المطلوب يقبل بالضرورة القسمة
 على حاصل ضربها وهو $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times 3 \times \frac{3}{7}$ كافي غرة ٥٩
 فاذن لا يمكن ان يكون اقل من هذا الحاصل

• (الباب الثالث) •

• (في الكسور والاعتدادية والكسور العشرية) •

• (الفصل الاول) •

• (في الكسور والاعتدادية) •

(٧١) قد يكون الباقي بعد اجراء عملية القسمة في جميع ارقام المقسوم اقل من المقسوم عليه فاذن لا يكون خارج القسمة الكلي عددا صحيحا لانه منحصر بين عددين صحيحين متوالين كما في غرة (٣١)

مثلا حيث ان عدد ٢٥ محصور بين ٧×٣ و ٧×٤ فخرج قسمة هذا العدد على ٧ منحصر بين ٣ و ٤ فينال فحينئذ من جزء صحيح وهو ٣ فاندجزأ اقل من الواحد ولذا ان يسمى كسرا ولاجل الدلالة على هذا الكسر الذي هو عبارة عن خارج قسمة الباقي وهو ٤ على المقسوم عليه وهو ٧ بوضع ٧ تحت ٤ هكذا $\frac{4}{7}$ وأما خارج القسمة الكلي الذي هو $٣ \times \frac{4}{7}$ فيوضع هكذا $\frac{12}{7}$

ولاجل تقويم $\frac{4}{7}$ باجزاء الواحد لاحظ أن قسمة ٤ على ٧ تقول الى اخذ الجزء السابع من كل من آحاد الاربعة فيحصل سبع الواحد ٤ مرات او يقال يحصل اربعة اسباع الواحد او اربعة اسباع فقط فاذن يكون سبع الاربعة الا حاد معاد لاسبع الواحد ٤ مرات

وبالجملة فحيث اردت تقويم اى كسرا فاعتبر ان الواحد مقسوم الى عدة اجزاء متساوية بقدر ما في المقسوم عليه من الاحاد وانه احذ من تلك الاجزاء بقدر ما في المقسوم من الاحاد

واذا كان المقسوم عليه ٢ او ٣ او ٤ وهكذا الى ١٠ فقل عند التوقف بالكسر نصف وثلث وربع وهكذا الى عشر هذا اذا كان المقسوم واحدا فان كان عددا ككسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{2}{4}$ و $\frac{2}{5}$ فانطق به هكذا اثنان ثلاثة ارباع اربعة اخماس وهكذا الى تسعة اعشار فان كان المقسوم عليه اكثر من ١٠

ككسور $\frac{2}{11}$ و $\frac{3}{12}$ و $\frac{11}{17}$ الخ فانطق به هكذا ٢ من ١١ • ٢
من ١٢ • ١١ من ١٧

ثم ان العدد الاسفل من اى كسر كان يدل على ما تقوم منه اجزاء الواحد
الواجدة في الكسر والعدد الاعلى يدل على عدة الاجزاء المأخوذة منه وبسمى
لاول مقامه والثاني بسطه والبسط والمقام بسميان حتى الكسر

فالبسط في كسر $\frac{9}{7}$ مثلاً هو ٥ والمقام ٧ والكسر يقسم بالاصل
أقل من الواحد وقد تؤدى عدة اقسامها في بعض الاحيان الى تقيية كبر من الواحد
فتكون عددا كسرياً أى عدداً صحيحاً مع جزءاً يكسر لكنهم نساهاوا في اطلاق
اسم الكسر عليها

تنبيه • يؤخذ مما تقدم أن الكسر اما أن يعتبر كخارج قسمة البسط على المقام
أو يدل على أن الواحد منقسم الى عدة اجزاء متساوية مبنية القيمة بالمقام وأنه
أخذ منها اجزاء بقدر ما في البسط من الاحاد

والثاني هو المعتبر عادة اذ به يتعلق مقدار تقسيمات الواحد وتعلم قيمتها ويتوصل
الى القواعد التي نستعمل في اجراء عمليات الكسور

(٧٢) كلما كبر بسط الكسر وصغر مقامه كبر ذلك الكسر وبالعكس اى انه
كلما صغر بسط الكسر وكبر مقامه صغر ذلك الكسر وهذا ناشئ من
تعريف الكسر

ويمكن استنباط هذه الخاصية أيضاً من قاعدة ثمة ٣٤ بناء على اعتبار الكسر
كخارج قسمة البسط على المقام كما في (٧١)

(٧٣) لا يتغير مقدار الكسر اذا ضرب بحذاء في عدد واحد أو قسم على عدد
واحد

ولننقل لذلك بكسر $\frac{3}{7}$ فان بقى المقام على حاله وضرب البسط في ٥ تغير
الكسر الى $\frac{15}{7}$ فيكبر حينئذ ٥ مرات لان الكسر الثاني يحتوى على اجزاء
اكثر من الاول ٥ مرات وهذه الاجزاء متحدة المقدار في كل من الكسرين
وان بقى البسط على حاله وضرب المقام في ٥ تغير الكسر الى $\frac{3}{35}$ فيصغر

جيفتد ٥ مرات لانه يحتوي على اجزاء بقدر اجزاء $\frac{3}{7}$ كل جزء ٥٠ ثم يصغر
 ٥ مرات حيث ان الواحد انقسم الى خمسة اجزاء متساوية
 فعلى هذا لا يتغير مقدار الكسر بضرب حذيه جميعا في ٥ وذلك انه بضرب
 بسط الكسري في ٥ يكبر ذلك الكسر ٥ مرات وبضرب المقام في ٥
 يصغر ذلك الكسر عما كان عليه ٥ مرات وبمثل ذلك يبرهن على أنه
 اذا قسم بسط الكسر على ٥ يصغر ذلك الكسر عما كان عليه ٥ مرات
 واذا قسم مقامه على ٥ يكبر عما كان عليه ٥ مرات فاذن لا يتغير مقدار
 الكسر المذکور بقسمة حذيه جميعا على ٥ وقس على هذا العدد غيره من
 الاعداد لوجود البرهان المذکور فيها ايضا وبذلك تثبت القاعدة
 المذكورة

وبستنباط من تلك القاعدة كيفية تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد
 وطريقة اختصارها بدون أن يتغير مقدارها

(٧٤) يكفى في تحويل عدة كسور الى ذات مقام واحد بدور أن تتغير مقاديرها
 أن تضرب - تدى كل من هذه الكسور في حاصل ضرب مقامات الكسور
 الاخرى لانه بموجب قواعد ٢١ و ١٧ و ٧٣ تكون مقامات الكسور
 الحادثة متساوية وتكون تلك الكسور ايضا مكافئة للكسور المأخوذة
 فاذا طبقت قاعدة تحويل الكسور الى ذات مقام واحد على كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$
 و $\frac{6}{7}$ تحصلت لك كسور مكافئة وهي

$$\frac{0 \times 3 \times 6}{0 \times 3 \times 7}, \frac{7 \times 3 \times 4}{7 \times 3 \times 5}, \frac{7 \times 5 \times 2}{7 \times 5 \times 2}$$

واذا اجريت عملية الضرب المذکور تحصلت لك كسور متحدة المقام وهي

$$\frac{90}{100}, \frac{84}{100}, \frac{70}{100}$$

ويمكن استنباط هذه القاعدة ايضا من غرقى ٢١ و ٧٣ وذلك لانك
 اذا طبقت هذه القاعدة على كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{6}{7}$ تحصلت لك هذه

الكسور وهي

$$\frac{(5 \times 2) \times 7}{(7 \times 2) \times 5} \quad \frac{(7 \times 2) \times 4}{(7 \times 5) \times 2}$$

$$\frac{(5 \times 2) \times 7}{(7 \times 2) \times 5} \text{ و } \frac{(7 \times 2) \times 4}{(7 \times 5) \times 2}$$

وهي مكافئة لكسور المفروضة كما في غرة (٧٢) ومقامات هذه الكسور الحادثة مساوية لبعضها الا انه بموجب قاعدة غرة ٢١ يكون

$$7 \times 5 \times 2 = 2 \times 7 \times 5 = 2 \times (7 \times 5) = (7 \times 5) \times 2$$

$$7 \times 5 \times 2 = 5 \times 7 \times 2 = 5 \times (7 \times 2) = (7 \times 2) \times 5$$

$$100 = 7 \times 5 \times 2 = 7 \times (5 \times 2) = (5 \times 2) \times 7$$

تقيمات الاول اذا كان في مقامات الكسور المفروضة عوامل مشتركة تبطل تحويل تلك الكسور الى ذات مقام مشترك اصغر من حاصل ضرب المقامات وهذا ان ذلك

اولا متى كان ا كبر مقامات الكسور المفروضة فابدأ للقسمه على جميع المقامات الاخرى فان ذلك المقام يجعل مقامات مشتركة لجميع الكسور والمذكورة وتصل البسط الجديد لكل كسر بضرب البسط الاصلي في خارج قسمه المقام الجديد على المقام الاصلي وبذلك تكون كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{7}{12}$ مساوية $\frac{10}{12}$ و $\frac{8}{12}$ و $\frac{9}{12}$ و $\frac{10}{12}$ على الترتيب

وثانيا متى كان ا كبر مقامات الكسور المفروضة غير قابل للقسمه على جميع المقامات الاخرى فانه يبحث عن العدد الاصغر الذي يقبل القسمه على جميع المقامات كما في غرة ٧٠ ثم يحول مقامات جميع الكسور والمذكورة وتصل البسوط الجديدة بالطريقة السابقة في الصورة الاولى

$$\frac{2}{3} \text{ و } \frac{5}{6} \text{ و } \frac{11}{12} \text{ و } \frac{13}{15} \text{ و } \frac{14}{15}$$

فبموجب غرة ٧٠ يكون المقام الاصغر المشترك هو ١٢٠ و تحويل هذه الكسور الى ذات المقام المشترك تحصل $\frac{80}{120}$ و $\frac{100}{120}$ و $\frac{154}{120}$ و $\frac{102}{120}$

$$\frac{216}{12600} \text{ و } \frac{1470}{12600} \text{ و } \frac{1425}{12600}$$

التيه الثاني يكفي في مقابلة مقادير عدة كسوريه منها أن نقولها الى ذات مقام واحد فان من الكسور المتعددة المقام بسطها كبر فلهذا كبرها كما في

غرة ٧٢ التنبيه الثالث اذا كان هناك كسران متكافئان حاصل ضرب بسط
الاول في مقام الثاني يساوي حاصل ضرب بسط الثاني في مقام الاول لان هذين
الحاصلين عبارة عن البسطين الجديدين للكسرين المقروضين اللذين حولوا الى
مقام واحد

مثلا حيث ان كسرى $\frac{8}{13}$ و $\frac{6}{9}$ متكافئان فنحولهما الى مقام مشترك
وهو 12×9 يكون كسرا $\frac{9 \times 8}{13 \times 9}$ و $\frac{12 \times 6}{13 \times 9}$ المتكافئان
متساويين حيث ان مقامى 9×12 و 12×9 متساويان
كما في غرة ٢١ فبسطا 9×8 و 12×6 متساويان
بالضرورة

(٧٥) ينتج مما سبق وهو عدم تغير مقدار الكسر بقسمة حذيه على عدد واحد
انه اذا وجد قاسم مشترك بين حذى اى كسر امكن اختصار ذلك الكسر بدون
أن يتغير مقداره وذلك بقسمة حذيه على القاسم المشترك المذكور
مثلا اذا فرضت كسر $\frac{2}{3}$ فبقسمة حذيه على ٢ يتحصل الكسر
المكافى له وهو $\frac{1}{1}$ وبقسمة ١٥ و ٢١ على ٣ يتحصل الكسر
المختصر وهو $\frac{5}{7}$

ثم ان قسمة حذى الكسر المقروض وهما ٣٠ و ١٢ على قاسمهما المشترك
الاعظم وهو ٦ تؤدى من أول وهلة الى كسر $\frac{5}{5}$

(٧٦) الكسر الاصم هو ما لا يمكن تحويله الى صورة مختصرة بمعنى انه
اذا لم يمكن التعبير عنه بكسر مكافى له يكون حداه اقل من الحدين الاصليين كل
من نظيره

ويؤخذ من هذا التعريف انه لا يمكن وجود قاسم مشترك بين حذى الكسر
الاصم وأن الكسرين الاصمين الملتقى الحدود لا يمكن أن يكونا متصدى
المقدار

(٧٧) اذا لم يكن لحذى الكسر قاسم مشترك كان ذلك الكسر اصم وذلك انه
اذا فرضنا ان حذى كسر $\frac{12}{13}$ ليس لها قاسم مشترك وأن هذا الكسر صام

الكسر $\frac{8}{12}$ الذى حداه اقل من الاول فتحويل هذين الكسرين الى ذى مقام واحد وهو 20×25 يلزم ان البسطين الحاديين وهما 12 و 20×8 و 25×8 متساويان وحيث ان 12×20 يقبل التسعة على 12 فال حاصل الذى هو 25×8 يقبل ايضا القسمة على 12 وحيث ان 12 اولى تسع 25 لزم ان 12 يقسم 8 كافي غرة 57 وهذا محال لان عدد 12 الذى هو وسط كسر $\frac{12}{12}$ اكبر من عدد 8 الذى هو وسط كسر $\frac{8}{12}$ فاذن لا يمكن تحويل كسر $\frac{12}{12}$ الى صورة مختصرة فعلى ذلك يكون كسرا اصم

(٧٨) يمكن فى تحويل اى كسر الى اصغر صورة واوجز عبارة بدون ان يتغير مقداره ان تقسم حذيه على قاسمه المشترك الاعظم كافي غرة 77 مثلاً اذا كان المطلوب تحويل كسر $\frac{230}{462}$ الى اوجز عبارة فاقسم حذيه على قاسمه المشترك الاعظم وهو 66 فيحصل الكسر الاصم وهو $\frac{9}{7}$ المكافى لكسر $\frac{230}{462}$

واما كسر $\frac{112}{343}$ فهو اصم لان القاسم المشترك الاعظم بين حذيه مساو للواحد

(٧٩) يمكن فى جمع الكسور المتعدة المقام ان تجمع البسوط الى بعضها ثم تضع تحت مجموعها المقام المشترك واما ان كانت مختلفة المقام فتحوّلها الى مقام مشترك ثم تجرى عليها العملية كافي الصورة المتقدمة

مثلاً مجموع كسرى $\frac{2}{7}$ و $\frac{2}{7}$ هو $\frac{2+2}{7}$ اى $\frac{4}{7}$ لان 2 فى $\frac{1}{7}$ فاذن 3 فى $\frac{1}{7}$ يعادل 3 فى $\frac{1}{7}$ او $\frac{3}{7}$ واذا كان المطلوب جمع كسرى $\frac{2}{7}$ و $\frac{4}{7}$ فحوّلها الى مقام مشترك فيحصل كسران مكانان لهما وهما $\frac{12}{10}$ و $\frac{10}{10}$ ويكون مجموعهما هو $\frac{10+12}{10}$ او $\frac{22}{10}$

(٨٠) يمكن فى طرح اى كسر من آخر متضمنه فى المقام ان تطرح بسط

الكسر الاول من بسط الثاني ثم تضع المقام المشترك تحت الباقي المتحصل فان كان
الكسيران مختلفي المقام فخواهما الى مقام واحد ثم اجر عليهما العملية
كما في الصورة الاولى وتطبيق هذه القاعدة ترى ان $\frac{2}{7} = \frac{2}{7} - \frac{5}{7}$

$$\frac{2}{7} = \frac{10}{35} = \frac{12}{35} - \frac{22}{35} = \frac{4}{35} - \frac{22}{35}$$

(٨١) يؤخذ مما تقدم في غرة ٧٣ انه اذا اريد ضرب اى كسر في عدد
صحيح يكنى ضرب البسط في ذلك العدد الصحيح او قسمة المقام عليه وانه اذا اريد
قسمة اى كسر على عدد صحيح يكنى قسمة البسط على ذلك العدد الصحيح أو ضرب
المقام فيه فعلى هذا يكون حاصل ضرب $\frac{5}{12}$ في ٤ هو $\frac{20}{12}$ او $\frac{5}{3}$
ويكون خارج قسمة $\frac{12}{5}$ على ٤ هو $\frac{3}{5}$ او $\frac{12}{20}$

(٨٢) اذا كان المضروب فيه كسرا فانه لا ينظر في هذه الصورة الى كون
الضرب يعتبر بجمع مختصر كما في غرة ١٦ بل ينظر فيها الى معنى الضرب من
حيث هو بأن يلاحظ ان الغرض منه هو تحصيل عدد يسمى حاصل مؤلف من
عدد آخر يسمى مضروبا كتأليف عدد ثالث يسمى مضروبا فيه من الواحد
ويؤخذ من ذلك انه في ضرب عدة كسور في بعضهم ايكنى ايجاد حاصل ضرب
البسوط على التوالي ثم حاصل ضرب المقامات وهذا ان الحاصلان عبارة عن
حقي الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المفروضة

وبيان ذلك انه اذا اريد ضرب $\frac{2}{3}$ في $\frac{4}{5}$ يكنى في ذلك ايجاد عدد يسمى حاصل
مؤلف من $\frac{2}{3}$ كتأليف $\frac{4}{5}$ من الواحد وحيث ان $\frac{4}{5}$ مؤلف من خمس
الواحد ٤ مرات فحاصل ضرب $\frac{2}{3}$ في $\frac{4}{5}$ يكون بأخذ خمس
 $\frac{2}{3}$ اربع مرات وحيث ان خمس $\frac{2}{3}$ هو $\frac{2}{15}$ كما في غرة ٨١
فخمس $\frac{2}{3}$ المكرر اربع مرات يساوى $\frac{2}{15}$ اربع مرات اى $\frac{8}{15}$
فاذن يكون حاصل ضرب $\frac{2}{3}$ في $\frac{4}{5}$ هو $\frac{8}{15}$ اى $\frac{4 \times 2}{5 \times 3}$
وبذلك تتحقق القاعدة المذكورة في كسر بر

واذا اريد تقصير حاصل ضرب ثلاثة كسور ككسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{11}$
 لزم ان يلاحظ انه حيث كان حاصل ضرب الكسرين الاولين يساوى $\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$
 يكفي ضرب هذا الكسر الاخيرى $\frac{7}{11}$ فيحصل $\frac{7}{11} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$
 اى $\frac{56}{165}$

وحيث صح اجراء القاعدة في ثلاثة كسور فلا مانع من اجرائها ايضا في اربعة
 فاكثر

تنبيهان • الاول لا يتغير مقدار حاصل ضرب عدة كسور بتغير مواضعها لانه
 لما كانت البسوط والمقامات اعدادا صحيحة كان لا يتغير كل من حاصل ضرب
 البسوط وحاصل ضرب المقامات كما في غرة ٢١ وهذا ان الحاصلان عبارة عن
 حذى الكسر الدال على حاصل ضرب الكسور المفروضة

ويؤخذ من هذه الخاصية ان قاعدة غرة ١٧ تجري ايضا في الكسور
 التنبيه الثانى كلما كبر او صغر المضروب فيه عن الواحد كبر او صغر حاصل
 الضرب عن المضروب لانه اذا سارى المضروب فيه الواحد سارى الحاصل
 المضروب ويكون مؤلفا منه ككالىف المضروب فيه من الواحد
 فعلى هذا يكون حاصل ضرب الكسرين اذا كانا دون الواحد اصف من كل
 منهما

(٨٣) ضرب عدة كسور في بعضها هو عبارة عن اخذ كسور الكسور
 مثلا اذا كان المطلوب ايجاد حاصل ضرب كسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{11}$ لزم ان
 تضرب اولا $\frac{2}{3}$ فى $\frac{4}{5}$ بمعنى انك تاخذ $\frac{2}{3}$ من $\frac{4}{5}$ فيحصل $\frac{8}{15}$ ثم تضرب
 هذا الحاصل الاخيرى $\frac{7}{11}$ بمعنى انك تاخذ منه $\frac{7}{11}$ فيحصل $\frac{56}{165}$ فبذلك
 قد اخذت $\frac{7}{11}$ من $\frac{4}{5}$ من $\frac{2}{3}$

(٨٤) قوى الكسر الاصم هي ايضا كسور صماء
 فاذا فرضنا مثلا ان $\frac{1}{5}$ هو الكسر الاصم كانت قوته الثالثة ايضا كسرا اصم
 وذلك لان قوة $\frac{1}{5}$ الثالثة هي $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$ او $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$

او $\frac{٢٦}{٢٧}$ فلو لم يكن هذا الكسر الاخير اصم لقبول حدها وهما $\frac{٢٦}{٢٧}$ و $\frac{٢٦}{٢٧}$ القسم على عدد واحد اولي كافي غرة ٧٧ فيكون هذا العدد الاخير قاسما لعددي ٦ و ٧ كافي غرة ٥٨ وهذا يستلزم ان كسر $\frac{٦}{٧}$ لا يكون اصم كافي غرة ٧٥ وهو خلاف القرض

وحيث لا مانع من اقامة مثل هذه البراهين على جميع قوى اي كسر اصم فالقاعدة المذكورة صحيحة

(٨٥) اذا كان المطلوب قسمة اي كسر على آخر كني في ذلك أن تضرب كسر المقسوم في كسر المقسوم عليه منعكسا

البرهان الاول على ذلك هو أنه اذا كان المطلوب قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ فنحويل هذين الكسرين الى مقام واحد ننزل المسئلة الى قسمة $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$ على $\frac{٤}{٥} \times \frac{٢}{٣}$ وبول هذا الى قسمة ٥×٢ على ٣×٤ لان خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه في عددين متساويين وهما ٢×٢ و ٥×٥ كافي غرة ٢٥ فحينئذ خارج قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ هو $\frac{٥ \times ٢}{٣ \times ٤}$ او $\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤}$

البرهان الثاني يلزم ان خارج قسمة $\frac{٢}{٣}$ على $\frac{٤}{٥}$ يكون بحيث اذا ضرب في $\frac{٤}{٥}$ لا بد أن ينتج $\frac{٢}{٣}$ وحيث ان ضرب خارج القسمة في $\frac{٤}{٥}$ هو عبارة عن ان يؤخذ منه $\frac{٤}{٥}$ فاذن يكون $\frac{٤}{٥}$ خارج القسمة او $\frac{٤}{٥}$ في هذا الخارج يعادل $\frac{٢}{٣}$

فاذن يعادل $\frac{٢}{٣}$ الخارج ربع $\frac{٢}{٣}$ او $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٢}$ فعلى ذلك يعادل خارج القسمة ٥ في $\frac{٢}{٣}$ او $\frac{٥ \times ٢}{٣}$ او $\frac{٢}{٣} \times ٥$

واذا كان المطلوب قسمة عدد صحيح على كسر لزم وضعه على صورة الكسر بان يجعل الواحد مقامه فنزل الامر الى قسمة كسر على كسر

فعلى هذا يكون خارج قسمة ٥ على $\frac{2}{3}$ هو $\frac{5}{1} \times \frac{3}{2}$ او $\frac{15}{2}$
 (تنبيهان) الاول متى قسم كسر على آخر فان كان المقامان متساويين
 عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه بسط الكسر المقسوم ومقامه بسط الكسر
 المقسوم عليه وان كان البسطان متساويين عبر عن خارج القسمة بكسر بسطه
 بسط مقام الكسر المقسوم عليه ومقامه مقام الكسر المقسوم

وذلك لان خارج قسمة $\frac{2}{3}$ على $\frac{5}{7}$ مثلاً هو $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$ او $\frac{7 \times 2}{3 \times 5}$ او $\frac{14}{15}$
 وخارج قسمة $\frac{7}{5}$ على $\frac{2}{3}$ هو $\frac{7}{5} \times \frac{3}{2}$ او $\frac{3 \times 7}{2 \times 5}$ اى $\frac{21}{10}$
 (التنبيه الثانى) متى قسم الواحد على كسر كان خارج القسمة مساوياً لهذا
 الكسر مقلوباً لان خارج قسمة ١ على $\frac{5}{7}$ مثلاً هو $1 \times \frac{7}{5}$ اى $\frac{7}{5}$

(٨٦) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح الى عدد كسرى مكافئ له معلوم
 المقام كفى في ذلك ضرب العدد الصحيح في المقام المقروض فحاصل الضرب يبدل
 على بسط العدد الكسرى المطلوب فعلى هذا اذا اردت تحويل ٥ الى
 أسباع مثلاً لاحظ انه حيث كان الواحد يعادل ٧ اسباع فعدد ٥ يعادل
 ٧ اسباع ٥ مرات اى 5×7 اسباع او $\frac{7 \times 5}{1}$ اى $\frac{35}{1}$

(٨٧) اذا كان المطلوب استخراج الاعداد العجيبة الموجودة في عدد
 كسرى كفى في ذلك قسمة البسط على المقام فعلى هذا حيث ان قسمة ١٣
 على ٥ مثلاً خارجها الصحيح ٢ وباقيها ٣ يظهر أن $\frac{13}{5}$ مؤلف من
 عدد صحيح وهو ٢ زائداً $\frac{3}{5}$

(٨٨) اذا كان المطلوب تحويل عدد صحيح مع كسر الى عدد كسرى واحد
 كفى في ذلك ضرب العدد الصحيح في مقام الكسر وازداده البسط الى الحاصل
 ثم يجعل مقامه مقام الكسر المقروض

مثلاً $\frac{2}{3}$ يعادل $\frac{2 \times 3 + 0}{3}$ او $\frac{6}{3}$ لانه لما كان العدد الصحيح وهو ٢
 يعادل $\frac{6}{3}$ كان $\frac{2}{3} + \frac{6}{3}$ يعادل $\frac{8}{3}$ او $\frac{13}{3}$

(٨٩) حيث ان علامات الكسور صارت بما ذكرناه من لاصعوبة فيها تناسب

أن نبين الآن كيفية العمل في الأعداد المركبة من كسور وأعداد صحيحة فنقول

أولاً طريق العمل في الجمع أن تبحث عن مجموع الكسور ثم تستخرج منه العدد الصحيح المتصرف فيه ثم تضيف ذلك العدد الصحيح إلى الأعداد الصحيحة المصاحبة للكسور

مثلاً إذا كان المطلوب جمع $\frac{10}{9}$ و $\frac{8}{9}$ ٢ فأنك تضع العملية على هذا الوجه

$$\begin{array}{r} \frac{8}{9} \quad 2 \\ \frac{10}{9} \quad 7 \\ \hline \frac{18}{9} \quad 12 \end{array}$$

ثم نقول $\frac{8}{9}$ زائداً $\frac{10}{9}$ يعادل $\frac{18}{9}$ أى $2 \frac{0}{9}$ فتضع $\frac{0}{9}$ وتحفظ ٢ ثم نقول ٢ محفوظة و ٧ يحصل ٩ و ٣ يبلغ ١٢ فتضع ١٢ فيكون $2 \frac{0}{9}$ هو المجموع المطلوب

وثانياً طريق العمل في الطرح أن تبحث عن اسقاط الكسر من الكسر والعدد الصحيح من العدد الصحيح

فإذا كان كسر المطروح أكبر من كسر المطروح منه استعرت له واحداً من العدد الصحيح المصاحب لكسر المطروح منه ولتأمل لذلك هذين المثالين

المطروح منه $8 \frac{0}{7}$	المطروح منه $6 \frac{2}{7}$
المطروح $2 \frac{3}{7}$	المطروح $3 \frac{4}{7}$
الباقى $6 \frac{2}{7}$	الباقى $2 \frac{0}{7}$

فلاجل طرح $2 \frac{2}{7}$ من $8 \frac{0}{7}$ تطرح $\frac{2}{7}$ من $\frac{0}{7}$ و ٢ من ٨ فيكون مجموع الباقيين الجزئيين وهما $6 \frac{2}{7}$ هو الباقي الكلى ولاجل

طرح $\frac{4}{5}$ من $\frac{2}{5}$ تسعير واحد من ٦ أحاد العدد الأكبر وتضم الواحد الذي يعادل $\frac{5}{5}$ الى $\frac{2}{5}$ فيحصل $\frac{9}{5}$ تطرح منها $\frac{4}{5}$ فيكون الباقي $\frac{5}{5}$ وحيث استعرت ١ من ٦ فاطرح ٣ من ٥ فيكون الباقي ٢ وبانضمام الباقيين الجزئيين الى بعضهما يكون مجموعهما هو الباقي الكلي وهو $\frac{2}{5}$

وثالثه طريق العمل في الضرب والقسمة أن تبص عن تحويل كل من العددين المعلومين الى عدد كسري واحد كما في غرة ٨٨ ثم تطبق على الاعداد الكسرية قاعدة غرة ٨٢ و ٨٥

مثال ذلك $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ فتجرب العملية على كسري $\frac{13}{5}$ و $\frac{30}{5}$ المكائنين الاولين فتجد حاصل ضربهما $\frac{290}{15}$ اي $\frac{78}{4}$ وخارج قسمتهما $\frac{13}{5}$ $\times \frac{30}{5}$ اي $\frac{91}{15}$

(٩٠) ميزان عمليات الكسور والاعتمادية الاربعة هو ميزان القواعد الاربعة الاصلية في الاعداد الصحيحة المقررة في غرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٣٢

• (الفصل الثاني في الكسور والاعشارية) •

(٩١) واتشرع الآن في الكلام مع الاختصار على عمليات الكسور في صورة ما اذا فرض أن الواحد لا يتجزأ الا الى اجزاء صغيرة من عشرة الى عشرة بمعنى أن المقام يكون دائماً واحداً يصعبه عدة اصغار وما كان من الكسور من هذا القبيل يعرف في اصطلاحهم بالكسور والاعشارية فعلى هذا كل من $\frac{7}{10}$ و $\frac{247}{100}$ كسرا عشاري

(٩٢) الطريقة المستعملة في وضع الاعداد الصحيحة هي المستعملة ايضا في وضع الكسور والاعشارية على صورة الاعداد الصحيحة لانه حيث كانت الارقام المختلفة من اى عدد كان تدل بموجب هذه الطريقة على الاحاد من عشرة الى عشرة اصغر منها بمجرد التقدم الى الجهة اليمنى من منزلة الى اخرى فيخرج من ذلك أنه اذا وضعت ارقام على عشرين رقم الاحاد كان اول رقم منها دالا

على اشارة الاحد والثاني على اشارة العشر وعلى اجزاء المائات والثالث على
اعشار عشر العشر وعلى اجزاء الالف وهكذا

ولاجل تمييز رقم الآحاد من الاعشار يوضع على يمينه شرطة اعشارية صورتها
هكذا ر

فعل هذا اذا اريد وضع كسر $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ الاعشارى على صورة عدد صحيح بلا حظ
انه يتصل الى $\frac{٥}{١٠٠} + \frac{٤}{١٠} + \frac{٧}{١٠٠}$ اولى ٥ آحاد $+$ $\frac{٤}{١٠}$
 $+$ $\frac{٧}{١٠٠}$ فبناء على ذلك يوضع هكذا ٤٧ ر ٥ ويمثل هذه العمليات
توضع كسر $\frac{٢٠٧}{١٠٠}$ و $\frac{٢٤٧}{١٠٠}$ و $\frac{٢٠٠٤}{١٠٠٠}$ و $\frac{٣٠٠٠٤}{١٠٠٠٠}$ الاعشارية

هكذا ٠٧ ر ٢ و ٤٧ ر ٢ و ٠٠٤ ر ٠ و ٢٠٠٤ ر ٠ و ٣٠٠٠٤ ر ٣
وبالجمله ففى اردت وضع كسر اعشارى على صورة عدد صحيح فانك تضع البسط
ثم تفصل بالشرطة عدة ارقام بقدر الاصغار التى على يمين المقام

فان لم يحتو البسط على الارقام اللازمة لوضع الشرطة وضعت اصغارا على يسار
البسط المذكور

فاما الارقام التى على يمين الشرطة فهى الارقام الاعشارية ويتألف منها الجزء
الاعشارى واما الارقام التى على يسارها فيتألف منها العدد الصحيح فعلى هذا
عدد ٤٥٧ ر ٢٣ الاعشارى مثلاً محتو على ثلاثة ارقام اعشارية وهو
٤٥٧ وعلى عدد صحيح وهو ٢٣

(٩٣) اذا اردت تحويل عدد اعشارى الى كسر اعتيادى اخذت كسرا
يكون بسطة العدد الاعشارى بقطع النظر عن الشرطة ومقامه الاحد المتبوع
بعدة اصغار بقدر ما على يمين الشرطة من الارقام

مثلاً عدد ٤٧ ر ٥ الاعشارى يساوى $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$ لان ٤٧ ر ٥ = $\frac{٥٤٧}{١٠٠}$
آحاد $+$ $\frac{٤}{١٠} + \frac{٧}{١٠٠} = \frac{٥٤٧}{١٠٠}$

(٩٤) اذا اردت قراءة عدد اعشارى عشارى فانطق بالجزء الصحيح اولا كما لو كان
وحده ثم بالجزء الاعشارى كالمعد الصحيح الا انه يراذ عليه فى الآخر اسم آحاد
الرقم الاخير من الجهة اليمنى

فنعول مثلاً في عدد ٣٩ ر ٢٢٧ الاشارى مائتان وسبعة وعشرون
صحا و تسعة وثلاثون من مائة وان شئت قلت اثنان وعشرون الفا وسبع مائة
و تسعة وثلاثون من مائة لان ٣٩ ر ٢٢٧ = $\frac{22739}{100}$
وتقول ايضا في عدد ٣٩ ر ٢٠٧ مائتان وسبعة صحا حار تسعة وثلاثون
من الف او مائتان وسبعة آلاف وتسعة وثلاثون من الف

(٩٥) اذا اردت كتابة عدد اعشارى فضع على التوالى ما يدل عليه العدد
المقروض المنطوق به من عدد آحاد كل نوع مبتدئا من الجهة اليسرى وضع
محال الآحاد الناقصة المفعولة واسطة امصارا ثم ضع الشرطة على عين رقم
الآحاد الصحيحة بحيث يكون كل رقم في منزلة بنفس آحاده
فعلى هذا اذا كان المطلوب مثلا كتابة عدد مائتين وسبعة وعشرين صحا ح
وتسعة وثلاثين من مائة ا اثنان وعشرين الفا وسبع مائة وتسعة وثلاثين
من مائة فضعه على هذه الصورة ٣٩ ر ٢٢٧ وكذلك عدد مائتين وسبعة
صحا ح وتسعة وثلاثين من ألف او مائتين وسبعة آلاف وتسعة وثلاثين من الف
فصورة وضعه هكذا ٣٩ ر ٢٠٧

(٩٦) حيث ان نوع الآحاد المعبر عنه بأى رقم من العدد الاشارى متوقف
دون غيره على وضع هذا الرقم المعبر به عنه بالنظر للشرطة فينتج عن ذلك ثلاثة
امور

احدها أن مقدار العدد الاشارى لا يتغير بوضع امصار على يمينه او رفعها

$$\text{مثلا } 3 \text{ ر } 2 = 200 \text{ ر } 2 \text{ لان } \frac{2}{100} = \frac{200}{10000}$$

وثانيها أنه اذا قدمت الشرطة الى الجهة اليمنى لاي عدد اعشارى منزلة او منزلتين
او ثلاثا الخ بكمبر العدد المذكور ١٠ مرات او ١٠٠ مرة او ١٠٠٠
مرة الخ فكان العدد على هذا ضرب في ١٠ او ١٠٠ أو ١٠٠٠ الخ
مثلا اذا قدمت الشرطة منزلتين الى الجهة اليمنى ٤٥٦ ر ٣ كبر العدد
المذكور ١٠٠ مرة لان كل رقم من النتيجة هو ٦ ر ٣٤٥ يدل على
آحادا كبيرا كان عليه ١٠٠ مرة

وتتضح هذه الخاصية ايضا بقواعد مفرقة ٩٢ و ٨١ و ٩٢ لانه
عوجها يكون

$$100 \times \frac{3406}{1000} = \frac{100 \times 3406}{100 \times 10} = \frac{3406}{10} = 340,6$$

$$= 406, 2 \times 100$$

ثالثها انه اذا قدمت الشرطة منزلة أو منزلتين او ثلاثا الخ الى الجهة اليسرى
لاى عدد اعشارى يصغر العدد المذكور ١٠ مرات أو ١٠٠
او ١٠٠٠ الخ فكان العدد على هذا قسم على ١٠ او ١٠٠
او ١٠٠٠ الخ وهذه الخاصية هي مفهوم الخاصية الثانية

(٩٧) حيث ان كيفية اجراء العمليات على الاعداد العجيبة مبنية على هذه
الخاصية وهى ان كل عشرة احاد من اى منزلة كانت يتألف منها واحد من
المنزلة التى فوقها مباشرة وان هذه الطريقة جارية أيضا فى الاعداد الاعشارية
فعملياتها حينئذ هى عين عمليات الاعداد العجيبة
رجع الاعداد الاعشارية وطرحها بجمع الاعداد العجيبة وطرحها غير أنه
ينبزم مزيد الالهة، م هنا بوضع الاحاد المقصدة المقدار بعضها تحت بعض

(أمثلة الجمع)

٣٧٠٥, ٢	٢٨٠٠٠, ٩٠٩٠٠٩	١٢, ٢٤
٨٩, ٧٥٠٠١	٩٩, ١٠١٩٩١	٤٢, ٥٢
٣٧٩٤, ٩٥٠٠١	٨١٠٠٠, ٠١١٠٠٠	٥٤, ٨٧

٩٠٠٠, ٤٠٠٧٠٠١٢

٨٢١٠, ٥٦٧٢

١٧٢١٠, ٩٦٨٠٠٠١٢

(أمثلة الطرح)

٢٨١٠٠٠٠١١	٥٤٠٨٧
٢٨٠٠٠٠٠٩٠٩٠٠٩	١٢٠٣٤
٩٩٠١٠١٩٩١	٤٢٠٥٣

١٧٢١٠٠٠٩٦٨٠٠٠١٢	٣٧٩٤٠٩٥٠١
٨٢١٠٠٠٥٦٧٣	٨٩٠٧٥٠١
٩٠٠٠٠٠٤٠٠٧٠٠١٢	٣٧٠٥٠٢

(٩٨) ضرب الأعداد العشرية بجري علميته بقطع النظر عن الشرطة
ثم يفصل من بين الحاصل أرقام اعشارية بقدر ما يوجد منها في كل من
العاملين

مثلا إذا ضربنا ٢ د ٤ × ٥٧ د ٣ فيحذف الشرطة من هذين العددين
يكبر الأول ١٠ مرات والآخر ١٠٠ مرة فيتحصل إذن الحاصل
المطلوب بضرب ٢٤ في ٣٥٧ ويتصغير النتيجة التي هي ٨٥٦٨
ألف مرة بأن تفصل ثلاثة أرقام اعشارية من بين ٨٥٦٨ يكون
الحاصل المطلوب ٨ د ٥٦٨

وتوصل الى هذه النتيجة ايضا بقواعد ٩٣ و ٨٢ و ٩٢ لانه بموجبها
يكون $\frac{٣٥٧ \times ٢٤}{١٠٠ \times ١٠} = \frac{٣٥٧}{١٠٠} \times \frac{٢٤}{١٠} = ٣ د ٥٧ \times ٢ د ٤ = ٨ د ٥٦٨ = \frac{٨٥٦٨}{١٠٠٠}$

(تيسية) إذا لم يحتو الحاصل الناتج من ضرب العاملين بقطع النظر عن الشرطة
على ما يلزم لوضع الشرطة من الأرقام يكفي وضع اصفار على يسار الحاصل
المذكور ليكمل بذلك ما يخص من أرقام ذلك الحاصل

فعلى هذا إذا كان المطلوب ضرب ٠٤ د ٠ في ١٢ د ٠٠ فاضرب
٤ في ١٢ فيكون الحاصل ٤٨ وحيث انه يلزم فصل ستة أرقام

اعشارية من عين الحاصل المذكور بموجب القاعدة المقررة لزم تعويض ٤٨
بعدد مكافئ لذلك الحاصل وهو ٤٨٠٠٠٠٠٠ ثم تقصّل حينئذ الارقام
الستة الاعشارية فيكون الحاصل المطلوب هو ٤٨٠٠٠٠٠٠ ر

(٩٩) قسمة الاعداد الاعشارية لها صورتان

اولا * اذا كانت عدة الارقام الاعشارية واحدة في المقسوم والمقسوم عليه
تخرج القسمة يحصل بقطع النظر عن الشرطة لان حذفها يؤدي الى ضرب
المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد كافى الخاصية الثانية من غمرة ٩٦
بدون ان يتغير الخارج المذكور كما في غمرة ٣٥

فعلى هذا خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢ يحصل بقسمة ٤٨٦
على ٢٤٣ فيكون الخارج ٢

ويتوصل الى هذه النتيجة بملحظة ان هذين العددين لما كانا مكافئين لبعضهما
٤٨٦ و ٢٤٣ المتحدى المقام كان خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على ٤٣ ر ٢
هو ٤٨٦ / ٢٤٣ كما في التنبية الاول من غمرة ٨٥ فعلى ذلك يحصل خارج القسمة

المذكور بقسمة ٤٨٦ على ٢٤٣ كما في تنبيه غمرة ٧١

وثانيا * اذ لم تكن عدة الارقام الاعشارية واحدة في المقسوم والمقسوم عليه
رجعت تلك الصورة الى المقدمة بوضع اصفار على عين العدد الذي تكون
ارقامه الاعشارية اقل في العدد من ارقام الآخر كما في الخاصية الاولى
من غمرة ٩٦ فعلى هذا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٨٦ ر ٤ على
٤٣ ر ٠٠٢٤٣ فقول المسئلة اولا الى قسمة ٨٦٠٠٠ ر ٤ على
٢٤٣ ر ٠٠٢٤٣ ثم اقسام ٤٨٦٠٠٠ على ٢٤٣ ر ٠٠٢٤٣ او ٤٨٦٠٠٠
على ٢٤٣ فيكون خارج القسمة المطلوب هو ٢٠٠٠

(تنبيه) * في صورة ما اذ لم تكن الارقام الاعشارية متحدة العدد في المقسوم
والمقسوم عليه يمكن الاستغناء عن وضع الاصفار على عين احدهما الذي تكون
ارقامه الاعشارية اقل من عدد ارقام الآخر ثم تجري عليه القسمة بقطع النظر
عن الشرطة ويضرب خارج القسمة المتحصل في قوة مناسبة من قوى عدد ١٠

او يقسم على القوة المذكورة فيحصل بذلك خارج القسمة المطلوب واسم تلك القوة يساوى الفرق الذى بين عدد الارقام الاعشارية التى فى المقسوم والمقسوم عليه

مثلا اذا كان المطلوب خارج قسمة ٤٨ ر ٠٠٠٠ على ١٢ ر ٠ فاقطع النظر عن الشرطة واقسم ٤٨ على ١٢ فيكون خارج القسمة ٤ ثم اقسم هذا الخارج على ١٠٣ اوعلى ١٠٠٠ فيكون خارج قسمة ٤٨ ر ٠٠٠٠ على ١٢ ر ٠٠٠٤ وهو ٤٠٠٤ ر ٠ وهو خارج القسمة المطلوب لانه يحذف الشرطة من المقسوم الذى هو ٤٨ ر ٠٠٠٤ يكبر بقدر ١٠٠ كافي الخاصية الثانية من غرة ٩٦ وحينئذ يكبر خارج القسمة بقدر تلك المرات كما فى غرة ٣٥ لكن يحذف الشرطة من المقسوم عليه الذى هو ١٢ ر ٠ يكبر بقدر ١٠٢ وينتداه خارج القسمة بقدر ١٠٢ كافي غرة ٣٥ وينتج من ذلك انه يحذف الشرطة من المقسوم والمقسوم عليه يضرب خارج القسمة المطلوب فى ١. ويقسم على ١. فيضرب ذن الخارج المذكور فى ١. اوفى ١. فيحصل حينئذ خارج القسمة المطلوب بقسمة خارج قسمة ٤٨ على ١٢ على ١.

ويجرب مثل ذلك فى استخراج خارج قسمة ٤٨ ر ٠ على ١٢ ر ٠٠٠٠٠٠ فيكنى قطع النظر عن الشرطة وقسمة ٤٨ على ١٢ فيحصل من ضرب الخارج وهو ٤ فى ١٢٠ خارج القسمة المطلوب وهو ٤٠٠٠ وقد رأيت فى هذين المثالين أن ١٢٠ هو العدد الذى يلزم قسمة خارج القسمة المتحصل عليه اوضربه فيه لاجل تحصيل خارج القسمة المطلوب وأن الاس ٣ هو الفرق بين عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المقسوم والمقسوم عليه (١٠٠) ميزان القواعد الاربعة للاعداد الاعشارية هو ميزان القواعد المقررة فى غرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٢٣

(تحويل الكسور الى كسور اعشارية)

(١٠١) حيث ان $\frac{1}{2}$ مساو لاعداد اعشارية عن خارج قسمة البسط

على المقام كافي غرة ٧١ فلاجل تحويل الكسر الاعتيادي الى كسر
اعشاري يبحث اولاً عن الجزء الصحيح الناتج من خارج قسمة البسط على المقام
ثم توضع الشرطة الاعشارية على عين رقم احاد الجزء الصحيح المذكور ولاجل
ايجاد ارقام خارج القسمة الاعشارية يلزم تحويل البواقي المتوالية الى اعشار
والى اجزاء من مائة واجزاء من الف الخ بأن يوضع صفر على عين كل باق فيحصل
فيأحصل بهذه الكيفية من الارقام على عين الاعداد الصحيحة يدل على الاعشار
والاجزاء المئوية وغير ذلك من العدد الاعشاري المكافئ للكسر المطلوب تحويله
الى اعشاري ولغرض ذلك بثلاثة امثلة فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل $\frac{98}{30}$ الى اعشاري فتضع صورة العملية
على هذا المنوال

$$\begin{array}{r|l} 20 & 98 \\ & 230 \\ \hline & 392 & 00 \end{array}$$

وقسمة ٩٨ على ٢٥ يكون خارجها عدد صحيح وهو ٣ ويبقى
٢٣ آحاداً و ٢٣٠ جزاً من عشرة وبقسمتها على ٢٥ يكون الخارج
٩ من ١٠ ويبقى ٥ من ١٠ تعادل ٥٠ من مائة وقسمة ٥٠
من مائة على ٢٥ خارجها ٢ من مائة ويبقى صفر فاذن يكون الكسر
المذكور مكاناً العدد ٩٢ ر ٣

$$\text{وذلك لأن } 92 \text{ ر } 3 = \frac{392}{100} = \frac{4 \times 98}{4 \times 25} = \frac{98}{25}$$

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل $\frac{2}{11}$ الى كسر اعشاري فيلزم لاجل
ذلك قسمة ٢ على ١١ كافي المثال المتقدم فيكون خارج القسمة
٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهو كسر لانهاية له حيث ان رقيه يتجدد ان دائماً على التوالي
بدون انقطاع

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل $\frac{77}{4900}$ الى كسر اعشاري
فتجدد به اجراء العملية $\frac{77}{4900} = 0.0157142857 \text{ ر } ٠$ وهكذا

من اعداد ٦٧ الاعشارية الى غير نهاية

تنبيه • يتوصل بالقاعدة المذكورة الى بيان كون خارج قسمة عدد على آخر كسرا اعشاريا فعلى هذا خارج قسمة ٩٨ على ٢٥ او ٩٨ على ٢٥ يكون ٩٢ ر ٢ كما في غرة ٩٩ وخارج قسمة ٢٠٠٣ على ١١ ر ٠ او ٣ على ١١ يكون ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من

اعداد ٢٧ الاعشارية

(١٠٢) الكسور الاعشارية التي ظهرت في المثالين الاخيرين تسمى بالكسور الدورية فاولها وهو ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية يسمى بالكسر الاعشاري الدوري البسيط لان جله ارقامه المتحصلة على التوالي بدون انقطاع المسماة دورية تظهر بعد الشرطة مباشرة بدون واسطة وثانيهما وهو ١٣٦٧٦٧٦٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٦٧ الاعشارية يسمى بالكسر الاعشاري الدوري المركب لان الجزء الدوري فيه وهو ٦٧ لا يظهر الا بعد الشرطة بواسطة حيث يفصله عن اجزاء اعشاري غير دائري وهو ١٣

ولنبين ان كل كسر اعشاري دوري يمكن تحويله الى كسر اعتيادي مكافئ له فنقول

اولا • لنفرض ان المطلوب تحويله الى كسر اعتيادي هو كسر ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية فلاجل التوصل الى ذلك نبعث عن صيغة اخرى مركبة من هذا الجزء الدوري بعينه ثم نطرح احدي الصيغتين من الاخرى فينعدم الجزء الدوري ويسهل استنتاج مقدار الكسر الدوري المقروض فاذا رمزنا بحرف r لمقدار كسر ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية وضربنا هذا المقدار في ١٠٠ كان

١٠٠ في $r = ٢٧٢٧٢٧ ر ٢٧$ وهكذا من اعداد ٢٧

الاعشارية و $r = ٢٧٢٧٢٧ ر ٠$ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

فإذا طرحنا منه من ١٠٠ منه كان الباقي وهو ٩٩ في سه مساويا ٢٧٢٧٢٧ ر ٢٧ وهكذا من الأعداد العشرية — ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من الأعداد العشرية أو مساويا ٢٧ لان الاجزاء العشرية الدورية مجموع بعضها بعضا فاذن يكون

$$\frac{3}{11} = \frac{27}{99} = \text{سه} \quad \text{وينتج من هذا أن} \quad 27 = 99 \text{ في سه}$$

فعلى ذلك يكون كل كسر دورى بسيط أصغر من الواحد مساويا لكسر اعتيادى بسطه الجزء الدورى ومقامه عدد مؤلف من عدة تسعات بقدر ما فى الجزء الدورى من الأرقام

وثانياً إذا كان المطلوب تحويل أى كسر دورى مركب الى كسر اعتيادى فاننا نضع الشرطة بالتالى على بين الجزء الدورى الاول وعلى يساره نقطة يفصل عددان مؤلفان من جزء دورى واحد وحيث ان الفرق بين هذين العددين لا يحتوى على الجزء الدورى فاستخرج مقدار الكسر المفروض على غاية من السهولة

مثالين المطلوب تحويله هو بسطة ٨٠١٣٦٧٦٧٦٧ ر ٨٠ وهكذا من اعداد ٦٧ العشرية التى جزؤها الدورى ٦٧ فاذا رمزنا بحرف سه الى مقدارها كان

$$٨٠٠٠٠٠ \text{ في سه} = ٦٧٦٧ ر ٨٠١٣٦٧ \quad \text{وهكذا من اعداد} \\ ٦٧ \text{ العشرية و} ١٠٠٠ \text{ في سه} = ٦٧٦٧ ر ٨٠١٣ \quad \text{وهكذا من اعداد} \\ ٦٧ \text{ العشرية}$$

فاذا طرحنا ١٠٠٠ في سه من ١٠٠٠٠٠ في سه ولاحظنا انعدام الدورى وجدنا

$$٩٩٠٠٠ \text{ في سه} = ٨٠١٣٦٧ - ٨٠١٣ \quad \text{وينتج من هذا أن} \\ \text{سه} = \frac{٨٠١٣٦٧ - ٨٠١٣}{٩٩٠٠٠} \quad \text{وبمثابة مقدار سه هذا مع عدد}$$

٨٠١٣٦٧٦٧٦٧ ر ٨٠ وهكذا من اعداد ٦٧ العشرية توصل الى هذه القاعدة

وهي انه اذا كان المطلوب تحويل أى كسرا عشاري دورى مركب الى كسر
اعتباده قائمك تنقل الشرطة على التوالي الى عين الجزء الدورى الاول ويساره
فما يكون من الفرق بين جزأى الكسور والاعشارية الصحيحين المتحصلين يبدل على
بسط الكسر المطلوب وأما المقام فتأخذ لاجل تأليفه من القسومات بقدر ما في
الجزء الدورى من الارقام ثم تضع على عين العدد المأخوذ من الاعشارية قدر
الارقام التى بين الشرطة والجزء الدورى الاول

وهذه القاعدة بصح اجزاؤها أيضا فى الكسور الاعشارية الدورية البسيطة التى
تكون أكبر من الواحد لكن بلا خلة أن تلك الكسور تخلقها عن الارقام بين
الشرطة والجزء الدورى الاول لا يلزم فيها وضع اصفار عقب القسومات الموجودة
فى مقام الكسر الاعتبادهى المكافئ له
فيحصل اذن من القواعد المتقدمة ان

$$٢٠٠٤٠٤٠٤ \text{ وهكذا من اعداد } ٤ \text{ وصفر الاعشارية} \\ \frac{٢٠٠٤ - ٢٠٣٠٤}{٩٩٠} = \frac{٢٠١ - ٢٠١٠١}{٩٩٠}$$

$$\text{وأن } ٢٥٢٥٢٥ \text{ ر } ١٢٧ \text{ وهكذا من اعداد } ٢٥ \text{ الاعشارية} \\ \frac{١٢٧٢٥ - ١٢٧}{٩٩} = \frac{١٣٥٨٨}{٩٩}$$

تنبيه ويعمل هذا يوجد أيضا أن

$$٩٩٩ \text{ ر } ١٠ = \frac{٩ - ٩٩}{٩} = \frac{٩٩٩ - ٩٩٩٩}{٩} \text{ وهكذا من اعداد } ٩ \text{ الاعشارية} \\ ١ = \frac{٩}{٩}$$

$$\text{وأن } ٩٩٩٩ \text{ ر } ٠.٠١ = \frac{٩}{٩} \text{ وهكذا من اعداد } ٩ \text{ الاعشارية} \\ ٠.٠١ = \frac{٩}{٩} \text{ وهكذا من اعداد } ٩ \text{ الاعشارية} \\ ٠.٠٠٩٩٩٩ \text{ ر } ٠.٠١ = \frac{٩}{٩} \text{ وهكذا من اعداد } ٩ \text{ الاعشارية}$$

الاعشارية وينتج من ذلك أن كل كسرا عشاري مؤلف من عدة قساعات لانهاية
له ايساوى واحدا من المتزلة التى فوق المتزلة المبتدأة منها المتزلة مباشرة

(١٠٣) يمكن للطالب ادعاء أن يتحقق في مبداء الامر من خارج قسمة بسط
الكسر على مقامه هل هو صحيح أو كسر دورى بسيط أو كسر دورى مركب

وذلك لامور

أولاً * متى كان المقام واحدا متبعا باصفار فان قاعدته غرة ٩٢ تؤدي بدون واسطة الى العدد الاعشارى المكافى للكسر المقروض

وثانياً * اذالم يكن المقام واحدا متبعا باصفار بان كان لا يحتوى الاعلى عوامل اولية كعاملى ٢ و ٥ الاولين لاس ١٠ فانه يعبر دائماً عن الكسر باعشارى على التحقيق لانه بضرب حدى الكسر فى قوة من قوى عدد ٢ او ٥ بحيث يدخل كل من عاملى ٢ و ٥ فى المقام الجديد دخولاً متعدياً فيهما سواء كان مرة أو أكثر يتحول الكسر المذكور الى كسر مكافى له يكون مقامه الواحد المتبوع بعدة اصفار وهذا الكسر الاخير لا يكون اصم بل يتحول الى اعشارى على التحقيق كفى غرة ٩٢

ومن هذا القبيل كسر $\frac{7}{4}$ وذلك لان

$$\frac{7}{4} = \frac{7}{2 \times 2} = \frac{7}{2 \times 2} = \frac{7}{2 \times 2} = \frac{7}{4} = \frac{7}{4} = \frac{175}{1000} =$$

وقسمة ٧ على ٤ تؤدي الى هذه النتيجة بعينها كفى غرة ١٠١

تنبيه * عدد الارقام الاعشارية يساوى عدد ٣ الذى هو رأس عاملى ٢ و ٥ الداخلى مراراً عديدة فى ٤٠ التى هى مقام الكسر المقروض

وبالجمله فبعد حذف جميع عوامل ٢ و ٥ المشتركة فى حدى كسر أيا ما كان لا يحتوى مقام الكسر الناتج على عوامل أولية غير عاملى ٢ و ٥ ويكون عدد الارقام الاعشارية من خارج قسمة البسط على المقام مساوياً بالكبر اس من أسس عاملى ٢ و ٥ من هذا المقام الاخير

ولنفرض كسر $\frac{7}{16}$ مثلاً فاذا حذف عامل ٢ المشترك بين حديه

صار هذا الكسر $\frac{7}{8}$ او $\frac{7}{2 \times 4}$ فاذن يتوصل من قسمة البسط

على المقام خارج ضخم يحتوى بالضرورة على أربعة أرقام اعشارية لانه لا يعمل

تحويل هذا الكسر الاخير الى كسر آخر مقامه واحد متبع باصفار وبسطه
لا ينتهي باصفار يلزم ضرب المدين في ٥ فيحصل

$$\frac{5 \times 7}{5 \times 2} \quad \text{او} \quad \frac{14}{2} \quad \text{او} \quad \frac{10000}{20000} \quad \text{او} \quad 0.00020$$

وثالثا * اذا احتوى مقام الكسر على عامل اولى غير ٢ او ٥ وكان هذا
العامل الاول لا يقسم البسط فانه لا يمكن تحويل هذا الكسر الى عدد
أعشارى متناه وزيادة على ذلك يصير خارج القسمة غير المتناهي كسر دوريا
ولنفرض أن كسر $\frac{8}{15}$ هو الذى مقامه يحتوى على العامل الاول وهو ٣
الذى لا يقسم البسط وهو ٨ فيكون حينئذ اويا مع ٨ فيقال انه لا يمكن
تحويل الكسر المذكور الى عدد اعشارى متناه لانه لو فرض يحصل خارج
اعشارى متناه مثل ٠.٢٤ لكان

$$\frac{8}{15} = 0.24 \quad \text{وحيث ان} \quad \frac{24}{100} = \text{كافى غرة} \quad 93$$

$$\text{فكسر} \quad \frac{8}{15} = \frac{24}{100} \quad \text{وينتج من هذا ان} \quad 100 \times 24 = 10 \times 240$$

كافى التنبية الثالث من غرة ٧٤

لكن اذا فرضنا أن عدد ٣ يقسم ١٥ فهو ايضا يقسم ٢٤ 15×24
ويقسم بالتبعية 100×8 وايضا حيث ان عدد ٣ المذكور اولى
مع ٨ يلزم حينئذ أن يقسم ١٠٠ كافى غرة ٥٧ وذلك مستحيل
كافى التنبية الثانى من غرة ٥٨ وهذه الاستحالة ناشئة عن فرضنا ان الكسر
المفروض كان قابلا للتحويل الى عدد اعشارى متناه ويعلم منه أن قسمة ٨
على ١٥ تؤدي الى خارج اعشارى غير متناه

وايضاً يقال ان هذا الخارج الغير المتناهي دورى لانه لما كانت البواقي
التوالي اقل من المقسوم عليه توصلنا بالضرورة الى باقى تحصل سابقا بضرب
ذلك الباقي في ١٠ واستقرار القسمة تكون المقسومات الجزئية اعدادا
مساوية للاعداد المتقدمة وتتعاقب في منزلة واحدة فيتوصل حينئذ الى خارج
القسمة الارقام التى كانت تحصلت سابقا في المنزلة بعين او شبه على ذلك يكون

خارج القسمة كسر ادوريا

وذلك لانا اذا طبقنا قاعدتة ١٠١ على كسر $\frac{8}{15}$ يؤل الامر الى هذه العملية وهالك صورتها

٨	١٥	احاد
٨٠	٠٠٥٣٣	اعشار
٥٠		اجزاء من مائة
٥٠		من الف
		الخ

فاما قسمة ٨ آحاد على ١٥ فخرجها صفر وهو آحاد خارج القسمة الكلى واما الباقي وهو ٨ فيحول الى اعشار فيصير ٨٠ وبقسمة على ١٥ يكون خارج القسمة ٥ اعشار والباقي ٥ اعشار او ٥٠ من مائة وبقسمة هذا الباقي على ١٥ يكون خارج القسمة ٣ من مائة والباقي ٥ من مائة او ٥٠ من الف وبلاستمرار على القسمة تكون ارقام خارج القسمة مساوية دائما للعدد ٣ لانه حيث كان خارج قسمة ٥٠ من مائة على ١٥ هو ٣ من مائة والباقي ٥٠ من الف وهو اصغر من الباقي المتقدم الذي هو ٥٠ من مائة عشر مرات فبقسمة ٥٠ من الف على ١٥ يحصل خارج اصغر من ٣ من مائة عشر مرات ويبقى باق اصغر من ٥٠ من الف عشر مرات بمعنى أن الخارج يكون ٢ من الف والباقي ٥٠ من عشرة آلاف واذا سلم كذا نظير ذلك في قسمة ٥٠ من عشرة آلاف على ١٥ كان خارج القسمة ٣ من عشرة آلاف وهو اصغر من المتقدم عشر مرات وكان الباقي ٥٠ من مائة الف وهو اصغر من المتقدم ايضا عشر مرات وهكذا الى ما لانهاية

تنبيه: كلما زدت في الارقام الاعشارية من خارج القسمة قربت من مقدار $\frac{8}{15}$ وذلك لان البواقي المتعاقبة وهي ٨٠ عشرا و ٥٠ من مائة و ٥٠ من الف الخ تتناقص مقاديرها مجبردا العمل وحيث انه بقسمة على ١٥ يعلم

ما يتصل في الخارج المحصل حتى يكون صحيحاً تؤخذ ذعدة ارقام اعشارية في خارج القسمة ليكون ما بين العددا الاعشاري الناتج وكسر $\frac{8}{10}$ من الاختلاف قليلاً بقدر الامكان

ومن هذا القبيل ايضا كسر $\frac{3}{11}$ فانه يساوى ٢٧٢٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٢٧ الاعشارية

وابعا اذا لم يحتو مقام اى كسر على عامل من عاملى ٢ و ٥ اللذين هما اصل لعدد ١٠ فيتحويل هذا الكسر الى كسر اعشاري توصل دائما الى خارج يكون كسر ادور يابس ط

ولنفرض مثلاً كسر $\frac{13}{31}$ الذى لم يحتو مقامه على عامل من عاملى ٢ و ٥ كما في غمرة ٤١ و ٤٢ فحيث ان تحويل هذا الكسر الى كسر اعشاري يؤدى دائما الى خارج دورى بسيط أو مركب كما في الامر الثالث يمكن في ذلك أن نبرهن على أن هذا الخارج لا يكون دورياً مركباً

مثلاً اذا كانت قسمة ١٣ على ٢١ تؤدى الى خارج دورى مركب كعدد ٥٣٦٨٦٨٦٨ ر ٠ وهكذا من اعداد ٦٨ الاعشارية الذى يبدأ الدور فيه وهو ٦٨ هو ثالث رقم من الارقام الاعشارية فيقال حيث ان قاعد غمرة ١٠٢ تؤدى بموجب الامر الثانى الى هذه المساواة وهي

$$\frac{53-5368}{9900} = \frac{53-5368}{9900} \text{ ر } ٠ \text{ وهكذا من اعداد } 68 \text{ الاعشارية}$$

$$\frac{53-5368}{9900} = \frac{53-5368}{9900} \text{ ويكون } \frac{13}{21} \text{ وينتج من ذلك أن } 13 \times 9900 = 128700$$

وحيث ان ٩٩٠٠ يقبل القسمة على ١٠ فحاصل ضرب ٥٣٦٨ — ٥٣ في ٢١ يقبل ايضا القسمة على ١٠ لكن حيث انه في الصورة المفروضة لا يحتوى عدد ٢١ الذى هو مقام الكسر المفروض على عاملى ٢ و ٥ اللذين هما عاملا ١٠ الاوليان فعدد ١٠ حيث ان اولى مع عامل ٢١ وعليه فيقسم عدد ١٠ العامل الآخر وهو ٥٣ — ٥٣٦٨ كما في غمرة ٥٧ وحيث ان ٥٧ يتركب من ٥٣ ٥٣٦٨

أن يكون أول رقم من الباقي صفراً وعليه فيكون عدد ٣ الذي هو آخر رقم من جزء ٥٣ الغير الدوري مساوياً بالرقم ٨ الذي هو آخر أرقام دور ٦٨ وهذا مستحيل حيث نرض أن مبدأ الدورانما هو الرقم الثالث بعد الشرطة ومنشأ هذه الاستحالة هو فرض أن الدور ليس مبدؤه بمائتي الشرطة من الأرقام العشارية فقسمة ١٣ حيث دعي ٢١ يكون خارجها بالضرورة كسر ادورياً بسيطاً وذلك لأن قاعدة فترة ١٠١ يفصل بوجهها هذا الخارج وهو عدد ٤٧٦١٩٠٤٧٦١٩٠ ر. وهكذا من الأرقام العشارية الذي مبدأ دوره وهو ٤٧٦١٩٠٤٧ بمائتي الشرطة مباشرة

تنبه * أرقام الدور هي دائماً أقل عدداً من مقام الكسر المفروض لأنه لما كان في صورة قسمة البسط على المقام كل باق أصغر من المقام كان عدد القسمة الجارية لأجل إيجاد باق تفصل سابقاً لا يمكن أن يزيد على المقام وخامساً * قد كان مقام الكسر الأصم يحتوي على عامل ٢ و ٥ اللذين هما أصل عدد ١٠ وعلى عوامل أخرى موافقة لهم في قسمة المقام فتحويل هذا الكسر إلى كسر اعشاري يؤدي دائماً إلى خارج قسمة يكون كسر ادورياً مركباً ويكفي في بيان كمية الأرقام العشارية الموجودة بين الشرطة والدور الأول أن تبين عامل ٢ و ٥ الأولين المنحصرين في المقام فيدخل أكبر أسس هذين العاملين على عدد الأرقام العشارية المطلوب * وعدد أرقام الدور هو دائماً أصغر من حاصل ضرب العوامل الأولية معاً على عامل ٢ و ٥ اللذين في مقام الكسر المفروض

ونمثل لذلك بكسر $\frac{2397}{64750}$ الأصم في حيث أن المقام زيادة على عامل ٢ و ٥ يحتوي أيضاً على عامل أولى وهو ٣ كافي فترة ٤٤ يقال أن قسمة ٢٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ يكون خارجها كسر ادورياً مركباً إذ لو فرض خلاف ذلك لتفصل خارج قسمة يكون كسر ادورياً بسيطاً (كافي الأمر الثالث) وذلك لخارج ٣٧٣٧٣٧ ر. وهكذا من أعداد

٣٧ الأشارية وحيث انه وجب الخاصية الاولى من قاعدة غرة ١٠٢

يكون ٢٧٣٧٢٧ ر ٠ وهكذا من اعداد ٣٧ الاعشارية $\frac{27}{99} =$

كسر $\frac{27}{99}$ يكون مساويا لكسر $\frac{37}{99}$ فيكون حينئذ ٢٣٩٧

$\times 99 = 24750 \times 37$ كافي التقييه الثالث من غرة ٧٤

وحيث ان ٢٤٧٥٠ الذي هو مقام الكسر المقروض يقبل القسمة بالفرض

على ٢ اوعلى ٥ فحاصل ضرب 24750×37 يقبل ايضا

القسمة على ٢ اوعلى ٥ وكذلك حاصل ضرب 9×92297

يقبل ايضا القسمة على ٢ اوعلى ٥ وحيث ان الكسر المقروض اصم

فبسطه الذي هو ٢٣٩٧ لا يقبل القسمة على واحد من عاملي ٢ و ٥

الاوليين من مقام ٢٤٧٥٠ وحينئذ فعامل ٩٩ يقبل القسمة على ٢

اوعلى ٥ كافي غرة ٥٧ وهو مستحيل بموجب غرة ٤١ و ٤٢

فعلى ذلك يكون خارج قسمة ٢٣٩٧ على ٢٤٧٥٠ كسر ادوريا

مركا

ويكني في بيان عدد الارقام الموجودة بين الشرطة والدور الاول أن نبين

عاملي ٢ و ٥ الذين في هذا المقام وهو ٢٤٧٥٠ ولأجل هذا

الفرض يلاحظ أن $24750 \times 10 = 24750 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

٢٤٧٥٠

وحيث ان عامل ٢٤٧٥٠ لا يقبل القسمة على ٢ كافي غرة ٤١

بل على ٥ كافي غرة ٤٢ ويكون الخارج ٤٩٥ وهو ايضا يقبل

القسمة على ٥ ويكون الخارج ٩٩ يكون

$24750 = 24750 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 495 \times 5 \times 5 \times 5$

$99 \times 2 \times 5 = 99 \times$

وحيث ان عدد ٩٩ لا يقبل القسمة على ٢ ولا على ٥ كافي غرة

٤١ و ٤٢ وعدد ٢٤٧٥٠ يساوي $99 \times 2 \times 5$

نقول ان الجزء الغير الدوري من خارج قسمة ٢٣٩٧ على ٢٤٧٥٠

يحتوى على ثلاثة ارقام بين الشرطة والدور الاول وان عدد ارقام الدور
يكون اقل من ٩٩

وذلك انه لما كان مقام $24750 = 2 \times 5 \times 99$ - حق
يمكن اعدام عاملى ٢ و ٥ الموجودين في هذا المقام - كفى في ذلك

٢٢٩٧

أن نضرب ببسط كسر $\frac{2297}{99 \times 5 \times 2}$ في 2×5 وحيث ان ١٠
 $= 2 \times 5$ فالشرط المذكور يتحقق بضرب البسط في $\frac{2}{1}$ او في $\frac{2}{2}$
 $\times \frac{5}{5}$ فيكون

$$\frac{13588}{99} = \frac{2 \times 2297}{99} = \frac{5 \times 2 \times 2297}{5 \times 2 \times 99} = \frac{1 \times 2297}{24750}$$

وحيث ان عدد ٩٩ الذى هو مقام الكسر الاخير لا يحتوى على عامل من
عاملى ٢ و ٥ فتقسمه ١٣٥٨٨ على ٩٩ يكون خارجها دوريا
بسيطاً - كون فيه عدة ارقام الدور اقل من ٩٩ كفى الخامسة الرابعة
فاذن يكون

$\frac{13588}{99} = 137,2525$ وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية فيكفى
في استخراج الكسر الاصلى وهو $\frac{2297}{24750}$ من ذلك ان تقسم الخارج الدورى
البسيط السابق على $\frac{2}{1}$ او على ١٠٠٠ فيؤول ذلك الى تقديم الشرطة
ثلاث منازل الى الجهة اليسرى فيحصل من ذلك الكسر الدورى المركب وهو
 $137,2525$ - وهكذا من اعداد ٢٥ الاعشارية المتألف جزؤه
الاعشارى الدورى من ثلاثة ارقام

ومتى امكن تطبيق تلك البراهين على كسور اخرى صماء تحتوى مقاماتها على
عاملى ٢ و ٥ وعلى عوامل اخرى اولية توافقهما فان خواص المذكورة
ثبتت لها كفاي الامر الخامس

(١٠٤) اذا كان العدد لا ينتهى بعدة تسعات وحذفت منه بعض ارقام من
ارقام الجهة اليمنى فجعله الارقام المحذوفة منه يكون مقدارها اقل من واحد

المتزلة الاخيرة المحفوظة

[illegible]

فعل ذلك يكفي في تحصيل مل مقدار اى عدد من الاعداد بحيث يبلغ نقره ساجزا
اعشاريا من منزلة مشروضة أن تحذف جميع الارقام الدالة على آحاد اى من
تلك المنزلة

فاذا اريد ايجاد مقدار اى كسر اعتيادى بحيث يبلغ تقريبا جزءا اعشاريا من منزلة مفروضة يكفى في ذلك أن تقسم البسط على المقام بموجب قاعدة غرة ١٠١ وتستمر في العمل حتى تصل الى رقم خارج قسمة يدل على أحد اءشارية من المنزلة المفروضة فعلى هذا اذا كان المطلوب مثلا ايجاد مقدار كسر $\frac{3}{11}$ اى خارج قسمة ٣ على ١١ بحيث يبلغ تقريبا جزءا من ألف من الاحاد كان المقدار المذكور هو ٢٧٤.

(١٠٥) اذا اريد القرب بقدر الامكان من مقدار عدد اعشاري بحذف
 عدة ارقام من ارقام جهة العيني في ذلك ثلاث صور
 احداها أن يكون الرقم الاول من الارقام التي يراد حذفها اصغر من عدد ٥
 فيلزم في هذه الصورة حذف هذا الرقم مع ما يليه من الارقام • الثانية أن
 يكون اكبر من عدد ٥ او مساويا له ومتبوعا بارقام معنوية فيلزم في هذه
 الصورة اضافة واحد الى الرقم الاخير المراد بقاءه • الثالثة أن يكون مساويا
 لعدد ٥ غير متبوع بارقام معنوية فلزم في هذه الصورة طريقتان اما أن
 تترك الرقم الاخير المراد بقاءه على ما هو عليه او تضيف اليه واحدا في هذه
 الصور الثلاث لا يتجاوز الخطا نصف واحد من الميزة الاخيرة المحفوظة

فإذا كان المطلوب مثلاً ابتداءً من رقمين عشاريين فقط من كسر ٦٧٤ ر ٥
وهكذا من الأعداد العشارية كان المقدار التقريبي لهذا الكسر هو ٦٧ ر ٥
وكذلك المقدار التقريبي للكسر ٤٧٦ ر ٥ وهكذا من الأعداد
العشارية يكون ٤٨ ر ٥ ويكون الخطأ في ذلك أقل من نصف جزء من
مائة أو من ٠٠٥ ر ٠ وذلك لأن الجزء المحذوف في الصورة الأولى وهو
٠٠٤ ر ٠ وهكذا من الأعداد العشارية أقل من ٩٩٩٩ ر ٠٠٠٤
وهكذا من الأعداد العشارية أو من ٠٠٥ ر ٠ لأن كسر ٩٩٩ ر ٠٠٠٠
وهكذا من الأعداد العشارية = ٠٠٠١ ر ٠ كافي عشرة ١٠٢
والكمية التي يلزم إضافتها في الصورة الثانية إلى ٤٧٦ ر ٥ وهكذا من
الأعداد العشارية لأجل تحصيل ٤٨ ر ٥ أقل من ٠٠٤ ر ٠
وإذا كان العدد المنطوق هو ٣٧٥ ر ٢ وكان المطلوب ابتداءً من رقمين
عشاريين فقط كان الحد ٣٧ ر ٢ أو ٣٨ ر ٢ على حد سواء ويكون
الخطأ مساوياً ٠٠٥ ر ٠

(١٠٦) ولتبين هنا كيفية اختصار ضرب عددين عشاريين محتويين على
عدة أرقام في صورة ما إذا كان المطلوب تحصيل المقدار التقريبي للحاصل
بحيث يقع تقريباً واحداً عشاريًا من ثلاثة مع لومة بأزمنة كذلك مشابه
فمنقول

لنأخذ الآن المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٧٤٦٢٣ ر ٨
وهكذا من الأعداد العشارية في ٥٦٧ ر ٣ وهكذا من الأعداد
العشارية بحيث يقع تقريباً جزء من عشرة من الواحد
لأجل التوصل إلى ذلك تجرى عملية الضرب بحيث يدل الرقم الأول من بين
كل حاصل جزئي على إجراء من الفاعل على أعداد من أعداد أول رقم
من بين الحاصل المطلوب بمائة مرة فتكون صورة العملية هكذا

مضروب ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية

مضروب فيه ٢٣٤٥٦٧ وهكذا من الأعداد العشرية

الحاصل من ضرب ٨٧٤٦ في ٢٣٤٥٦٧

ومن ٢٣ في ٨٧٤ ٢٣٢٢

ومن ٠٤ في ٨٧ ٣٤٨

ومن ٠٠٥ في ٨ ٠٤٠

مجموع الحواصل الجزئية ٢٠٥٠٢

فأذن يكون ٢٠٥ هو الحاصل المطلوب

وذلك أنه حين الضرب في عدد ٢ الذي هو واحد المضروب فيه أهمل من

المضروب الآحاد التي هي دون اجزاء الألوف فحينئذ يكون الخطأ الناشئ عن

ذلك في حاصل الضرب الجزئي المتنازل اقل من ٢ في ٠٠٠٩٩٩ ٠

وهكذا من الأعداد العشرية أو من ٢ في ٠٠١ كما في غرة ١٠٢

أو من ٠٠٢

ويبرهن بذلك في الحواصل الجزئية الثلاثة على أن الخطأ يكون اقل من

٠٠١ \times ٠٣ أو ٠٠٣ ومن ٠٤ \times ٠٤ أو ٠٠٤ ومن ٠١

\times ٠٥ أو ٠٠٥ على سبيل التوزيع

وباهتمام في المضروب فيه وهو ٠٠٠٦٧ وهكذا من الأعداد

العشرية يكون الخطأ في الحاصل الكلي اقل من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا

من الأعداد العشرية \times ٠٠٠٩٩٩ وهكذا من الأعداد

العشرية من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية

أو من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية \times ٠٠١

أو من ٨٧٤٦٢٣ وهكذا من الأعداد العشرية

فعلى ذلك يكون الخطأ في الحاصل الكلي اقل من كسر ٠٢٢٧٤٦

وهكذا من الأعداد العشرية الذي هو مجموع أعداد

٢ ٠٠٣ ٠٠٤ ٠٠٥ و ٨٧٤٦٢٣ ٠٠٠٨٧٤٦٢٣

وهكذا من الاعداد الاعشارية

فالخطأ المذكور حينئذ هو اقل من عشر الواحد

ولاجل تسهيل اجراء العمليات المتقدمة نضع كل رقم من ارقام المضروب فيه تحت الرقم الذي يتبدى منه الضرب من ارقام المضروب ليحصل في الحاصل اجزاء الالوف ثم تم عمل ارقام العوامل التي تكون حواصلها ادنى من اجزاء الالوف بقطع النظر عن الشرط بحيث تجرى العملية على هذا المنوال

$$\begin{array}{r}
 ٨٧٤٦ \\
 ٥٤٣٢ \\
 \hline
 ١٧٤٩٢ \\
 ٢٦٢٢ \\
 ٣٤٨ \\
 ٤٠ \\
 \hline
 ٢٠٥٠٢
 \end{array}$$

فنضرب اولاً ٨٧٤٦ في ٢ ثم ٨٧٤ في ٣ ثم ٨٧ في ٤ ثم ٨ في ٥ في حيث كانت حواصل ١٧٤٩٢ و ٢٦٢٢ و ٣٤٨ و ٤٠ تدل على اجزاء الالوف فجموعها وهو ٢٠٥٠٢ يدل ايضا على اجزاء الالوف فيعادل حينئذ ٢٠٥٠٢ فاذن يساوى حاصل الضرب المطلوب ٢٠٥٠

المثال الثاني أن يكون المطلوب بحصيل حاصل ضرب ٩ و ٧١٥٣٢ في ١٠٨٥٦٨ ٣١٤٠٠٠٠٠٠ بحيث يبلغ تقريبا جزءا من الف من الواحد

فيكن في ذلك اجراء الضرب باعمال الارقام التي يكون حواصلها في الضرب الجزئية احاداً أدنى من اجزاء الالوف وصورة وضع العملية هكذا

$$\begin{array}{r}
 ٧١٥٢٢٩٠٠٠٠٠ \\
 ٨٦٥٨٠١٠٠٠٠٠٠٠٤١٣ \\
 \hline
 ٢١٤٥٩٨٧٠٠٠٠٠ \\
 ٧١٥٢٢٩٠٠٠٠٠ \\
 ٢٨٦١٢١٦٠٠٠٠ \\
 ٧١٥ \\
 ٥٦ \\
 \hline
 ٢٢٤٦١٢٣٠٦٠٧٧١
 \end{array}$$

فقد تحصل ولا حاصل ضرب ٧١٥٢٢٩٠٠٠٠٠ في ٣
ثم ٧١٥٢٢٩٠٠٠٠٠ في ١ ثم ٧١٥٢٢٩٠٠٠٠ في ٤
ثم ٧١٥ في ١ ثم ٧ في ٨ وحيث ان تلك الحواصل تدل على
اجرامات الالوف فالحاصل جهة ما يعادل ٢٢٤٦١٢٣٠٦٠٧٧١ فاذن
يكون حاصل الضرب المطلوب هو ٢٢٤٦١٢٣٠٦٠٧ وهو يبلغ جزأ
من الخمس الواحد وحيث ان يكون الحاصل الحقيقي هو

$$٢٢٤٦١٢٣٠٦٠٧٧٦٦١٨٢٨٨٧٢$$

تنبيه * اذا أردت تحصيل رقمين زيادة على الأرقام المطلوب ابقاؤها الى الحاصل
فالبراهين المذكورة تدل على أن مجموع الخطأ الواقع في ذلك يمكن أن يؤثر
في مقدار الرقم الأخير المحفوظ فيلزم حينئذ تحصيل ثلاثة ارقام بدلا من الرقمين

(الباب الرابع)

(في الاعداد المميزة والاقيسة الجديدة والقديمة بفرانسا وفيه فصلان)

• (الفصل الاول) •

(في أسماء الاقيسة القديمة المصطلح عليها وفي علمياتها)

(١٠٧) لما كانت الاقيسة القديمة قليلة الاستعمال ناسب ان نقصر هنا على

بيان اسمائها المصطلح عليها وبيان علمياتها على وجه مختصر فنقول

الاطوال تقدر بالتوازات (القصبان القرنجيه) والقراض والامبال
وغير ذلكفاما التوازات فيقسم الى ستة أقسام والقدم الى اثني عشر أصبعاً والاصبع الى
اثني عشر خطاً والخط الى اثني عشر نقطة

والمحيط يقسم الى ٣٦٠ جزءاً متساوية تسمى بالدرجات والدرجة تنقسم

الى ٦٠ دقيقة والدقيقة الى ٦٠ ثانية والثانية الى ٦٠ ثالثة وهكذا

والطول التقريبي لمحيط الارض هو ٢٠٥٢٢٩٦٠ قوازا •

ويؤخذ من ذلك أن طول ربع محيط الارض أى التسعين درجة الارضية

أعني البعد الارضي الذي بين القطب وخط الاستواء هو ٥١٣٠٧٤٠

قوازا وأن طول الدرجة الارضية ٥٧٠٠٨ قوازا + $\frac{2}{9}$

من قوازا أو ٢٢٢٢٢ و ٥٧٠٠٨ وهكذا من اعداد الاعشارية

وهو خارج قسمة ٥١٣٠٧٤٠ على ٩٠ وأما القرض والميل فيستعملان

لتقويم المسافات السفريّة فالقرض البري هو بقياس التواز ٣٢٨٨٨ و ٢٨٠٠

وهكذا من اعداد الاعشارية وهو خارج قسمة الدرجة الارضية التي

هي بقياس التواز ٢٢٢٢٢ و ٥٧٠٠٨ وهكذا من اعداد الاعشارية

على ٢٥

ولما كانت الدرجة الارضية تعادل ٢٥ فرسخاً برياً كان محيط الارض

وهو ٣٦٠ درجة يعادل ٣٦٠ في ٢٥ فرسخاً برياً أو ٩٠٠٠

فرسخ بري

والفرسخ البصرى المعادل ٢٠ منه درجة هو بقياس التواز ٤١١١١ ر ٢٨٥٠٠
وهكذا من اعداد ١ الاعشارية وهو خارج قيمة ٢٢٢٢ ر ٥٧٠٠٠
وهكذا من اعداد ٢ الاعشارية على ٢٠
وفرسخ البوسطة ٢٠٠٠ توازا و ميلان
والخطوة العادية قدما وستة أصابع
والخطوة الهندسية أى الباع خمسة اقدام
والسطوح القليلة الامتداد تقاس بالتواز المربع والاقدام المربعة والاصابع
المربعة وهكذا
والهندازة تستعمل في قياس الجوخ والاقنشة ونحو ذلك وطولها ثلاثة اقدام
وسبعة أصابع و ١٠ خطوط و ١٠ نقط
والهندازة المربعة هى سطح طوله هندازة وعرضه كذلك • وينقسم كل من
الطول والعرض المذكورين عادة الى ثلاث واسداس واجزاء من اثني عشر
والى انصاف وارباع وانحان واجزاء من ستة عشر
والهندازة ذات $\frac{3}{4}$ هى سطح طوله هندازة وعرضه $\frac{3}{4}$ • وثلاث الهندازة
ذات $\frac{9}{8}$ هو سطح طوله $\frac{1}{8}$ هنداسة وعرضه $\frac{9}{8}$ من الهندازة •
والهندازة المربعة تعادل هندازة ذات $\frac{1}{8}$ أو ٨ هندازات ذات $\frac{1}{8}$
أو هندازة ذات $\frac{1}{4}$ أو ٤ هندازات ذات $\frac{1}{4}$ وهكذا
وسطوح الاراضى تقدر بالقصبات والقداديز والقدان ١٠٠ قصبة
والقصبة المستعملة فى باريس هى مربع كل ضلع من اضلاعه ١٨ قدما
فسطحها ١٨ × ١٨ أى ٣٢٤ قدما مربعا
والقصبة المستعملة فى ادارة حفظ الغابات وملاحظة الانهر هى مربع كل ضلع
من اضلاعه ٢٢ قدما فهى ٢٢ × ٢٢ أو ٤٨٤ قدما مربعا
والجحوم تقدر بالتوازيات المكعبة والاقدام المكعبة ونحو ذلك
وتقدر المواد اليابسة وهى الحبوب ونحوها بالمكاييل (وهى تختلف باختلاف
الاماكن) فتكال عند الفرنساوية بمكيال يسمى نسيقه وهو اثنا عشر بواسو

والبواسو ١٦ ثرونا

والمانعات أيضا ~~ك~~ايل مخصوصة تقدر بها المستعمل منها عندهم المويد

والباتة • والمويد في باريس يعادل ٢٨٨ بانة

ووحدة الوزن عندهم هي اللوربوا (الطل الافرنجى) وهو يعادل

مركيز والمرك ٨ أونسات (أواق افريقية) • والأونصة ٨ غرومات

(دراهم) والغروس ٣ دينات والدينية ٢٤ غرانا (أى حبة)

وكل ١٠٠ رطل قطار

ووحدة العملات عندهم أيضا هو اللوربوترونا وهو عبارة عن ٢٠

صليبا والصلدى ٤ ليارات أو ١٢ دينه (وكاه) أصناف معاملة

افريقية)

فأصناف نقود النحاس أو البلون (وهى الدراهم الزايقة) هى الليار والقطع

التي تساوى ٦ ليارات والصلدى الصغير الذى يساوى ٤ ليارات

والصلدى الكبير الذى يساوى ٨ ليارات

وأصناف معاملة نقود الفضة هى القطع الى منها ما يساوى ٦ صوليدان

ومنها ما يساوى ١٢ صوليدا و ٢٤ صوليدا • والايدو الصغير الذى

يساوى ٢ لورات والايدو الذى يساوى ٦ لورات وأصناف نقود الذهب

هى اللوريز وهو ٢٤ لورا ونصف اللوريز

ووزن قطع الفضة يحتوى على $\frac{11}{14}$ من الفضة الخالصة و $\frac{1}{14}$ من النحاس

ووزن قطع الذهب يحتوى على $\frac{11}{14}$ من الذهب الخالص و $\frac{1}{14}$ من

الفضة و $\frac{1}{14}$ من النحاس ولذا يقال ان كلالن الفضة المسكوكة والذهب

المسكوك بهتوى على $\frac{11}{14}$ من الخالص

والاقبسة الوقتية أو الزمانية محدودة بمحركات الارض والقمر والدورية

والارض التى هى كرية تقريبا لها مركزان • الاولى الحركة الدورية التى

تكون حول أحد أقطار الارض المسمى محور الارض ونهايتاه هما القطبان

الارضيان والثانية حركة الاستقبال التى تكون حول الشمس

ومدة دوران الارض حول محورها هي مدة اليوم * وهي منقسمة الى ٢٤ ساعة والساعة ٦٠ دقيقة والدقيقة ٦٠ ثانية والثانية ٦٠ مائة وهكذا

ومدة دوران الارض حول الشمس المعبر عنها بالسنة الشمسية هي ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ تقريبا وأما السنة المعتادة وبغال لها المدنية أيضا فهي ٣٦٥ يوما * فعلى ذلك كل أربع سنين شمسية تزيد يوما على كل أربع سنين معتادة ولاجل التوفيق بين السنين الشمسية والسنين المعتادة اتفقوا على ضم يوم الى السنة الرابعة من كل أربع سنين معتادة وتسمى تلك السنة كبيسة فعلى هذا تكون أيام كل سنة من السنين الثلاثة المعتادة ٣٦٥ يوما والرابعة ٣٦٦ يوما * ولوقلنا ان السنة الشمسية ٣٦٥ يوما و $\frac{1}{4}$ مصحقا بحيث تكون السنة الرابعة من كل أربع سنين شمسية ٣٦٦ يوما لترتب على ذلك أن مركز الارض يبتعد كل أربع سنوات في موضع واحد بالنظر للشمس ولكن حيث ان السنة الشمسية ليست الا ٣٦٥ يوما و ٥ ساعات و ٤٨ دقيقة و ٤٥ ثانية فذلك يؤدي الى الخطأ وعدم التصريح في السنين حيث انه في كل أربع مائة سنة يحصل معنا ما يزيد على ثلاثة أيام تقريبا فلجل تحرير ذلك نقص ثلاثة أيام من ثلاث سنين من السنين الكبيسة الموجودة في ٤٠٠ سنة بأن نجعل أيام كل سنة من تلك الثلاثة ٣٦٥ يوما

وكل مائة سنة تسمى قرنا

وفي اثناء دوران الارض حول الشمس في مدة السنة يقبع القمر الارض في دورانها فبدور حولها اثنتي عشرة مرة تقريبا وهذا هو أصل تقسيم السنة الى اثني عشر شهرا

وهي (بالانجليزية) يتويه وفبريه ومارث وابريل وماية ويونيه ويوليه واغسطس وسبتمبر واكتوبر ونومبر ودقبر * فاما يونيه ومارث وماية ويوليه واغسطس واكتوبر ودقبر فكل شهر منها ٣١ يوما وما

ابريل ويونيه وسبتمبر ونومبر فكل شهر منها ٣٠ يوما وأما شهر
فبراير فأيامه على حسب أيام السنة فان كانت أيامها ٢٦٥ يوما فأيامه
٢٨ وان كانت أيامها ٢٦٦ فأيامه ٢٩

ثم ان التقويم الجسدي المبني على هذا الاتفاق يسمى بالتقويم الاغرواري
لانه يعزى للبابا اغروار الثامن وهذا التقويم وان كان لا يخلو عن خطأ
يسير الا انه يكفي في بقاء التوافق بين السنة المعتادة والسنة الشمسية لان مجموع
الخطا في مدة ٤٤٠٠ سنة لا يبلغ الا يوما واحدا تقريبا

وقد اصطلحوا على رموز مخصوصة قصد الاختصار في كتابة الاقيسة فجعلوا
رمز التواز و ω للقدم و ν للاصبع و ξ للنط و λ
للورفوروا و μ للصلدى و ϵ للذبة و ρ للورپوا و σ
للاونسه أى الاوقية الافريقية و γ للغروس أى الدرهم الافريقي
و θ للقران أى الحبة و ζ للساعة و δ للدقيقة و η للثانية
فتكتب ٢ قوازا و ٣ اقدام و ٤ أصابع و ٥ خطوط
و ١٢ لورفوروا و ٣ صوليات و ٥ ذنيات و $\frac{2}{11}$ من
الذبة و ١٥ لورپوا و ٧ أونسات و ٤ غروسات و ٢ ذنية
و ٩ غرانات و ٣ ساعات و ٥ دقائق و ٧ نوان هكذا
ث ω ν ξ λ μ ϵ ρ σ γ θ ζ δ η

٢ و ٣ و ٤ و ٥ و ١٢ و ٣ و ٥ و $\frac{2}{11}$ و ١٥ و ٧ و ٤ و ٢ و ٩ و ٣ و ٥ و ٧

• (عمليات الاعداد المميرة) •

(١٠٨) يشترط في الجمع والطرح أن تكون الاعداد المطلوب اجراء العملية فيها
مؤلفة من جنس واحد وأن تكون آحاد النتيجة من جنس آحاد تلك الاعداد
فعلى هذا يكون مجموع عددي ٧ و ٢ من التوازنات هو ٧ + ٢
أو ٩ قوازا ويكون باقي طرحهما ٧ - ٢ أو ٥ قوازا
وأما الضرب فلا بد فيه من أن يكون المضروب فيه مبهما وأن تكون آحاد
الحاصل داخلة من جنس آحاد المضروب

فعلى هذا يكون حاصل ضرب ٥ توازات في ٣ هو ٣ في ٥ أى ١٥ توازا
وأما القسمة فانها في صورة ما اذا كان المقسوم والمقسوم عليه مؤلفين من آحاد
متعددة الجنس يشترط أن يكون خارجها عددا مبهما ماد الا على عددمرات احتواء
المقسوم على المقسوم عليه وأما في صورة اختلافهما بأن كان المقسوم مجزا
والمقسوم عليه مبهما فان خارج القسمة يكون من جنس المقسوم وتصبح القسمة
حيث تدعى عبارة عن تقسيم المقسوم الى اجزاء متساوية بقدر ما الى المقسوم عليه
من الآحاد ويكون خارج القسمة عبارة عن واحد من هذه الاجزاء

خارج قسمة ٥٦ توازات لـ ٨ توازات هو عقد ٧ المبهم الدال
على أن ٨ توازات داخله ٧ مرات في ٥٦ توازا وبقسمة ٥٦ توازا
على ٧ يحصل سبع ٥٦ ويكون الخارج حيث تدعى ٨ توازات

ثم ان الاعداد ان كانت مختلفة التمييز بان كانت مركبة من مقادير مختلفة
كخمس توازات وثلاثة اقدام سميت اعدادا متناسبة وان كانت متحدة التمييز
بأن كانت مركبة من مقادير متعددة سميت اعدادا غير متسبة

ولما كان يعرف بما تقدم طريقة اجراء العمليات في الاعداد المهمة غير
المتسبة ناسب أن نشرع الان في الكلام على حساب الاعداد المتسبة التي
هي عبارة عن الاقسمة القديمة فنقول

(١٠٩) يكفي في تحويل العدد المنسوب لاحد معلوم الى آحادا كبير من آحاده
أو أصغر أن تضرب عددا لا آحاد المعلومة في العدد الدال على كمية آحاد الجنس
الأصغر التي يتقوم منها واحد من الجنس الأكبر وتقسم عددا لا آحاد المعلومة
على العد لا آخر

مثلا حيث ان التوازي ساوى ٦ اقدام فلاجل تحويل ٨ توازات الى
اقدام بطريقة الضرب يكفي أن تضرب ٨ في ٦ لان ٨ توازات
تعادل ٨ في ١ أو ٨ في ٦ أو ٨ × ٦ اقدام أى ٤٨
قدما وأما بطريقة القسمة فانك بقسمة ٤٨ على ٦ تجد عدد التوازات
المستقل عليها عدد ٨ قدما وذلك انه لما كان ٦ يعادل $\frac{1}{6}$ تواز كان

٤٨ تعادل ٤٨ في $\frac{1}{4}$ وازاؤ $\frac{48}{4}$ من التوازؤ ٨ قوازان
 فاذا كان المطلوب تحويل $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ الى اقدام لاحظت أنه حيث كانت
 ٨ توازات تعادل ٨ × ٦ اقدام أي $\frac{48}{8}$ فلتكن $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$
 معادلة $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$ أو $\frac{3}{8}$

فاذا أردت أن تخصي عدد التوازات المشغل عليها ٥٢ قدما فاقسم ٥٢
 على ٦ فيكون خارج القسمة ٨ آحاد والباقي ٥ فعدد ٥٢ قدما تعادل
 حيث $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ لانما كان $\frac{1}{4}$ يساوي $\frac{2}{8}$ وازكن ٥٢ قدما
 يعادل $\frac{52}{4}$ من التوازؤ $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$ أو $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{4}$

وبمثل ذلك ترى أن $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{7}{7} = \frac{8}{8} = \frac{9}{9} = \frac{10}{10}$

و ٥١٢٠٧٤ و $٠٧٨٤٤٤ = ٣$ و ٩٤١٣٢٨ و ٣٦

$٤٤٣٢٩٥٩٣٦ = ٥٥١٢٣٢$ و ٥٢١٩ و ١

$٩٢١٦ = ٣٨٤ = ١٢٨ = ١٦$

وأن الهندازة المركبة من $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{6}$ تعادل $\frac{1}{60}$

$\frac{1}{60}$

(١١٠) كيف يجمع الاعداد المتسبة أن تضع الاحاد المتعددة المقدرات تحت

بعضها وتضعها الى بعضها على التوالي مبتدئا من أصغرها اليسهل عليك ضم

المحفوظات الى الاعداد الآتية وهالك مثالين لتوضيح ذلك

ص	و	ث	د	ج	ل
$\frac{2}{3}$	١١	٥	٧	$\frac{2}{3}$	١٨
$\frac{2}{5}$	١٠	٤	٩	$\frac{2}{5}$	١٨
ص	و	ث	د	ج	ل
$\frac{11}{3}$	١٠	٤	١٧	$\frac{1}{3}$	٣٧

تبتدى في العملية الاولى من كسور الاصبع فتقول ^{صه}

$\frac{4}{5}$ زائدة $\frac{1}{5}$ تعادل $\frac{2}{5}$ أو $\frac{11}{5}$ + ١ ثم تضع $\frac{11}{5}$ وتحفظ ١

لتضعها الى ^{صه} ٢١ المتصورة في عمود الاصابع فيحصل ^{صه} ٢٢ ولاجل

استخراج الاقدام المتصورة في ^{صه} ٢٢ تقسم ٢٢ على ١٢ فيكون

خارج القسمة ١ ويبقى ١٠ فاذن تكون ٢٢ مساوية ١ و ١٠ ^{صه}

تضع ١٠ في عمود الاصابع وتحفظ ١ لتضعها الى ٥ + ٤ فيحصل

١٠ او ١ و ٤ ثم تضع ٤ اقدام ويضم ١ المحفوظ من اقدام

الى عمود التوازات فيحصل ١٧ فتضعها في منزلة التوازات وبمثل هذه

القواعد تجري عملية الجمع الثانية

(بند ١١١) اذا اردت أن تطرح أحد العددين المتتبعين من الآخر فاطرح

على التوالي جميع أعداد العدد الاصغر من أعداد العدد الاكبر مبتدئاً في العملية

باصغر تلك الأعداد لتيسر لك الاستعارات وهالك مثالين لتوضيح ذلك

٢٧	٠	٣	$\frac{1}{5}$	١٧	٤	١٠	$\frac{11}{5}$
١٨	٧	٤	$\frac{2}{5}$	٩	٤	١٠	$\frac{8}{5}$

المطروح منه

المطروح

١٨	١٢	١٠	$\frac{2}{5}$	٧	٥	١١	$\frac{3}{5}$
----	----	----	---------------	---	---	----	---------------

الباقى

وحيث انه في المثال الاول لا يمكن طرح $\frac{4}{5}$ او $\frac{21}{5}$ من $\frac{11}{5}$ فاستمر

١ من ١٠ وبضم هذا المستعار الى $\frac{11}{5}$ فيحصل $\frac{21}{5}$ ^{صه}

ثم اطرح $\frac{17}{5}$ من $\frac{21}{5}$ فيكون الباقي $\frac{4}{5}$ او $\frac{19}{5}$ فتضعه في منزلة

كسور اصابع النتيجة وحيث ان المطروح منه الآن لا يصحوى الاعلى ٩ اصابع

فاستمر ١ من ٤ واطرح ١٠ من ١ و ٩ اومن ٢١
 واكتب الباقي ١١ ثم انقل الى عمود الاعداد واستمر ١ او ٦
 واطرح ٤ من ١ و ٣ اومن ٩ فيصكون الباقي ٥ واطرح
 ٩ من ١٦ فيحصل ٧ وازان في الباقي الكلي وتجري عملية المثال
 الثاني كعملية المثال الاول بعينها
 (١١٢) اذا أردت ضرب عدده متشعب في عدد صحيح مبهم فاضرب كل جزء
 من المضروب في المضروب فيه مبتدئا باصغر الاحاد

د حل ل

مثلا اذا كان المطلوب حاصل ضرب $\frac{2}{11}$ ٣ ٢ ١٢ في ١٢ فاذن
 قضع صورة العملية هكذا

د حل ل

المضروب $\frac{2}{11}$ ٣ ٢ ١٢

المضروب فيه ١٢

د حل ل

الحاصل ١٤٥ ٧ ٢ $\frac{2}{11}$

ثم نقول ١٢ في $\frac{2}{11}$ تساوي $\frac{24}{11}$ او $\frac{2}{11}$ ٢ قضع $\frac{2}{11}$ ونحفظ

٢ لتضمها الى ١٢ في ٣ فيحصل ٣٨ او ٢ و ٣ قضع ٢

في الحاصل وبضم الحفوظ معك وهو ٣ الى ١٢ في ٢ فيحصل ٢٧

او ٧ و ١ قضع ٧ في الحاصل وبضم الحفوظ معك وهو ١ الى

١٢ في ١٢ فيحصل ١٤٥ فاذن يصكون الحاصل الكلي هو

د حل ل

٢ ٧ ١٤٥ ١١

(١١٣) اذا اردت قسمة عدد عميق متسبب او غير متسبب على عدد صحيح
مهم فالتبدي على آحاد المقسوم وتحويل كل باقى الى احاد المنزلة السفلى
المباشرة لها ليحصل معك آحاد منازل خارج القسمة على اختلافها ولتعمل لذلك
بمثالين

المثال الاول أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة ١٥ وازا على ٤
فانقسم ١٥ على ٤ فيكون الخارج الصحيح ٣ وازان ويبقى ٣
او ١٨ ثم انقسم ١٨ على ٤ فيكون الخارج ٤ ويبقى ٢
او ٢٤ فانقسم ٢٤ على ٤ فيكون الخارج الحقيقى ٦ فاذاً يكون
الخارج المطلوب من قسمة ١٥ وازا على ٤ هو ٦ ٤ ٣

د حل ل

المثال الثانى أن يكون المطلوب ايجاد خارج قسمة ٢ ٧ ١٤٥ على ١٢

فانقسم ١٤٥ على ١٢ فيكون خارج القسمة ١٢ ويبقى ١ او ٢٠

ثم ضم الى هذا الباقي ٧ من المقسوم فيكون المجموع ٢٧ وبقسمة هذا

المجموع على ١٢ يكون الخارج ٢ ويبقى ٣ او ٣٦ فضم ٢ الى ٣٦

من المقسوم وانقسم ٣٨ على ١٢ فيؤدى ذلك الى خارج القسمة وهو ٣

ويبقى ٢ فانقسم ٢ ٧ ١٤٥ على ١٢ فيكون خارج القسمة ٣

ومجموع تلك الخواارج الجزئية هو خارج القسمة الكلى وهو ٣ ٢ ١٢

(١١٤) ضرب أي عدد منتسب في كسر أو قسمته عليه بعلم مما سبق
(في غرة ١١٢ و ١١٣) وذلك أن ضربه في الكسر أو قسمته عليه يؤدي
إلى ضرب عدده منتسب في عدد صحيح أو قسمته عليه بالحقاق والمثل لذلك
بمثالين

د حل ل

المثال الأول أن يكون المطلوب بيان حاصل ضرب $\frac{2}{11}$ في ١٢ في $\frac{12}{7}$

د حل ل

فاضرب $\frac{2}{11}$ في ١٢ في ١٢ ثم اقسمة النتيجة على ٧ فيكون

د حل ل

الحاصل المطلوب هو $\frac{20}{77}$ ٢٠ ١٥ ٣

د حل ل

المثال الثاني أن يكون المطلوب بيان خارج قسمة $\frac{20}{77}$ على $\frac{12}{7}$

على $\frac{12}{7}$

فبضرب المقسوم في $\frac{7}{12}$ يتحصل هذا الخارج وبإول ذلك إلى قسمة $\frac{20}{77}$

د حل ل

د حل ل

٣ ١٥ ٢٠ على ١٢ وإلى ضرب الخارج وهو $\frac{24}{77}$ ٧ ١٤ ١

د حل ل

في ٧ فتكون النتيجة وهي $\frac{2}{11}$ ٣ ٢ ١٢ هي خارج القسمة

المطلوب

(١١٥) إذا أردت ضرب عدد منتسب في عدد منتسب آخر فاضرب على

التوالي المضروب في أجزاء المضروب فيه على اختلافها ثم أجر عملية الجمع والمثل

لذلك بمثالين

المثال الاول ان يكون عن التوازي

ويكون المطلوب بيان عن

د	ص	ل
١١	٢	٢
ص	٥	٨
١٢	٥	٨

د	ص	ل
١١	٢	٢
١٠	١	١٠
١	٦	١١

فمن ١٢ توازا هو

وعن ٥ اقدم هو

وعن ٨ اصابع هو

فيكون مجموع عن ٨ ٥ ١٢ هو $\frac{179}{198}$ د ص ل
 ١٥٦ ١٥ ١١

د ص ل
 ١٤٥ ٧ ٢ $\frac{2}{11}$ يفضل ١٢ بقض
 كما في غرة ١١٢ وهو عن ١٢ توازا

ولاجل تحصيل عن ٥ اقدم تلاحظ انه حيث كانت ٥ اقدم عبارة
 عن $\frac{5}{4}$ توازي $\frac{5}{4}$ كفي في ذلك اخذ $\frac{5}{4}$ عن التوازي الواحد وهو

د ص ل
 ١١ ٢ ٢ ١٢ وحيث ان ٨ اصابع عبارة عن $\frac{8}{7}$ من التوازي

ص
 فمن ٨ يحصل بضرب $\frac{2}{11}$ ٢ ٢ ١٢ في $\frac{8}{7}$ اوفي $\frac{1}{4}$

مجموع اثمان ١٢ و ٥ و ٨ هو عن ٨ ٥ ١٢

د ص ل
 المثال الثاني ان يكون التوازي ساوي ٩ ٨٨ ١٨ والمطلوب بيان عن

ح ٨ ص ٤
 فبتقدير العمليات المتقدمة تجد الثمن المطلوب هو

د ص ل
 ١٤ ١٨ ١ $\frac{2}{11}$

(١١٦) واتضح الآن في قصة أحد العدين المنتهية على الآخر مثلين
لذلك بما لا يخفى

د صل

المثال الأول أن يكون التوازن الواحد في العمل يساوي $\frac{14}{31}$ ١٠ ٩

د صل

فعلى ذلك ما يكون عدد التوازنات إذا كان معنا ٦ ١٠

د صل

فالجواب حيث أن ١٠ ٥ هو ما يتصل من ضرب عن التوازن الواحد في عدد

د صل

التوازنات المطلوب بقسمة ١٠ ٥ على $\frac{14}{31}$ ١٠ ٩ يخرج عدد

التوازنات المذكور فإذا أردت أن تجعل المسألة من باب قصة عدين مجعدين
أحدهما على الآخر قاع أولا المقام وهو ٣١ وذلك بضرب المقوم

د صل

والمقوم عليه في ٣١ وهذا لا يغير خارج القسمة فيحصل في المقوم ١٠ ٦

د صل

٣٩ وفي المقوم عليه ٦ و ١٥ ثم اع على التوالى الدنيات والصوابيات

د

وذلك بضرب هذين الحاصلين في ٢ والنتيجة في ٢٠ فيحصل في المقوم ١٥٨١

وفي المقوم عليه ٢١٢ وحيث أن عدد التوازنات المطلوب هو $\frac{1581}{212}$

أو $\frac{1581}{212}$ فاقسم ١٥٨١ وقار على ٢١٢ فيكون خارج القسمة

وهو ٢ وقارن و ٣ اقدم و ٦ أصابع والنتيجة المطلوبة

المثال الثاني أن يكون المطلوب بيان عن التوازن في صورة ما إذا كان عن ٢

د صل

قارن و ٣ اقدم و ٦ أصابع يساوي ١٠ ٦

د صل

فبقول حيث أن عن ٢ ٢ ٢ يساوي ١٠ ٦ يكون عن ٢

٢ في ١٢ هو الجذر الثاني عشر من ٢٤ او ٢ او ٢٤ فاصل
ضرب $\frac{2}{11}$ من الدنية في ١٢ هو حينئذ الجزء الحادى عشر من
٢٤ او $\frac{2}{11}$ ٢ ومجموع الخواصل الجزئية المتحصلة من ضرب اجزاء
المضروب المختلفة في المضروب فيه هو عبارة عن الحاصل الكلى وهو $\frac{2}{11}$
٢ صل ل
١٤٥ ٧ ٢

فقد تحصل الحاصل الكلى بتعطيل المضروب الى اجزاء ضلعية متداخلة اعني
الى اجزاء بعضها داخل ومختصر في البعض الآخر حقيقة وتعرف هذه العملية
بطريقة الاجزاء الضلعية

المثال الثاني أن يقال اذا كان عن التواز الواحد
فما يكون عن
فتقول في الجواب
٢ صل ل
١٢ ٢ ٢ $\frac{2}{11}$
صه ٧ ت
١٢ ٥ ٨

٢ صل ل
١٤٥ ٧ ٢ $\frac{2}{11}$
٦ ١ ١ $\frac{13}{22}$
٤ ٠ ٩ $\frac{2}{33}$
١ ٦ ١١ $\frac{2}{99}$

٢ صل ل
١٥٦ ١٥ ١١ $\frac{179}{198}$

أولاً عن ٢ توازين هو
ثانياً عن ٣ او $\frac{1}{11}$ هو
عن ٢ او $\frac{1}{11}$ هو
وثالثاً عن ٨ صه او $\frac{1}{3}$ هو
صه ٧ ت
فمن ٨ ٥ ٢ الكلى هو

فمن التواز الواحد مكرراً ١٢ مرة هو عن ١٢ تواز

ولاجل معرفة ثن ٥ اقدم فقال ٥ الى ٢ زائدة ٢ ونصف ثن

٢

التواز الواحد هو ثن ٣ اقدم وثلاث غناها هو ثن ٢

وحيث ان ٨ اصابع هي ثلث ٢ فثلث ثن ٢ هو ثن ٨ اصابع

ومجموع الثمان ١٢ و ٣ و ٨ و ٢ هو ثن ٨ و ١٢ الكلي

وهذه العملية قول الى تحليل الشيء المطلوب معرفة غنسه الى اجزاء ضلعية متداخلة بحيث يصير ثن كل جزء من ذلك الشيء جزءا ضلعيًا من ثن تحصل

قبل ذلك

د صل ل

المثال الثالث أن يقال اذا كانت اجرة التواز في العمل ٩ ١٨ ١٨

فما تكون اجرة ٤ اقدم و ٨ اصابع و ٨ خطوط

فتقول في الجواب انه يمكن البحث عن اجزاء الاجزاء الضلعية التي هي ٢

و ١ و ٦ و ٢ و ٢ و ٢ و ٢ غير أن الاو جزوالا سهل أن يحلل العدد

الكلي الى ٢ و ٢ و ٢ و ٨ و ٨ لان ثلث اجرة التواز الواحد

هو عبارة عن اجرة ٢ او ٢ و ثلث هذه الاجرة الاخيرة هو اجرة ٨

والجزء الثاني عشر من اجرة ٨ هو اجرة ٨ خطوط

د صل ل

وبهذه الطريقة يكون مقدار الاجرة المطلوبة $\frac{1}{11} 18 14$

(١١٨) يعني في تحويل كسر عملي الى اعشاري او الى عا دمتسب أن تقسم

البسط على المقام تحتضق قاعدة ثمر ١٠١ او ثمر ١١٣

فعلى هذا تكون كسور

$\frac{15}{4}$ و $\frac{10}{4}$ و $\frac{15}{4}$ و $\frac{10}{4}$ بالتحويل الى الكسور الاعشارية هي
 3.75 و 2.5 و 3.75 و 2.5 وهكذا من الاعداد الاعشارية
 و 2.652

صه ن ت د مل ل
 وبالتحويل الى الاعداد المنسبة يحصل 3.46 و 1.06
 د ع ه
 و $\frac{14}{41}$ و 9.10 و 0.822 و 1.12 وبمثل ذلك
 يتوصل الى هذه النتائج وهي

د ع ه
 $\frac{47}{18} = 2.6111$ وهكذا من الاعداد الاعشارية 2.9616
 و $\frac{18}{7} = 2.571428571428$ وهكذا من الاعداد الاعشارية
 د ع ه
 $\frac{2}{7} = 0.285714285714$

و $\frac{47}{7} = 6.714285714285$ وهكذا من الاعداد الاعشارية
 د ع ه
 $\frac{7}{6} = 1.166666666666$

فتبينه اذا كان المطلوب تحويل كسر مقامه واحد من متبوع باصفار كانت
 العملية موجبة سملة الاجراء ولنمثل ذلك بمثالين

المثال الاول ان يكون المطلوب تحويل $\frac{375}{100}$ الى عدد مقسب فيه
 في ذلك اجراء قسمة البسط وهو 375 على المقام وهو 100 بموجب
 قاعدة نمرة 101 غير ان الاسم في التوصل الى النتيجة بعينها ان تضع
 الكسر المذكور هكذا 375 ثم نقول 375 الى اقسامان

تضربه في ٦ فيحصل ٥٠ فاذا أردت تحويل ٥٠ الى اصابع
فاضربها في ١٢ فيحصل ٦ اصابع فيكون الكسر المفروض معادلا
ص ٦
٣
٤

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل $\frac{٥١٣٠٧٤}{١٠٠٠٠٠٠}$ الى عدد منتسب
فطريق ذلك أن تعوض اول ذلك الكسر بالعدد الاعشاري المكافئ له وهو
٥١٣٠٧٤ ثم تحول هذا العدد الى اقدام بان تضربه في ٦ فيحصل
٣٠٧٨٤٤٤ فاذا أردت تقويم الجزء الاعشاري باصابع وخطوط فاضربه
على التوالي في ١٢ ثم ١٢ فحصل عدد ٣٠٧٨٤٤٤ معادلا
٩٤١٣٢٨ ص او ١١٢٩٥٩٣٦ بحيث يعادل الكسر المفروض
١١٢٩٥٩٣٦ ص او ١١٢٩٦ ص بحيث يبلغ تقريبا
جزأ من عشرة آلاف من الخط

(١١٩) اذا أردت تحويل عدد منتسب الى كسر من أجزء آحاد ذلك العدد
فانصب جميع آحاده على اختلافها الى ذلك الاحد ثم أجز عليه الجمع ولتفضل
لذلك بثلاثة أمثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٦ و ٤ و ٣ الى كسر من
التواز

تقول حيث ان ١ يعادل $\frac{١}{٢}$ و ١ يعادل $\frac{١}{٣}$ تكون ٦ و ٤ و ٣
معادلة $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}$ او $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}$ او $\frac{١}{٢}$ او $\frac{١}{٣}$ فاذن تكون
ص ٦ و ٤ و ٣ معادلة $\frac{١}{٢}$ او $\frac{١}{٣}$

وتوصل الى هذه النتيجة بعينها أيضا بتحويل $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ من مبدأ الامر الى اصابع قبحد صه و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ معادلة صه او ٢٧٠ في صه او ٢٧٠ في $\frac{1}{72}$ او $\frac{270}{72}$ او $\frac{15}{4}$

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل صه و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ الى كسر من القدم

فتقول حيث أن ٣ تعادل ١٨ و ٦ تعادل $\frac{7}{12}$ او $\frac{1}{4}$ تكون صه و ٤ و ٣ معادلة ١٨ + ٤ + $\frac{1}{4}$ او $\frac{1}{4}$ ٢٢ او $\frac{40}{3}$

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل الهندازة الى كسر من التواز بموجب ما تقدم في غرة (١٠٧) مما يتعلق بالهندازة ترى أن الهندازة تعادل ١٠ و ١٠ و ٧ و ٣ او ٦٣٢٢ وأن ١ تعادل $\frac{1}{10368}$

فحينئذ تكون الهندازة معادلة ٦٣٢٢ في $\frac{1}{10368}$ او $\frac{6322}{10368}$ او $\frac{3161}{5184}$

(١٢٠) وما ذكرناه وسيلة أيضا الى تحويل العدد المنتسب الى اجزاء اعشارية من أحد من أحاده حينما اتفق

مثلا اذا كان المطلوب تحويل صه و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ الى كسراء اشرى من القدم لاحظت انه حيث كان $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ تعادل $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ وكان صه

$$= \frac{1}{4} = \frac{1}{12} = \frac{1}{20} \text{ معادلة } ٥$$

فيثبت ذلك كون ٦ و ٤ و ٣

فاذا أردت التعبير عن ٦ و ٤ و ٣ بكسرا عشاري من التواز

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{12} = \frac{1}{20} \text{ تعادل } \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} \text{ او } \frac{1}{4} \text{ او } \frac{1}{12} \text{ او } \frac{1}{20}$$

او ٧٥ فيكون العدد المقروض حيثئذ معادلا ٧٥

تنبيه • تحويل الاعداد المنتسبة الى كسور اعشارية يؤدي الى ارتباط عملية هذه الاعداد بعمليات الكسور الاعشارية وتوقفها عليها وهو ان كان أسهل وأوجز بالنظر الى العلم الا انه يؤدي غالباً الى التطويل في العمل فلذا اختاروا اجراء العمل من أول وهلة على الاعداد المنتسبة المفروضة بدون تحويل الى الكسور المذكرة

• (الفصل الثاني) •

في الاقيسة الجديدة

(١٢١) جميع الاقيسة على الطريقة الجديدة مرتبطة ببعضها واما اخوذة من وحدة اصلية فيكون ضبطها وتحريرها في جميع الاوقات وسائر البلدان واسماؤها المصطلح عليها محصورة في كمان قليلة وعملياتها موحدة لانها لا تجري الا في الكسور الاعشارية

اقيسة الخطوط الى الاطوال

لما أرادوا تعيين وحدة الطول المسيما قمترا اجتفوا عن طول قوس دائرة نصف النهار الارضية الذي هو مسافة ما بين القطب وخط الاستواء فقرأوا هذا الطول الذي هو عبارة عن ربع محيط الارض بقياس التواز ٥١٣٠٧٤٠ بقياس القدم ٣٠٧٨٤٤٤٠ وجعلوا منه الجزء المعادل لواحد من عشرة ملايين هو طول المتر بحيث صار المتر بقياس التواز ٥١٣٠٧٤٠ و

وبقياس القدم ٤٤٤٠٧٨٠٣ او ٢٩٦ ر ٣ بمجيشيلغ
 تقريباً جزاً من عشرة آلاف من الخط (راجع المثال الثاني من غرة (١١٨)
 والاقبسة الجديدة المستعملة في فرائسأ مأخوذة من المتر
 فالاقبسة الخطية أو الاطوال عبارة عن المضاعفات الاعشارية واجزائها
 من المتر في انها عبارة عن حواصل الضروب في ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
 وهكذا أو خوارج قسمة طول المتر عليها
 وتتركب اسماء تلك الاقبسة سواء كانت أكبر من الوحدة الاصلية (التي هي
 المتر) أو أصغر منها بزيادة كلمة من الكلمات الالمانية قبل اسم تلك الوحدة
 والكلمات المذكورة هي ميريا • وكيلو • واكتو • وديكا • وديسي •
 وستي • وميلي • ومعانيها على سبيل اللف والنثر المربع عشره آلاف •
 والفا • ومائة • وعشرة • وعشر • وجزء من مائة وجزء من ألف
 فهي ميريا من عشرة آلاف متر وستي جزء من مائة من المتر وهكذا
 ويجري مثل هذا أيضاً فيما عد ذلك من مضاعفات الواحدة المميزة واجزاء
 مضاعفاتها

ويستعمل في تعيين المسافات الميريا متر الذي يعادل ١٠٠٠٠ متر
 أو ١٠٠٠٠ في ١٣٠٧٤ ر ٢ او ٧٤ ر ١٣٠ وكذلك
 الكيلومتر الذي يعادل ١٠٠٠ متراً أو ٧٤ ر ١٣٠
 ولأجل ادخال الطريقة الاعشارية في جميع الاقبسة قسموا المحيط الى ٤٠٠
 جزء متساوية تسمى بالفرادة أي الدرجات المئتين وقسموا أيضاً الدرجة
 الى ١٠٠ دقيقة والدقيقة الى ١٠٠ ثانية والثانية الى ١٠٠ ثالثة
 وهكذا

اقبسة السطوح

وحدة السطوح هي المتر المربع
 والوحدة التي اختاروها لقياس سطوح الاراضى هي مربع ضلعه

١٠ امتار ويسمى عندهم بالآر

والآر ١٠٠ متر مربع أو ١٠٠ في متر مربع أو ١٠٠ مربع ضلع
كل مربع منها متر والجزم من مائة من الآر أو الستينار هو متر مربع
بكل مائة آر تسمى هكتارا لا ايكتوارا والهكتار ١٠٠٠٠ متر
مربع وهو مربع ضلعه ١٠٠ متر

اقبسة الحجم والسعة

وحدة الحجوم هي متر مكعب * والمتر المكعب اذا استعمل في قياس اخشاب
الحريق يقال له اسير

وحدة السعة بالنسبة للمائعات والحبوب هي الليتر وهو ديسيمتر
مكعب * والاقبسة المستعملة فيها هي الايكنتوليتير والديكاليتر والليتر
والديسيليتير

وقد يقوم الليتر مقام الباتنة (في المشروبات) ومقام الليترون (في الحبوب)
وان كان أكبر منها يسمي بروقة - ويقوم الديكاليتر في الحبوب مقام البواسر وكان أن
الايكنتوليتير قد يقوم مقام السقبة

الموازين

وحدة الوزن هي الغرام وزنه ستجيمتر مكعب من الماء المقطر الذي يبلغ أقصى
درجة في الكثافة وهذه الزنة المبينة في الاقبسة القديمة هي ١٨٨٢٧١٥
غراما أي حبة

وعليه فالكيلوغرام او اللور وبوالجديد او اللور الاعشاري هو
١٨٨٢٧١٥ غراما

النقود والمعاملات

نقود الفضة الجديدة زنة ما فيها من الفضة الخالصة $\frac{9}{10}$ وكذلك نقود الذهب زنة
ما فيها من الذهب الخالص $\frac{9}{10}$ ومن هنا ما قبل ان صافي نقود الفضة والذهب
هو $\frac{9}{10}$

وحدة المعاملات الجديدة هي الفرنك وزنه ٥ غرامات ويقال لعشره

ديسيم والجزم من مائة منه ستقيم وهذه الثلاثة هي الجارية الآن في الحسابات
القرنساوية * ونقود الفضة هي قطع القرنك ونصف القرنك وربيع القرنك
والقطع المساوية للقرنكين والمساوية لخمس قرنكات ووزنة هذه القطعة الأخيرة
٢٥ غراما وعليه فزنة كل ٤٠ من هذه القطعة المساوية لخمس قرنكات
كبلو غرام أى ١٠٠٠ غرام * ونقود الذهب الجديدة هي القطع ذات
العشرين فرنكا وذات الأربعين فرنكا والثلاثون مقام اللورين ووزنة
كل قطعة من القطع ذات العشرين فرنكا ٦٤٥١٦١ غرامات
وقطرها ٢١ ميليمترا بخلاف ذات الأربعين فرنكا فقطرها ٢٦ ميليمترا
فيكون في إيجاد طول المتر أن تضع ٣٤ قطعة من ذات العشرين فرنكا
و ١١ من ذات الأربعين متتالية بعضها عقب بعض وذلك لأن مجموع أقطار
القطع الخمسة والأربعين المذكورة هو ٣٤ في ٢١ ميليمترا زائدا ١١
في ٢٦ ميليمترا ١٠٠٠ ميليمترا ومتر واحد
ونقود النحاس الجديدة هي القطع الصغيرة التي تساوي الواحدة منها ستقيا
واحدة وهي تعادل جزءا من مائة من القرنك والقطعة ذات الخمسة ستقيا
أو الصولدي الجديد والقطعة التي تساوي ديسيمًا واحدًا أو الصولدي الكبير
الجديد وهو عشر القرنك

عذبة الأقيسة الجديدة وعملياتها

(١٢٢) عذبة الأعداد الاعشارية وعملياتها يصلحان للأعداد المنقوبة المماثلة
على الأقيسة الجديدة لأن هذه الأقيسة يجري فيها التجزى الاعشارى
فاذا أردت أن تعرف عن قياس جديد بعدد اعشارى فانطق أولا بالعدد
الاعشارى بقطع النظر عن تميزه كما في غمرة ٩٣ ثم استبدل الاحد منهم
بالاحد المميز المطلوب

فعلى هذا يمكن أن تعرف عن عدد ٢٢٧٣٩ بهذه العبارة وهي مائتان
وسبعة وعشرون مترا وتسعة وثلاثون ستمترا وأثنان وعشرون ألفا وسبع مائة
وتسعة وثلاثون ستمترا كما في غمرة ٩٤

واذا أردت أن تكتب قياسا جديدا هو آتيا بالارقام فاهـ كتب أول العدد
المنطوق على حسب قاعدة غرة ٩٧ بقطع النظر عن تمييز ثم اكتب على عين
رقم الاتحاد الحرف الاول من التمييز
فعلى هذا اذا كان المطلوب كتابة عددا اثنين وسبعة وعشرين مترا وتسعة
وثلاثين سنتيمترا الذي يصح أن نعلم عنه أيضا باثنين وعشرين ألفا وسبعمائة
وتسعة وثلاثين سنتيمترا فاكـ تكتب هكذا

٢٢٧٣٩ كافي غرة ٩٥

ويكتفى في تحويل قياس جديد معبر عنه بعدد اعشارى الى أحد اياما كان من
الاتحاد المميرة ان تضرب العدد الاعشارى في ١٠ او ١٠٠ الخ
وهكذا أو تقسمه على ما ذكر بان تنقل الشرطة الى عين الرقم الدال على اتحاد المتر
المطلوبة في صورة الضرب أو الى يساره في صورة القسمة فعلى هذا اذا كان

المطلوب تحويل ٨٢٢٥٨٧ الى ايكـ مترو فلاحظ انه حيث كان
الايكـ مترو الواحد يعادل ١٠٠ متر فيكتفى أن تقسم ٨٢٢٥٨٧
على ١٠٠ بأن تنقل الشرطة خاتمين الى الجهة اليسرى بأن تضعها على عين
رقم ٣ الذي هو مآت المتر بحيث يكون عدد ٨٢٢٥٨٧ معادلا
ايكـ مترو

اعداد ٨٢٢٥٨٧

ثم ان جمع الاعداد المحولة الى جنس واحد وكذلك طرحها يكون على
حسب ما تقر في غرة ٩٧

أمثلة الجمع

مترا	فرنكا	دستيرا
١٢٣٤	٢٨٠٠٠٠٩٠٠٩	٣٧٠٥٢
٤٢٥٣	٩٩١٠١٩٩١	٨٩٧٥٠١
مترا	فرنكا	دستيرا
المجموع ٥٤٨٧	٢٨١٠٠٠١١٠٠٠	٣٧٩٤٩٥٠١

أمثلة الطرح

ديسمترا	فرنكا	مترا
٢٧٩٤ر٩٥٠١	٢٨١٠٠ر٠١١٠٠٠	المطروح منه ٥٤ر٨٧
ديسمترا	فرنكا	مترا
٨٩ر٧٥٠١	٢٨٠٠٠ر٩٠٩٠٠٩	المطروح ١٢ر٣٤
ديسمترا	فرنكا	مترا
٢٧٠٥ر٢	٩٩ر١٠١٩٩١	الباقى ٤٢ر٥٣

ومنى كانت مقادير الاعداد المقروضة مختلفة فحول المسئلة الى الصورة المتقدمة
بأن تحوّل الاعداد المذكورة الى جنس واحد

مثلا * اذا كان المقروض عددي ٢٧٧ر٤ و ٠ر٠٠٩٣٦٨ كيلومترا
فاذا حوّلتهما الى وحدة المتر رأيت مجموعهما ٤٧ر١٠٨ و باقى
طرحهما ٢٨ر٣٧٢

وعلمنا الضرب والقسمة كتأهما تجري على حسب ما تقرّر فى غرقى ٩٨
و ٩٩ وعليه فيكون حاصل ضرب ٠ر٠٤ فى ٠ر٠٠١٢ هو
٠ر٠٠٠٠٤٨ ويكون خارج قسمة ٠ر٠٠٠٠٤٨ على ٠ر٠٤ هو ٠ر٠٠١٢

ثم ان ما تقرّر من القواعد فى غرة ١٠٤ و ١٠٥ و ١٠٦ يجزى
فى الانيسة الجديدة وعليه فيكون مقدار ٢٧ر٤٦٧٨٥ وهكذا من
الاعداد الاعشارية هو ٢٧ر٤٦ تقريبا وفى صورته ما اذا
أريد ابقائه يقين أو ثلاثة اعشارية يكون المقدار التقريبي للعدد

٥٠٦٢٣٧ و هكذا من الاعداد الاعشارية هو ٥٠٦٢
او ٥٠٦٢٤ ويكون حاصل ضرب ٨٠٧٤٦٢٣ و هكذا من
الاعداد الاعشارية في ٢٣٤٥٦٧ و هكذا من الاعداد الاعشارية
مقربا من ديسيم واحد هو ٢٠٥

(المقابلة بين الاتحاد المختلفة من الأقيسة القديمة والجديدة)

(أقيسة الخطوط أى الأطوال)

(وفيها اربع صور)

(١٢٣) الصورة الاولى ان يكون المطلوب مقابلة المتر بالتوازي وأجزائه
وبالعكس فلاحظ ان المتر في الاصل (كما سبق في بحث أقيسة الخطوط) هو
ان ١٠٠٠٠٠٠٠ من المتر = ٥١٣٠٧٤٠ توازن على ١
= $\frac{١٠٠٠٠٠٠}{٥١٣٠٧٤}$ = ١٢٩٦٣ ١٢١ ٣٦٥ ٩٠٣ ٩٤٩ ٠١ ر١ و هكذا من
الاعداد الاعشارية و ١ = ٥١٣٠٧٤ ر٠

وحيث عرفت مقابلة التوازي بالامتار فاستخرج من ذلك مقادير الاقدام
والاصابع وغيرها بالامتار أيضا بان نقسم مقدار التوازي على ٦ أو على ١٢
الحاصل التوازي • وفي صورة العكس وهي ماذا أريد تحويل المتر الى اقدام
أو اصابع أو خطوط أو غير ذلك يكفي ان نحول مقدار المتر وهو
٥١٣٠٧٤ ر٠ الى اقدام وأصابع وخطوط وغيرها بأن نضرب مقدار المتر
على التوازي في ٦ و ١٢ و ١٢ الحاصل فيؤدى الى نتائج وهي

$$١ = ٣٢٤٨٣٩٤٣١٨٦٨٨٢٧ ر١ أو ١ ص =$$

و هكذا من الاعداد الاعشارية ٥٠٦٢٣٧٠٢٧٠٦٩٩٥٦٥٥٧٣٥ ر٠

وهكذا من الأعداد العشرية والمصورة العكس (وهي ما إذا كان المطلوب مقابلة المتر بالهندازة) فيقال فيه بحيث أن الهندازة تعادل

وهكذا من الأعداد العشرية ١٨٨٤٤٦١١٥٨ ر ١

أو ١×١٨٨٤٤٦١ وهكذا من الأعداد العشرية فإدقسنا الهندازة الواحدة على ١٨٨٤٤٦١ وهكذا من الأعداد العشرية كان خارج القسمة وهو ٨٤١٤٣٤٨ ر ٠ هندازة وهكذا من الأعداد العشرية فهو مقدار المتر بالهندازة

وأن أردت قريب ذلك بالكيفية فلاحظ أن الهندازة الواحدة

هندازة م م
 $\frac{٣٦١١٠٠٠٠٠}{٢٦٥٩٧٧٥٦١٦} = ١$ تعطي $\frac{٢٦٥٩٧٧٥٦١٦}{٣٦١١٠٠٠٠٠}$ فبقسمة
 ٢٦٥٩٧٧٥٦١٦ على ٣٦١١٠٠٠٠٠٠ تجد مقدار المتر

بالهندازة

تنبيه ما ذكرناه من الطرق المختلفة في تقويم الهندازة بالمتر وعكسه يجري أيضا في غيرهما من الأقيسة ومن الآن فصاعدا لاندكر في بيان النتائج الأسهل تلك الطرق وأبرزها

الصورة الثالثة أن يكون المطلوب تقويم الفراعخ بالكيلومتر والكيلومتر بالفراعخ والطريق المستعملة في ذلك هي قسمة المحيط إلى ٣٦٠ درجة على رأى المتقدمين فنقول حيث أن ٩٠ درجة أرضية تعادل ١٠٠٠٠٠٠٠ من الامتار (كافي غرة ١٢١) أو ١٠٠٠٠ كيلومتر فالدرجة الأرضية كيلومتر كيلومتر

$\frac{١٠٠٠٠}{٩٠} = \frac{١٠٠٠}{٩}$ فتكون الدرجة الأرضية $٢٥ =$

فرضابريا $٢٠ =$ فرضا بجزا ويكون فرسخ البوسطة $٢٠٠٠ =$

نواز والتواز ١٩٤٩٠٣٦٥٩ ر ١ وهكذا من الأعداد العشرية

١٩٤٩٠٣٦٥٩ ر ٠ كيلومتر وهكذا من الأعداد العشرية

والتر = ٥١٣٠٧٤ ر. والكيلومتر = ٥١٣٠٧٤ فاذن

درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

الفرسخ البري = $\frac{1}{30} = \frac{1}{20}$ من $\frac{1}{9} = \frac{1}{4}$ = ٤٤٤٤

فرسخ بحري

وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ = ٢٢٥٠

درجة ارضية كيلومتر كيلومتر

فرسخ بحري والفرسخ البحري = $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ من $\frac{1}{9} = \frac{1}{4}$ = ٥٠٠

فرسخ بحري

= ٥٥٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية والكيلومتر = $\frac{1}{9} = \frac{1}{5}$

نواز

١٨٠ فرسخ بحري وفرسخ البوسطة = ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠

في ٠٠١٩٤٩٠٣٦٥٩ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

= ٣٨٩٨٠٧٣١٨ كيلومتر وهكذا من الاعداد الاعشارية

فرسخ بوسطة

ت

والكيلومتر = ٥١٣٠٧٤ في ١ = ٥١٣٠٧٤ في $\frac{1}{30}$

فرسخ بوسطة

= ٢٥٦٥٣٧

الصورة الرابعة ان يكون المطلوب تقويم الدرجات بالفراغات وعكسه بموجب

الطريقة القديمة فلاحظ ان ربع المحيط ينقسم الى ٩٠ درجة والى

١٠٠ غرادة فينتج من ذلك ان الدرجة القديمة = $\frac{1}{9}$ من الغرادة وان

الغرادة = $\frac{9}{10}$ من الدرجة القديمة

فذلك هو الوسيلة في تحويل الدرجات القديمة الى غرادات وعكسه

السطوح والمجسم والساعات

اعلم ان البحث عن العلاقات التي بين الاعداد المختلفة من السطح والمجسم والساعة

قديمه كانت أوجدية متوقف على معرفة ما يتعلق بذلك من المسائل الهندسية وليس هذا عمله فاذا أردت الوقوف على نتائج هذا البحث فانظر ما بذله الكتاب من الجداول والتقسيمات

الموازين

إذا أردت تحويل اللوربوا الى الكيلوغرام أو عكسه فلاحظ ان الكيلوغرام وزن

$$\text{غرام} \quad 1882710 \text{ أو } \frac{1882710}{100} \text{ من الغرام أو } \frac{1882710}{100} \text{ من } \frac{1}{9216}$$

$$\text{لان 1 يساوي } \frac{1}{9216} \text{ فاذن الكيلوغرام} = \frac{1882710}{921600} \text{ ويخرج من ذلك ان } 1 = \frac{921600}{1882710} \text{ كيلوغرام}$$

وباجراء عمليات هذه القسومات ترى ان 1 كيلوغرام = 2042876019 د

وهكذا من الاعداد الاعشارية و 1 = 0.4895008466 كيلوغرام

وهكذا من الاعداد الاعشارية وهذه المساواة هي 1 = 16 د و 1 = 72 غ

تدل على انه اذا أردت تحويل مقدار 8 = 1 و 72 غ

الكيلوغرام وهو 20428760 د وهكذا من الاعداد الاعشارية الى أونصات

وغرامات وغرامات (أى اواق ودراهم وحببات) بكنى ضربه على

التيالى 16 وفي 8 وفي 72 فهذه الكيفية ترى ان 1 كيلوغرام

= 686.243 د و هكذا من الاعداد الاعشارية

= 686.243 د و هكذا من الاعداد الاعشارية

٥

= ١٨٨٢٧ر١٤٩٩٩٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

كيلوغرام

فاذا قسمت مقدار ١ وهو ٠ر٤٨٩٥٠٥٨ على ١٦ كان خارج

كيلوغرام

القسمة وهو ٠ر٠٣٠٥٩٤ عبارة عن اونسمة واحدة واذا قسمت

كيلوغرام

مقدار الاونسمة على ٨ كان مقدار القروس ٠ر٠٠٣٨٢٤

وبقسمة هذا العدد الاخير على ٧٢ يكون خارج القسمة الذي هو

كيلوغرام

٠ر٠٠٠٠٥٣١١ وهكذا من الاعداد الاعشارية هومة مقدار الفيران

بالكيلوغرام

كيلوغرام

والقنطار يعادل ١٠٠ او ١٠٠ في ٠ر٤٨٩٥٠٥٨ وهكذا

كيلوغرام

من الاعداد الاعشارية او ٠ر٤٨٩٥٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ميرباغرام

او ٠ر٤٨٩٥٠٥٨ وهكذا من الاعداد الاعشارية

والميرباغرام يعادل ١٠ كيلوغرامات او ١٠ في ٠ر٤٢٨٧٦

وهكذا من الاعداد الاعشارية او ٠ر٤٢٨٧٦ وهكذا من الاعداد

قنطار

الاعشارية او ٠ر٢٠٤٢٨٧٦ وهكذا من الاعداد الاعشارية

نقود المعاملات

اذا اردت تحويل اللورينوز الى فرنكات والعكس فلا حظ ثمة الفرق

٥ غرامات وانه يحتوي من القسمة المثلثية على $\frac{9}{1}$ اعني على $\frac{9}{1}$ من

غرامات او $\frac{9}{10}$ غرام او $\frac{9}{10}$ من ١٨٨٢٧١٥ او ٨٢٢١٧٥ و ٨٤ د
 وأيضاً هنا بعض تجارب صحيحة تدل على أن اللورينوفو الساتج من الايكو
 ل غرام

الذي مقداره ٦ يحتوى على ٨٣٦٥٧٩٣٦ من الفضة الخالصة
 فرنك

وعليه فالغرام الواحد من الفضة الخالصة يعادل
 $\frac{1}{83657936}$ او $\frac{1}{83657936}$

وحيث ان مقدار هذين الكسرين واحد يؤخذ من التنبيه الثالث من غرة
 ل فرنك

٧٤ أن ٨٣٦٥٧٩٣٦ = ٨٤٧٢٢١٧٥ وينتج من
 ل فرنك

هذان ١ = $\frac{83657936}{84722175} = 0.9876509426$ وهكذا
 ل فرنك

من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{84722175}{83657936} = 1.0125034673$
 ل صل

وهكذا من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{1}{1.0125034673} = 0.9876$ من
 ل فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٠.٩٩٣٨٢٥٤٧١٣ وهكذا
 ل صل

من الاعداد الاعشارية و ١ = $\frac{1}{1.011102122} = 0.9888888889$
 وهكذا من الاعداد الاعشارية

تحويل الاقبيسة القديمة الى الاقبيسة الجديدة وعكسه

(١٢٤) حيث عرفت مقدار كل نوع من الوحدة القديمة بالاقبيسة الجديدة
 وعكسه سهل عليك حيث أن تستنتج من ذلك طريقة تحويل الاقبيسة
 القديمة الى الجديدة وعكسه لأن ذلك يؤل الى ضرب مقدار الوحدة المطلوب

تحويلها

المثال الرابع أن يكون المطلوب تحويل ١٣٨٣٦ إلى لوراتيوا (اى)

ل فرنك

وحيث ان $1 = 0.987650$ وهكذا من الاعداد الاعشارية فتكون

ل فرنك

170.087 معادلة 170.087 في 0.987650 وهكذا

فرنك

من الاعداد الاعشارية او 17847926 وهكذا من الاعداد

فرنك

الاعشارية او 1784793 بحيث لا يتقص الكسر الاعشاري عن نصف ستيم

فرنك

المثال السادس ان يكون المطلوب تحويل 1784793 الى لورات تورنوا

ل

فرنك

فاذا ضربت مقدارا وهو 10.1250346 وهكذا من الاعداد

فرنك

الاعشارية في عدد الفرنكات وهو 1784793 تجد 1784793

ل

معادلة 170.0875874 وهكذا من الاعداد الاعشارية

ل

ولاجل التعبير عن الجزء الاعشاري الذي هو 0.0874 وهكذا من

الاعداد الاعشارية فهو لديات تضرب 0.0874 وهكذا من الاعداد

الاعشارية في 20 فتجد 0.0874 رل وهكذا من الاعداد الاعشارية

صل

صل

معادلة 117 وهكذا من الاعداد الاعشارية او 123 بحيث

فرنك

صل

لا يتقص الجزء الاعشاري في هذا العدد عن 0.3 فاذا 1784793

ل

صل

$170.0813 =$

فرنك- ل

تنبيهه حيث ان هذه المتساوية وهى $1 = 1.012503$ وهكذا من

فرنك- ل

من الاعداد الاعشارية تعطى $80 = 81$ بحيث لا تزيد عن جزء من
ألف من اللور يعلم من ذلك انه في صورة ما اذا اريد تحويل لورات تورنوا الى
فرنكات يكفى أن تنقص من اللورات جزءاً من 81 وانه في صورة ما اذا اريد
تحويل فرنكات الى لورات تورنوا يكفى أن تزيد على الفرنكات جزءاً من

٨٠

وبسبب اجراء القسمة على 81 وعلى 80 لانه بموجب قاعدة قسمة 32
يتحصل الجزء المساوى واحداً من 81 من اى عدد كان بقسمته اولاً على 9
ثم بأخذ تسع خارج القسمة ويتحصل الجزء المساوى واحداً من 80 من اى
عدد كان بقسمته اولاً على 10 ثم بأخذ تسع الخارج

ل

فعلى هذا اذا كان المطلوب تحويل 170586 الى فرنكات فاقسم
العدد المذكور على 9 فيحصل 18954 ثم أخذ تسع هذا الخارج

فرنك

ل

وهو 2106 فاذن تكون 170586 معادلة 170586

فرنك

فرنك

فرنك

— 2106 أو 16848 وبين هذا و 1684793 تفاوت

يسير كما في المثال الخامس

فرنك

واذا كان المطلوب تحويل 1684793 الى لورات تورنوا فخذ عشر
 1684793 وهو 1684793 ثم غن 1684793 وهو 1684793
 210599 وهكذا من الاعداد الاعشارية وقسم 210599

فرنك

وهكذا من الاعداد الاعشارية الى 1684793 فتجد 1684793

معادلة ١٧٠٥٨٥٢٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية
(١٢٥) لاجل تسهيل تحويل الارقاس القديمة الى الجديدة وعكسهما
في الجداول الاتية في آخر الحساب جميع الحواصل المختلفة الناتجة من ضرب
مقادير كل نوع من الاحد في الاعداد ذات الرقم الواحد فيكون في تحويل
طريقة الى اخرى أن تحلل العدد المقروض الى اقسامنا زلة المتنوعة وتبحث
عن تلك الابزاء المختلفة في الجداول المذكورة ثم تضعها الى بعضها حتى تحصل
بمجموعها ولتأمل لذلك ستة امثلة

المثال الاول أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٧ وازات الى امتاز

فتحل هذا العدد الى ٩٠٠ زائداً ٧ وطريق تحويل هذين الجزئين
الى امتاز يكون بواسطة الجدول الاول ونقل الشرطة وكيفية العملية ان تقول
حيث ان ٩ وازات تعادل ١٧٠٥٤١٣٣ فاذن

٩٠٠ تعادل ١٧٠٥٤١٣٣
 ٧ وازات تعادل ١٢٦٦٤٣٢٦
فتكون حينئذ ٩٠٧ وازات معادلة ١٧٦٧٠٧٧٦٢٦

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحويل ١٧٦٧٠٧٧٦ الى وازات
فتعبر بالوايات عن اعداد اقسام كل نوع مدلول عليها بالارقام المختلفة من
العدد المقروض فتجد ١٧٦٧٠٧٧٦ تعادل ٩٠٧ وازات
تقريباً

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحويل ٩٠٤٥ الى امتاز
فتبحث في الجدول الاول عن مقادير اعداد ٥ و ٤ و ٩ بالامتاز ثم
تجمعها الى بعضها فيحصل ١١٠٦٤٨٥

(١٢٦) انما يتوصل بالجدول الى تعيين قيمة قياس جديد اذا كانت قيمة القياس القديم معلومة وبالعكس وذلك لانه يكتفى بضرب القيمة المعلومة في العدد المبهم الدال على عدد مرات احتواء القياس المطلوب معرفة قيمته على القياس المعلوم القيمة ولتمثل لذلك بثلاثة امثلة فنقول
المثال الاول اذا كان التوازن الواحد من اى عمل كان تبلغ قيمته ١٢ فرنك فماتكون قيمة المتر الواحد من هذا العمل

ت
فترى في الجدول الاول ان المتر الواحد يعادل ٥١٣٠٧ ر. او
فرنك
٥١٣٠٧ ر. في ١ فتضرب قيمة التوازن الواحد وهي ١٢ في عدد
٥١٣٠٧ الدال على كمية التوازن التي يعادلها المتر وحاصل الضرب
فرنك
الذى هو ٦١٥٦٨٤ هو قيمة المتر من العمل المذكور

فرنك
المثال الثانى اذا كانت قيمة المتر الواحد من اى عمل كان تعادل ٦١٥٦٨٤ ر. فماتكون قيمة التوازن الواحد من هذا العمل

فنقول حيث ان التوازن الواحد يعادل ٩٤٩٠٤ ر. فالقيمة المطلوبة
فرنك
تتوصل بضرب قيمة المتر الواحد وهي ٦١٥٦٨٤ ر. في ٩٤٩٠٤ ر.
الذى هو عدد الامتار الموجودة في التوازن الواحد فيحصل ١١٩٩٩٩ ر.
وهو كذا من الاعداد الاعشارية او ١٢ فرنك بحيث لا تزيد الكور
الاعشارية عن جر من عشرة آلاف من الفرنك

مل ل
المثال الثالث اذا كانت قيمة ١٢ لورا من السكر تعادل ٢٨ ٩ فماتكون

كيلوغرام

قيمة ٣٢١ من الفرنكات

مقبول ان اللور الواحد (اي الرطل الايسر في) من السكر يعادل خارج قسمة

و صل ل

٢٨ ٩ على اثنى عشر وهو ٢ ٧ ٥ وبواسطة الجدول تجد هذا

فرنك

و صل ل

العدد وهو ٢ ٧ ٥ يعادل ٢٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد

الاعشارية والكيلوغرام يعادل ٢٠٤٢٨٨ واذا ضربت قيمة اللور

فرنك

الواحد من السكر هو ٢٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

في عدد ٢٠٤٢٨٨ الدال على كمية اللورات بوا المتحصرة في الكيلوغرام

فرنك

بفصل المضرب وهو ٤٧٨٣٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية هو

كيلوغرام

قيمة الكيلوغرام الواحد من السكر فاذا ٣٢١ من السكر تعادل

فرنك

فرنك

٣٢١ في ٤٧٨٣٥ او ١٥٣٥٥٠ وهكذا من الاعداد

الاعشارية

كيلوغرام

ويتوصل الى هذه النتيجة بقبول ٣٢١ الى اللورات بوا (اي اوطال

افريقية) فيحصل ٦٥٥٧٦٣ وحيث ان ١ من السكر يعادل

فرنك

٢٣٤١٥٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية تكون حينئذ ٦٥٥٧٦٣

فرنك

من السكر معادلة ٦٥٥٧٦٣ في ٢٣٤١٥٥ وهكذا من

فرنك

الاعداد الاعشارية او ١٥٣٥٠٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية
(١٢٧) اذا كان المطلوب مقابلة مقادير نقود البلاد المختلفة فابحث عن كبة
الخالص من ذهب تلك النقود وفضتها

مثلا اذا اردت أن تعرف من نقود انكلترة مقدار ما يسمى سوران وهو
من نقود الذهب الجديدة راردت مقابله بنوع من نقود فرانس الجديدة
المسكوكة من الذهب فانظر ما في السوران وما في القطعة ذات
العشرين فرنكا من خالص الذهب فجد السوران يحتوى على

غرام ٦٣١٨٤٤٤.٣٥ والقطعة ذات العشرين فرنكا وزن ٦٤٥١٦١
وتحتوى من خالص الذهب على $\frac{1}{10}$ من الزنة المذكورة أو

غرام

٥٨٠٦٤٤٩

وعليه فقيمة الغرام الواحد من الذهب هي

٢٠ فرنكا

سوران واحد

٧٣١٨٤٤٤.٣٥ او ٥٨٠٦٤٤٩

وحيث انه يلزم أن يكون مقدار هذين الكسرين واحدا ينتج من التنبيه الثالث
من سورة ٧٤ أن ٥٨٠٦٤٤٩ من سورانات الذهب تعادل ٢٠

فرنكا ٧٣١٨٤٤٤.٣٥×٢٠

وعليه فقيمة السوران الواحد من الذهب هي

فرنك

فرنك

فرنك

$\frac{٧٣١٨٤٤٤.٣٥ \times ٢٠}{٥٨٠٦٤٤٩}$ او $\frac{١٤٦٣٦٨٨٨.٧}{٥٨٠٦٤٤٩}$ او ٢٥٣٠.٧٩ وهكذا

من الاعداد الاعشارية

وعليه فسوران الذهب يعادل تقريبا ٢٥ فرنكا و ٢٠ ستيغور $\frac{٧٩}{١٠٠}$ من

الستيم

وبعوض القاعة المذكورة ترى أن إدارة ضرر بخانة قرائن ما بين
مقادير نفود البلاد المختلفة من التنبؤ والعلامات

الباب الخامس
في مسائل علم الحساب

١٢٨ لتبين هنا أن مجرد تركيب القواعد الاربعة مع بعضها يكفي في حل جميع مسائل علم الحساب فنقول

ان القواعد التي صنيها وسيلة الى حل عدة مسائل يمكن حلها بطريق علم الحساب والى تقرير الطالب على التأهل لممارسة علم الجبر واتقان رعاية الاختصار نفرض أن جميع الكسور التي تدخل في منطوق المسائل تكون محولة الى مقام مشترك

فرنك

١٢٩ المسئلة الاولى اذا كان غن المتر الواحد من الجوخ ٢٥٤ فما

فرنك

غن ٣٧ فنقول يكفي في ذلك ضرب غن المتر الواحد وهو ٢٥٤ في

فرنك

عدد الامتار وهو ٣٧ فحاصل الضرب وهو ٩٣٩٨ او ٩٣ فرنكا و ٩٨ سنتيما هو الثمن المطلوب

المسئلة الثانية أن يكون المطلوب تحصيل غن المتر الواحد من الجوخ والافرض

فرنك

فرنك

أن غن ٣٧ هو ٩٣٩٨ فلاجل ذلك نقسم ٩٣٩٨ على

فرنك

عدد الامتار وهو ٣٧ فنخرج القسمة وهو ٢٥٤ هو الثمن المطلوب

فرنك

المسئلة الثالثة اذا كان غن المتر الواحد من الجوخ ٢٥٤ فما عدد امتار

فرنك

الجوخ التي يكون غنها ٩٣٩٨

فرنك

فتقول حيث ان ثمن المتر وهو ٢٥ر٤ اذا ضرب في عدد الامتار المطلوب

فرنك

يكون حاصل الضرب (كما تقدم) ٩٢ر٩٨ فان عدد الامتار المذكور

فرنك

فرنك

ينصل بقسمة ٩٢ر٩٨ على ٢٥ر٤ وحيث ان خارج القسمة هو

فرنك

٣ر٧ ظهر أن ٣ر٧ هو عدد امتار الجوخ التي ثمنها ٩٢ر٩٨

المسئلة الرابعة اذا كان اربعة من العملة اشتغلوا ٢٠ مترا من

اي عمل كان فاعداد الامتار التي يشغلها تسعة من العملة من ذلك العمل

بعينه

فتقول حيث ان العملة الاربعة اشتغلوا ٢٠ مترا كان شغل كل واحد

منهم ربع ٢٠ او $\frac{٢٠}{٤}$

فاذن يكون شغل التسعة ٩ في $\frac{٢٠}{٤}$ او $\frac{٢٠ \times ٩}{٤}$ او ٤٥

المسئلة الخامسة اذا استغرق شغل ٢٠ مترا من اي عمل كان اربعة ايام

فاعداد الايام التي تلزم لشغل ٤٥ مترا من العمل المذكور

فتقول حيث ان العشر من مترا استغرق اربعة ايام فكل متر من ايجته جزء

يوم

من ٢٠ جزءا من اربعة ايام او $\frac{٢٠}{٤}$

فاذن الخمسة والاربعون مترا يلزم لها من الايام ٤٥ في $\frac{٢٠}{٤}$ او $\frac{٤٥ \times ٢٠}{٤}$

او ٩ ايام

المسئلة السادسة اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا في ظرف ١٥ ساعة

فاعداد الساعات التي يستغرقها خمسة من العملة في التوفية بالعمل

المذكور

المذكور

فنقول حيث ان الثلاثة استغرقوا في العمل المفروض ١٥ ساعة فالعامل الواحد يستغرق ثلاثة اضعاف الزمن المذكور في التوفية بهذا العمل اعني ٣ في ١٥ ساعة

وحيث ان العامل الواحد يستغرق ٣ × ١٥ ساعة لاجل العمل المذكور فالتجاسة يستغرقون في العمل بعينه زمنا اقل بنحو خمس مرات مما استغرقه

العامل الواحد اعني $\frac{3 \times 15}{5}$ ساع ولابد من مزيد الايضاح فوضع صورة العملية هكذا

حيث ان ثلاثة اعمال استغرقوا في العمل ١٥ ساعة فالعامل الواحد يعمل

هذا العمل بعينه في 15×3 فاذن التجاسة يعملون العمل المذكور

في $\frac{3 \times 15}{5}$ اوفي ٩ ساعات

المسئلة السابعة اذا كان هنالك اعلان كل منهم ما فيه صعوبة غير التي في الآخر بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من العمل الاول فاعدد الامتار التي يشتغلها العامل المذكور من العمل الثاني

فاذا فرضنا ان صعوبة العمل الاول عوضا عن أن تكون ٥ كانت ١ بمعنى انها اصغر مما كانت عليه بنحو خمس مرات فالعامل الواحد يشتغل خمسة اضعاف

العمل بمعنى انه يشتغل ٥ في ٢١ مترا او 21×5 ولكن حيث ان صعوبة الثاني هموز اليها بعدد ٧ بمعنى انها أكبر بسبع مرات مما هي اليها بعدد ١ فالعامل الواحد يشتغل حيثما اقل بسبع مرات

بالمثل كانت الصعوبة ١ فاذن يكون شغل من العمل الثاني $\frac{21 \times 5}{7}$

وهذا يؤيد الى ١٥ مترا فاستبان من ككون نسبة الصعوبة في العملين كنسبة ٥ الى ٧ أن العامل الذي اشتغل من العمل الاول ٢١ مترا يشتغل من الثاني ١٥ مترا

١٣١ المسئلة الثامنة ما عدد الامتار التي يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{5}{8}$

لاجل عمل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{3}{8}$

فنعقول اذا كان عرض القماش $\frac{3}{8}$ لزم أن يؤخذ منه ٣٠ مترا

واذا لم يكن عرضه الا $\frac{1}{8}$ لزم أن يؤخذ منه ٢٤٠ مترا وعليه يستمرات اعني

$$6 \times 40$$

وحيث ان عرض القماش في مسئلتنا هذه ليس الا $\frac{5}{8}$ لا يؤخذ منه حيث يستد

الا $\frac{6 \times 40}{5}$ اعني ٤٨ مترا

١٣٢ المسئلة التاسعة اذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد مدة

ثلاث ساعات واشتغلا في ظرف خمسة أيام ٩٠ مترا فعدد الامتار التي

يشتغلها ثلاثة رجال في يومين اذا كانوا لا يستغرقون في العمل الا ٧ ساعات

من اليوم فنقول يتوصل الى عدد الامتار المطلوب بنظر البراهين التي أسلفناها

في غمرة ١٢٠ الا انه يراعى هنا عدد العملة والساعات والايام على التوالي

وبيانه اولاه أن يقال حيث ان عمل اثنين من العملة معلوم فلاجل أن يستخرج

منه عمل الثلاثة الجارى في تلك الاحوال يقال حيث ان الاثنين اشتغلا ٩٠

مترا فاشغل الواحد منهم نصف ٩٠ او ٤٥

فاذن يكون شغل الثلاثة ٤٥ مكرر وثلاث مرات او ١٣٥ فالعملة

الثلاثة الذين يشتغلون خمسة ايام في كل يوم منها ثلاث ساعات يكون مجموع

شغلهم ١٢٥

ونانياً ، اذا أردنا أن نستخرج بظهير البرهنة السابقة من شغل ١٢٥ الواقع في ٣ ساعات من كل يوم مقدار ما يشتغل في ٧ ساعات من كل يوم مع بقاء ما عد ذلك على حاله (من عدد الايام والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٢^{سح} هو ١٢٥^٢ فالشغل الواقع في ١^{سح} يكون ثلث ١٢٥ أى ٤٥^٢

فالشغل الواقع في ٧^{سح} يصبر ٧ في ٤٥ او ٣١٥^٢
فاذن العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة أيام في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ٣١٥

ونالكا وهو آخرها اذا أردنا أن نستخرج من شغل ٣١٥ الواقع في ٥ أيام ما يشتغل في يومين مع بقاء ما عد ذلك على حاله (من عدد الساعات والعملة) فيقال

حيث ان الشغل الواقع في ٥ أيام هو ٣١٥ فالشغل الواقع في يوم واحد يكون خمس ٣١٥ أى ٦٣ والشغل الواقع في يومين يكون ١٢٦ او ٦٣ في ٢^{سح} فاذن الثلاثة العملة الذين يشتغلون يومين في كل يوم سبع ساعات يكون مجموع شغلهم ١٢٦

تنبيه • تختصر صور العمليات ببيان الضرب والقسمة اذ بذلك يحذف بعضها وتقل اجزاؤها

وعليه فيقال في هذه المسئلة

اذا كان العاملان اللذان يشتغلان في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلا

في ظرف ٥ أيام ٩٠ مترا وكان العامل الذي يشتغل في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغل في ظرف ٥ أيام نصف ٩٠ أو $\frac{90}{2}$

وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد ثلاث ساعات قد اشتغلوا في ظرف ٥ أيام ٩٠ في ٣ أيام أو $\frac{90}{3}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد ساعة واحدة قد اشتغلوا في ظرف ٥ أيام ثلث $\frac{90}{3}$ أو $\frac{90}{3 \times 2}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا في ظرف ٥ أيام ٧ في $\frac{90}{3 \times 2}$ أو $\frac{7 \times 90}{3 \times 2}$ وكان العملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد سبع ساعات قد اشتغلوا في اليوم الواحد خمس $\frac{7 \times 90}{3 \times 2}$ أو $\frac{7 \times 90}{5 \times 3 \times 2}$ فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد سبع ساعات يكون شغلهم في ظرف يومين هو ضعف $\frac{7 \times 90}{5 \times 3 \times 2}$ أو $\frac{2 \times 7 \times 90}{5 \times 3 \times 2}$ وبجذف عاملي ٢ و ٣ المشتركين بين حذوي هذا الكسر الأخير يقول عند الامتار المطلوب إلى

$$\frac{7 \times 90}{5} \text{ أو إلى } ١٢٦$$

وتجربى هذه الكيفية في سائر المسائل التي حلها ويكون إجراء الضرب والقسمة فيها على التوالي غير أنه ينبغي للطالب أن يبين أولا جميع العمليات ليقف على ما يظهر له فيها من الاختصارات

المسئلة العاشرة اذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد ٣ ساعات واشتغلا في ظرف ٥ ايام ٩٠ مترا فاعدد الايام التي يستغرقها شغل ثلاثة عملة يشتغلون ٧ ساعات في كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من الشغل المذكور ١٢٦ مترا فنقول قد عرفنا عملا من في المسئلة السابقة أن العملة الثلاثة الذين يشتغلون خمسة ايام في كل يوم ٧ ساعات يكون

$$\text{مجموع شغلهم } \frac{7 \times 3 \times 90}{3 \times 3} \text{ او } 315 \text{ مترا}$$

فاذا أردنا أن نستخرج من ذلك عددا لا ايام التي يستغرقها شغل ثلاثة عملة لا يشتغلون في اليوم الواحد الا ٧ ساعات حتى يكون مجموع شغلهم ١٢٦ مترا فنلاحظ انه حيث كن عدد العملة وساعات الشغل واحدا في المستلثين نكتفي في ذلك بعمل مسئلة وهي

اذا كان هنالك عملة اشتغلوا ٣١٥ مترا في ظرف ٥ ايام فاعدد الايام التي يستغرقها العملة المذكورون في عمل ١٢٦ مترا فنقول في الجواب حيث ان ٣١٥ مترا استغرقت ٥ ايام فالمترا الواحد

$$\text{يستغرق } \frac{5}{315} \text{ او } \frac{1}{63} \text{ فاذا كن } 126 \text{ تستغرق } 126 \text{ في } \frac{1}{63} \text{ او تستغرق يومين}$$

وعليه فالعملة الثلاثة الذين يشتغلون في اليوم الواحد ٧ ساعات يستغرقون يومين في عمل ١٢٦ مترا

واذا بينت على هذه العملية من الضرب والقسمة رأيت أن عدد الايام المطلوب هو

$$\frac{126 \times 3 \times 3 \times 5}{7 \times 3 \times 90} \text{ او } \frac{126 \times 3 \times 5}{7 \times 90} \text{ اي } 2$$

(١٢٣) يتوصل بالجدول الآتية في آخر الحساب الى حل المسائل الثلاث
الآتية

المسئلة الحادية عشر اذا اشتغل ثلاثة عملة ٢ توازين و ٥ اقدام

من أى عمل ~~كان~~ فاعداد الامتار التي يشتغلها خمسة عملة من العمل المذكور

فتقول حيث ان $\frac{5}{2}$ تعادل 502227 ر^ك يقال

حيث ان العملة الثلاثة اشتغلوا من العمل المذكور 502227 ر^ك فالعامل الواحد يشتغل ثلث 502227 ر^ك او 184070 ر^ك وهكذا من الاعداد الاعشارية

وعليه فالعملة الخمسة يشتغلون 5 في 184070 ر^ك وهكذا من الاعداد الاعشارية او 20370 ر^ك وهكذا من الاعداد الاعشارية

المسئلة الثانية عشر اذا اشتغل خمسة عملة 20370 ر^ك من أى عمل كان فاعداد التوازات التي يشتغلها ثلاثة عملة من العمل المذكور فتقول حيث ان العملة الخمسة اشتغلوا من ذلك العمل 20370 ر^ك فالعامل

الواحد يشتغل خمس 20370 ر^ك او 4074 ر^ك

وعليه فالعملة الثلاثة يشتغلون 3 في 4074 ر^ك او 1358 ر^ك

وحيث ان 502222 ر^ك تعادل 8333 ر^ك وهكذا من الاعداد الاعشارية فيضرب 8333 ر^ك وهكذا من الاعداد الاعشارية في 6

تري أن 8333 ر^ك وهكذا من الاعداد الاعشارية تعادل 4999 ر^ك وهكذا من الاعداد الاعشارية او • اقدام تقريرا فيكون الشغل المطلوب

هو $\frac{5}{2}$

المسئلة الثالثة عشر اذا كانت مائة قرش اسبانيولية تعادل ٥٤٣ فرنك
و ١٠٠ دوقه هولندية تعادل ١١٩٣ فرنك فعلى هذا ما الذى تعادله
٣٥٧٩ قرش من الدوقات

فرنك فرنك

فتقول ان القرش الواحد يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ و ١ يعادل $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقه
فاذن القرش يعادل $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ من $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقه أو $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقه فعلى
ذلك ٣٥٧٩ قرش تعادل ٣٥٧٩ في $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقه أو ١٦٢٩
دوقه

تنبیه * وكذلك تجرى العملية لتعرف ما تعادله وحدة نقود احدى هاتين
المملكتين من نقود الممالك الاخرى وذلك انك لما عرفت أن القرش الواحد
= $\frac{٥٤٣}{١٠٠}$ فرنك = $\frac{٥٤٣}{١١٩٣}$ دوقه يستنتج من ذلك أن الفرنك الواحد
فرنك
= $\frac{١٠٠}{٥٤٣}$ قرش = $\frac{١٠٠}{١١٩٣}$ دوقه وأن الدوقه الواحدة = $\frac{١١٩٣}{١٠٠}$
= $\frac{١١٩٣}{٥٤٣}$ قرشا

(قاعدة الشركة)

(١٣٤) انما سميت هذه القاعدة بذلك لاستعمالها في تقسيم ما ينتج عن الشركة
من الربح والخسارة بين الشركاء ثم ان ربح كل شريك أو خسارته انما يتعلق
برأس ماله وبالمدة التي يستغرقها رأس المال المذكور في الشركة

فرنك

المسئلة الرابعة عشر اذا كانت رؤس أموال ثلاثة شركاء هي ٣٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

و ٥٠٠ و ٧٠٠ وكان الربح الكلى ٤٥٠٠ فما يخص كل شريك
من ذلك الربح

فرنك

فتقول حيث ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة هو ١٥٠٠ فيقال حيث

فرنك فرنك فرنك
 ان ربح ١٥٠٠ هو ٤٥٠٠ فربح الفرنك الواحد هو $\frac{٤٥٠٠}{١٥٠٠}$
 فرنك
 اى ٣

فرنك فرنك
 فتكون حينئذ الارباح الخاصة برؤوس الاموال وهى ٣٠٠ و ٥٠٠
 فرنك فرنك فرنك
 و ٧٠٠ هى ٣×٢٠٠ و ٢×٥٠٠ و ٢×٧٠٠
 فرنك فرنك فرنك
 او ٩٠٠ و ١٥٠٠ و ٢١٠٠

فرنك

المسئلة الخامسة عشر اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هى ٣٤٥٠٦٧

فرنك فرنك فرنك
 و ٤٦٨٠٨٤ و ٥٠٢٧٠٩٥ وكان الربح الكلى ٤٢٧٠٣٩٦٨
 فيأخذ كل شريك من هذا الربح

فرنك

فتقول حيث ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة هو ٥٣٤٢٠٤٦ فيقال

فرنك فرنك
 حيث ان ربح ٥٣٤٢٠٤٦ هو ٤٢٧٠٣٩٦٨ فربح الفرنك الواحد
 فرنك فرنك
 هو $\frac{٤٢٧٠٣٩٦٨}{٥٣٤٢٠٤٦}$ او ٠٠٨ فاذا ضربت ربح الفرنك الواحد هو
 فرنك

٠٠٨ فى اعداد ٣٤٥٠٦٧ و ٤٦٨٠٨٤ و ٥٠٢٧٠٩٥

المدالة على الفرنكات التى هى كميات رؤوس الاموال فخواصل الضرب وهى

فرنك فرنك فرنك
 ٢٧٦٥٣٦ و ٢٧٥٠٧٢ و ٢٦٢٢٣٦٠ هي الارباح
 التي توزع على رؤوس الاموال

فرنك
 المسئلة السادسة عشر اذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاه هي ١٠٠ فرنك فرنك

و ٢٥٠ و ٥٠ ومكث رأس المال الاول في الشركة ثلاثة أشهر والثاني
 فرنك

شهرين والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فياكون
 ربح كل شريك بالنسبة لرأس ماله

فيقال ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التي مكثها في الشركة فان كانت
 رؤوس الاموال مكثت في الشركة مدة واحدة سهل استخراج الارباح
 ومعرفتها

فعلى ذلك نبحث عن رؤوس الاموال التي اذا مكثت في الشركة مدة واحدة
 فرنك

تكون أرباحها عين ارباح رؤوس الاموال المفروضة وحيث ان ١٠٠ اذا
 فرنك

مكثت مدة ٣ أشهر يكون ربحها في الشهر الواحد ثلاثة أضعاف ربح ١٠٠
 فرنك فرنك

أي ربح ٣٠٠ فيكون ربح ٢٥٠ اذا مكثت شهرين في الشهر الواحد
 فرنك فرنك فرنك

ضعفي ربح ٢٥٠ أي ربح ٥٠٠ وكذلك ٥٠ اذا مكثت أربعة عشر شهرا
 فرنك

يكون ربحها كربعها في الشهر الواحد ١٤ مرة أي ربح ١٤ في ٥٠ أو ٧٠٠ فرنك
 فأرباحها حيتن هذه عين الارباح المذكورة في المسئلة الرابعة عشر

• (بيان المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة والمركبة) •

(١٣٥) الفائدة هي ما يرجعه رب المال من مال القراض وهي (عند القرض) عبارة عن أجرة يطلبها رب المال من عامل القراض ليعوض به ما كان يرجعه لو شغل ماله بنفسه ومال القراض يسمى رأس مال

ولاجل اجتناب الاختلاف في طريقة بيان ربح الاموال جرت العادة (عندهم أيضا) بالاتفاق على ما ترجعه المائة فرنك في طرف سنة كاملة فهذا الربح هو ما يقي به سعر الفائدة أو سعر المال

مثلا اذا كانت ١٠٠ فرنك ترجع في السنة الواحدة • فرنكات كان سعر المال هو • في المائة في السنة وان شئت قلت وهو الاخصر المال • في المائة

ثم انهم اصطلموا على اطلاق كلمة الايراد على العدد الذي يقسم عليه رأس المال لاجل تحصيل ربحه السنوي • مثلا اذا كان سعر المال • في المائة وكان الربح جزءا من عشرين من رأس المال يقال ان المال ايراده جزء من عشرين منه

وبالجملة فيحصل الايراد بقسمة ١٠٠ على سعر المال وينحصل سعر المال بقسمة ١٠٠ على الايراد

ثم الربح نوعان بسيط ومركب فيكون بسيطا اذا استوفى رأس المال جميع الاجل بدون زيادة ولا نقص وفي هذه الصورة يتحصل ربح رأس المال الذي يمكث عدة سنوات بضرب ربحه الحاصل في سنة واحدة في عدد السنين

فعلى هذا اذا كان سعر المال في السنة الواحدة • في المائة فالربح فرنك

البسيط لمائة فرنك يبلغ في ثلاث سنوات ثلاثة أضعاف • فرنكات أي ١٥ فرنك

وربحها في الشهر الواحد $\frac{٥}{١٢}$ (والشهر في مجت الارباح يتعد اثنا ثلاثين

يوما)

واذا كان سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة أيضا كان ربح القرنك

قرنك قرنك

الواحد $\frac{100}{100}$ أو $\frac{1}{100}$ فاذن الربح السنوي لاي رأس مال كان هو جزء من عشرين جزأ من رأس المال المذكور

وعليه فالربح السنوي لاربعمائة ألف وثمانين ألف فرنك هو $\frac{480000}{100}$ فرنك

أو ٢٤٠٠٠

وأما اذا أضفت الربح الى رأس المال ليحصل عن ذلك ربح آخر قبل لهذا الربح الحاصل ربح مركب وان شئت دعيته كونه ربح الربح (أي فتسميه بذلك)

• (مسائل تتعلق بالارباح البسيطة) •

١٣٦ افترض أن المعبر في المسائل الآتية أعلاه والارباح البسيطة وأن سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة فيكون ربح أي مبلغ كان في السنة الواحدة جزأ من عشرين جزأ من هذا المبلغ والربح الحاصل في عدد من السنين حصصا كان او كسرا يعرف بضر بربح سنة واحدة في هذا العدد المسئلة السابعة عشرة المطلوب معرفة ربح رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك في مدة ثلاث سنوات

قرنك

الحل الاول • حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ في السنة الواحدة هو جزء من

قرنك

قرنك

عشرين جزأ من هذا المبلغ الذي ٤٨٠٠٠٠ أي ٢٤٠٠٠ فهذا

قرنك

قرنك

المبلغ يربح في ظرف ثلاث سنوات ثلاثة أمثال ٢٤٠٠٠ أو ٧٢٠٠٠

قرنك

قرنك

قرنك

فعلى هذا ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ثلاث سنوات ٤٨٠٠٠٠ + ٧٢٠٠٠

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

فرنك فرنك
الحل الثاني • حيث ان ربح ١٠٠ في السنة الواحدة هو ٥

فرنك فرنك فرنك
فربح ١ في السنة الواحدة هو $\frac{٥}{١٠٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك
وربح ١ في ثلاث سنوات هو $\frac{٣}{١٠٠}$ او $\frac{٣}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك فرنك
و ١ في ثلاث سنوات يساوي ١ زائد اربعه وهو $\frac{٤}{٢٠}$ او $\frac{٢٣}{٢٠}$

فرنك فرنك فرنك
فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ثلاث سنوات $\frac{٢٣}{٢٠} \times ٤٨٠٠٠٠$

فرنك
او ٥٥٢٠٠٠

فرنك
المسئلة الثامنة عشر • المطلوب معرفة ربح ٤٨٠٠٠٠ في مدة ثلاث سنوات واربعة اشهر او في مدة اربعين شهرا

فرنك فرنك
الحل الاول ٤٨٠٠٠٠ تربح في ١٢ شهرا جزأ من عشرين من ٤٨٠٠٠٠

فرنك
او ٢٤٠٠٠

فرنك فرنك
وفي شهر واحد تربح جزأ من ١٢ من ٢٤٠٠٠ او ٢٠٠٠

دفي ٤٠ شهر اترج ٤٠ في ٢٠٠٠ او ٨٠٠٠٠ فرنك

وعليه فربح ٤٨٠٠٠٠ في مدة ٤٠ شهر او ٤٨٠٠٠٠ فرنك

فرنك فرنك
+ ٨٠٠٠٠ او ٥٦٠٠٠٠

الحل الثاني • حيث ان ربح ١ في ١٢ شهر او فرنك

فربح ١ في شهر واحد هو فرنك

وربح ١ في ٤٠ شهر او $\frac{40 \times 1}{12 \times 12}$ فرنك او $\frac{1}{36}$ فرنك

و ١ نقد يساوي في ٤٠ شهر ١ + $\frac{1}{36}$ او $\frac{37}{36}$ فرنك

فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ٤٠ شهر $\frac{37}{36} \times ٤٨٠٠٠٠$ فرنك

او ٥٦٠٠٠٠ فرنك

١٢٧ المسئلة التاسعة عشر • المطلوب معرفة مقدار النقود التي يعادلها مبلغ يدفع بعد اجل معلوم

فيقال حيث ان المبلغ الذي يدفع بعد اجل معلوم عبارة عن حاصل ضرب مقدار الفرق الواحد به - وهذا الاجل في عدد فرنكات رأس المال فان قسم المبلغ المدفوع في آخر الاجل على قيمة فرنك واحد به - الاجل المذكور فخرج القسمة هو عدد فرنكات رأس المال الاملي

مثلا • المطلوب معرفة مقدار النقود التي يعادلها ٥٦٠٠٠٠ فرنك اجلها

٤٠ شهرا

فرنك

فنقول قدس - بمقدار الفرنك النقدي يعادل بعد ٤٠ شهرا $\frac{1}{4}$ فاذن يقسم

فرنك

فرنك

٥٦٠٠٠٠ على $\frac{1}{4}$ وحيث ان خارج القسمة هو ٤٨٠٠٠٠ تجد

فرنك

فرنك

كيفية ٥٦٠٠٠٠ التي تدفع بعد اربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠

نقدا

١٣٨ المسئلة العشرون * المطلوب معرفة عدد السنوات التي يعادل فيها

فرنك

رأس مال ٤٨٠٠٠٠ يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين هو ٨٠٠٠٠ فرنك فالواجب

فرنك

حيث ان البحث عن مقدار الزمن الذي يلزم فيه تشغيل مبلغ ٤٨٠٠٠٠ حتى يربح

فرنك

فرنك

فرنك

ربحاً بسيطاً يخاف ٨٠٠٠٠ وحيث ان ربح ١ في سنة واحدة يعادل $\frac{1}{4}$

فرنك

فرنك

فرنك

فربح ٤٨٠٠٠٠ في السنة الواحدة هو $\frac{1}{4} \times ٤٨٠٠٠٠$ او ٢٤٠٠٠٠

فرنك

فرنك

فاذن يقال حيث ان رأس المال هو ٤٨٠٠٠٠ فبلغ ٢٤٠٠٠٠ هو ربح

رأس المال المذكور في سنة واحدة

فرنك سنة

فقداراً هو ربح $\frac{1}{4}$

سنوات

سنة

فرنك

ومبلغ ٨٠٠٠٠ هو ربح $\frac{1}{4} \times ٨٠٠٠٠$ او هو ربح $\frac{1}{4}$

او ٣ سنوات و ٤ اشهر

فرنك

المسئلة الحادية والعشرون * اذا كان معنارأس مال قدره ٤٨٠٠٠٠
وأضفنا اليه ارباحه البسيطة مدة ٤٠ شهرا حتى بلغ ٥٦٠٠٠٠ فرنك
بعد المدة المذكورة فما مقدار سعر المال الذي وقع عليه الاتفاق حين تشغيل
رأس المال المذكور

فرنك

فرنك

فتقول حيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ في طرف ٤٠ شهرا هو ٥٦٠٠٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

— ٤٨٠٠٠٠ او ٨٠٠٠٠ ربح ١ في ٤٠ شهرا هو

فرنك

فرنك

فرنك

فرنك

$\frac{٨٠٠٠٠}{٤٨٠٠٠٠}$ او $\frac{١}{٦}$ ربح ١ في شهر واحد هو $\frac{١}{٤٠ \times ٦}$ او $\frac{١}{٢٤٠}$ ربح

فرنك

فرنك

فرنك

١ في ١٢ شهرا هو ١٢ في $\frac{١}{٢٤٠}$ او $\frac{١}{٢٠}$ والربح السنوي للمائة

فرنك

فرنك هو $\frac{١}{٢٠} \times ١٠٠$ او ٥ فرنكات وعليه فسر المال في السنة

الواحدة هو ٥ في المائة

* قاعدة الخطيطة أي القسط *

الخطيطة هي ما يحط من قيمة ما في الوثيقة الموجل الى أجل معلوم في صورة

ما اذا أريد قبضه قبل حلول أجله

والخطيطة نوعان

أحدهما الخطيطة الداخلية وهي ما كانت مساوية لتفاضل الموجودين

القدر والمعين في الوثيقة وقيمة ما اذا قوم بدواهم نقدان تحت الارباح

البسيطة فقط فهي على هذا عين الربح البسيط رأس المال والقيمة الحالية

لما في الوثيقة

ثانيهما الخطيئة الخارجية وهي ما خلفت الربح العادي من حيث كونها تدفع على مافي الوثيقة بقدر معلوم في المائة أعني على رأس المال مضافا اليه ارباحه فهي على هذا مركبة من ربح رأس المال الاصلى زائدا ربح ربحه مثلا اذا كان المال خمسة في المائة في السنة الواحدة فالمائة فرنك نقد اناوى

فرنك فرنك
في السنة الواحدة ١٠٠ فعلى ذلك اذا كان مافي الوثيقة ١٠٠

فرنك
اجلها سنة فلا تعادل الا ١٠٠ نقدا في صورة ما اذا أريد قبضه قبل

فرنك فرنك
حلول الاجل يحط منه ١٠٠ - ١٠٠ اى خمسة فرنكات فقد رأيت

فرنك فرنك فرنك
أن الخطيئة الداخلية في ١٠٠ هي ١٠٠ - ١٠٠ اى خمسة فرنكات

فرنك
واما الخطيئة الخارجية فالمبلغ المذكور أعني ١٠٠ والقرض ان المال

فرنك فرنك فرنك
خمس في المائة فيقال حيث ان خطيئة ١٠٠ هي ٥ خطيئة ا هي

فرنك فرنك

$\frac{5}{100}$ او $\frac{1}{20}$

فرنك فرنك فرنك فرنك

فاذن خطيئة ١٠٠ هي $\frac{1}{20}$ او $\frac{5}{100}$ او $\frac{1}{20}$ و ٥

فرنك

وعليه فالوثيقة التي يبلغ مافيها بعد سنة ١٠٠ الدال ذلك على أن رأس

فرنك

مالها ١٠٠ يحط منها اذا أريد القبض قبل حلول الاجل المذكور

فرنك فرنك فرنك فرنك
 ٥٢٥ فلا يؤخذ. ثم نقدره الا ١٠٥ — ٥٢٥ اى ٩٩٧٥

فرنك فرنك
 فقد رأيت ان الخطيئة الخارجية وهى ٥٢٥ تتركب من ٥ وهى
 ربح رأس المال الذى هو ١٠٠ زائدة فرنك
 ٥٢٥ الذى هو ربح ٥
 فرنكات

فرنك
 فاذا وضعت ٩٩٧٥ لاجل الاسترباح والفرض ان المال ٥ في المائة
 فانها لا تعادل في السنة الواحدة الا فرنك
 ٩٩٧٥ + $\frac{٩٩٧٥}{٢٠٠}$ اى
 فرنك
 ١٠٤٧٣٧٥

فرنك
 فاذا أريد معرفة المال الذى يفرض المبلغ ٩٩٧٥ في صورته ما اذا وضع
 فرنك فرنك
 هذا المبلغ ليصير ربعه في السنة الواحدة ١٠٥ يقال حيث ان ربح ٩٩٧٥
 فرنك فرنك فرنك فرنك
 يلزم أن يكون ١٠٥ — ٩٩٧٥ اى ٥٢٥ فربح ١ يلزم

فرنك فرنك فرنك
 أن يكون $\frac{٥٢٥}{٩٩٧٥}$ او $\frac{٥٢٥}{٩٩٧٥}$ او $\frac{١}{١٩}$
 فرنك فرنك فرنك فرنك
 وربح ١٠٠ يلزم أن يكون $\frac{١}{١٩}$ او $\frac{٥}{١٩}$ فنبتذ الخطيئة
 فرنك
 الخارجية ذات الخمسة في المائة. وافضة لربح عادى قدره $\frac{٥}{١٩}$ ٥

في المائة

ثم ان أغلب المثل الاجنبية انما ياخذ الحطيطه الداخليه بخلاف الفرنسيه
فقد جرت العاده عندهم بأخذ الحطيطه الخارجيه فنم اقتصرنا عليهما من
الآن فصاعدا وعليه فالحطيطه المقدرة باى مبلغ في المائة انما تؤخذ انما على
المبلغ المرقوم في الوثيقة

المسئله الثانيه والعشرون • ما مقدار الحطيطه الخارجيه التي يلزم - عليها على
حساب ستة في المائة في السنة الواحدة اذا أريد أن يقبض قبل حلول الاجل

فرنك

مبلغ في الوثيقة قدره ٢٨٥٠ ر ٤٥ مؤجل بثلاث سنون واربعه اشهر
اي باربعين شهرا

فرنك

فرنك

فرنك

فيقال حيث ان حطيطه ١٠٠ في السنة الواحدة هي ٦ لحطيطه ١ في السنة

فرنك

فرنك

الواحدة تكون $\frac{6}{100}$ وحطيطه ٢٨٥٠ ر ٤٥ في السنة الواحدة

فرنك

تكون $\frac{6}{100} \times ٢٨٥٠ ر ٤٥$

فرنك

فرنك

وحطيطه ٢٨٥٠ ر ٤٥ في الشهر الواحد تكون $\frac{6 \times ٢٨٥٠ ر ٤٥}{12 \times 100}$

فرنك

فرنك

فتكون حطيطه ٢٨٥٠ ر ٤٥ في ٤٠ شهرا هي $\frac{40 \times 6 \times ٢٨٥٠ ر ٤٥}{12 \times 100}$

فرنك

او ٥٧ ر ٠٩

فرنك

فرنك

وعليه فالذي يقبض نقدا هو ٢٨٥٠ ر ٤٥ - ٥٧ ر ٠٩

فرنك

او ٢٢٨ ر ٢٦

فرنك

المسئلة الثالثة والعشرون • اذا كان مافي الوثيقة ٢٨٥٠ ر ٤٥ وكان

فرنك

موجباً باربعين شهراً وخط منه حتى صار المقبوض نقداً ٢٢٨٠ ر ٣٦ فما
سهرا الخطيطة

فرنك

فيقال حيث ان التقاضل بين هذين المبلغين هو ٥٧٠ ر ٠٩ فخطيطة

فرنك

فرنك

٢٨٥٠ ر ٤٥ هي ٥٧٠ ر ٠٩

فرنك

فرنك

فرنك

فاذن تكون خطيطة ١ هي $\frac{٥٧٠ ر ٠٩}{٢٨٥٠ ر ٤٥}$ اي $\frac{١}{٥}$

فرنك

فرنك

تكون خطيطة ١٠٠ هي $\frac{١}{٥}$ اي ٢٠ فرنكا

فرنك

فعلى هذا تكون خطيطة ١٠٠ في ٤٠ شهراً هي ٢٠ فرنكا

فرنك

فرنك

فرنك

وفي شهر واحد $\frac{٢}{٥}$ اي $\frac{١}{٥}$ وفي ١٢ شهراً $\frac{١٢}{٥}$ اي ٦ فرنكات
وبمقتضى ذلك يكون مافي الوثيقة قد خط منه على حساب ستة في المائة في
السنة الواحدة

فرنك

المسئلة الرابعة والعشرون • اذا كان مافي الوثيقة ٢٨٥٠ ر ٤٥
وكان قد خط منه على حساب ستة في المائة في السنة الواحدة وصار المقبوض

فرنك

منه نقداً ٢٢٨٠ ر ٣٦ فامقدار الاجل الذي اجل به مافي الوثيقة

فيقال ان خطبة مافي الوثيقة هي ٢٨٥٠٠٤٥ فرنك — ٢٢٨٠٠٣٦ فرنك

اي ٥٧٠٠٠٩ فرنك

وعليه فتقول حيث ان خطبة الفرنك الواحد في السنة الواحدة $\frac{7}{100}$

خطبة مبلغ ٢٨٥٠٠٤٥ فرنك في السنة الواحدة تكون $\frac{7}{100}$ فرنك

٢٨٥٠٠٤٥ × اي ١٧١٠٠٢٧ فرنك

وحيث ان خطبة ١٧١٠٠٢٧ توافق ١٢ شهرا خطبة ١ فرنك

١٢ شهرا

١٧١٠٠٢٧

خطبة ٥٧٠٠٠٩ توافق $\frac{12}{1710027}$ × ٥٧٠٠٠٩ اي ٤٠ شهرا

فاذن أجل مافي الوثيقة المقبوض قبل الحل هو اربعون شهرا ولا يخفى أن قاعدة الخطبة الخارجية ترجع دائما الى مسألة الربح البسيط

• (مسائل تتعلق بالارباح المركبة) •

(١٤٠) لنفرض في المسائل الآتية أن سعر المال ٥ في المائة في السنة الواحدة وأنه في آخر كل سنة يضم ربح المبلغ الموضوع للاسترباح في اول تلك السنة الى رأس المال ليربح في السنة التي بعدها ثم ان سكان الاجل الذي وضع فيه رأس المال للاسترباح مركب من عدد صحيح من السنين ومن اشهر لا يبلغ ١٢ شهرا فارباح الارباح تؤخذ اول سنة سنة في طرف

السنوات المجمولة أجلسا ثم وضع رأس المال الجسديد الناتج عن ذلك ليربح
ر بهاب سيطا في ظرف الأشهر المذكورة

فرنك

المسئلة الخامسة والعشرون • ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ في ٣ سنوات

فرنك

الحل الاول أن يقال ربح ٤٨٠٠٠٠ في السنة الاولى هو جزء من عشرين

فرنك

فرنك

فرنك

من ٤٨٠٠٠٠ أي ٢٤٠٠٠ فاذن ٤٨٠٠٠٠ تعادل

فرنك

فرنك

فرنك

في آخر السنة الاولى ٤٨٠٠٠٠ + ٢٤٠٠٠ أي ٥٠٤٠٠٠

فرنك

فاذا وضع هذا المبلغ اعني ٥٠٤٠٠٠ في اول السنة الثانية لاجل

فرنك

الاسترباح كان في آخر تلك السنة معادلا ٥٠٤٠٠٠ زائدا

فرنك

فرنك

ربحه وهو ٢٥٢٠٠ أي معادلا ٥٢٩٢٠٠ فاذا وضع ايضا هذا

المبلغ الاخير للاسترباح في اول السنة الثالثة كان في آخرها معادلا

فرنك

فرنك

٥٢٩٢٠٠ زائدا ربحه وهو ٢٦٤٦٠ أي معادلا ٥٥٥٦٦٠

فرنكا

فرنك

فاذن مبلغ ٤٨٠٠٠٠ يعادل في ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا

الحل الثاني أن يقال حيث ان الربح السنوي جزء من عشرين من رأس المال

فالذي يربحه المبلغ الموضوع للاسترباح في اول سنة يتحصل في آخر تلك السنة

بضم جزء من عشرين من ذلك المبلغ اليه بمعنى انه يضرب في $\frac{1}{20}$

فرنك

وعليه فبلغ ٤٨٠٠٠٠ الموضوع للاسترباح في ابتداء السنة الاولى

فرنك

يعادل في آخرها $\frac{21}{100} \times 480000$

فاذا وضع هذا المبلغ الاخير للاسترباح في اول السنة الثانية عادل في آخرها

فرنك

فرنك

 $480000 \times \frac{21}{100} \times \frac{21}{100}$ اي $480000 \times (\frac{21}{100})^2$ (ورقم ٢

الموضوع على اعلى القوس من الجهة اليمنى يدل على درجة قوة الكسر المحصور بين القوسين كما هو القاعدة في كل كسر اريد بيان درجة قوته)

فاذا وضع ايضا هذا المبلغ الاخير للاسترباح في اول السنة الثالثة عادل في آخرها

فرنك

فرنك

 $480000 \times \frac{21}{100} \times \frac{21}{100} \times \frac{21}{100}$ اي $480000 \times (\frac{21}{100})^3$

فرنك

اي ٥٥٥٦٦٠

ومن هنا يعلم انه لا اجل لتحصيل ما يعادله مبلغ موضوع للاسترباح على حساب
 ٥ في المائة في السنة الواحدة بعد مضي بعض سنين يعني ضرب هذا المبلغ
 في قوة $\frac{21}{100}$ المشار اليها بعدد السنين

(١٤١) وعلى العموم اذا كان المطلوب معرفة مقدار ما يرجعه رأس مال
 وضع ليربح ربحا ما كافيا في آخر بعض السنوات يعني البحث عن الكسر الدال
 على ما يعادله الفرنك الواحد الحال في آخر السنة وضرب رأس المال في قوة
 ذلك الكسر (المعتبر كعدد منهم) المشار اليها بعدد السنين

(١٤٢) المسئلة السادسة والعشرون * المطلوب معرفة مقدار ما يعادله
 مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك في ٣ سنوات و ٤ اشهر

فرنك

الحل الاول أن يقال ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ كما سبق في المسئلة المتقدمة

يعادل

فرنك

يعادل في آخر السنة الثالثة ٥٥٥٦٦٠ فيكني حينئذ أن يضم الى هذا المبلغ الاخير وجه البسيط في مدة ٤ أشهر

فرنك

وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ في اثني عشر شهرا هو جزء من عشرين من

فرنك

فرنك

فرنك

٥٥٥٦٦٠ اى ٢٧٧٨٣ فرج ٥٥٥٦٦٠ في اربعة أشهر هو

فرنك

فرنك

فرنك

ثلاث ٢٧٧٨٣ اى ٩٢٦١ فاذا أضفت هذا الربح الى ٥٥٥٦٦٠

فرنك

وجئت ٤٨٠٠٠٠ تعادل في ظرف ثلاث سنوات واربعة اشهر

فرنك

٥٦٤٩٢١

فرنك

فرنك

فرنك

الحل الثاني أن يقال حيث ان ربح ١ في اثني عشر شهرا هو $\frac{1}{12}$ فرج ١

فرنك

فرنك

في اربعة أشهر وثلاث $\frac{1}{3}$ اى $\frac{1}{3}$ فيحصل حينئذ ما يعادله المبلغ

المؤجل بأجل معلوم بعد مضي سنى الاجل في ظرف اربعة اشهر باضافة

جزء من ستين من هذا المبلغ اليه فيقول ذلك الى أن تضرب به في $\frac{71}{72}$

فرنك

فرنك

فاذن رأس المال الذي هو ٤٨٠٠٠٠ المعادل ٤٨٠٠٠٠ $\times (\frac{71}{72})^3$

في ظرف ثلاث سنوات كما في عمدة ١٤٠ يعادل في ظرف ثلاث

فرنك

سنوات واربعة اشهر $\frac{71}{72}$ من ٤٨٠٠٠٠ $\times (\frac{71}{72})^3$ او يساوى

فرنك

$$\frac{574921}{480000} \times 480000 \text{ او } \frac{71}{3} \times \left(\frac{21}{3}\right) \times 480000$$

او 574921 فرنكا

فرنك

وبالمجمله فحقى أردت أن تعرف ما يعادله رأس مال موضوع لاسترباحه رجها
مرصدا في ظرف بعض سنوات واشهر في آخر تلك المدة فاجبت اولا عما
يعادله رأس المال المذكور بعد مضي السنوات المؤجل بها كافي غرة ١٤١
فرنك

ثم اضرب المبلغ الاخير في الكسر (المعتبر كعدد منهم) الدال على ما يعادله ١
تجد في آخر الاشهر المكمله للاجل

المسئلة السابعة والعشرون * المطلوب معرفة ما يعادله مبلغ 574921
فرنكا المؤجل بثلاث سنوات واربعة اشهر من الدراهم الحالية

فيقال قد استنتج من المسئلة السادسة والعشرين أن الفرنك الحالي يعادل

$$\frac{574921}{480000} \text{ فرنك فاذا قسمت } 574921 \text{ فرنك}$$

فرنك

على $\frac{574921}{480000}$ فنخرج القسمة وهو 480000 هو عدد فرنكات
رأس المال المطلوب كافي غرة ١٣٧

المسئلة الثامنة والعشرون * اذا كان المطلوب استبدال جوخ بمائتين المتر

فرنك

فرنك

منه ٤٠ بكازمير بمائتين المتر منه ٢٤ فامقدار ما يؤخذ من الكازمير
عوضا عن ٣٠٠ متر من الجوخ

الحل الاول ان يقال حيث ان غن ٣٠٠ متر من الجوخ يعادل ٣٠٠

فرنك

فرنك

ف ٤٠ اي ١٢٠٠٠ فتأخذ من الكازمير امتارا بقدر ما في الاثنى

فرنك

عشر الف فرنك من اعداد ٢٤ التي هي اثمان امتار الكازمير فاذا قسمت

فرنك فرنك
حينئذ ١٢٠٠٠ على ٢٤ تفارج القصة وهو ٥٠٠ هو عدد
الآمتار المطاوعة

فرنك
الحل الثاني أن يقال أن المتر الواحد من الجوخ يعادل ٤٠ والمتر الواحد
من الكازمير يعادل ٢٤ فعلى هذا يؤخذ بالفرنك الواحد $\frac{١}{٤٠}$ من
الجوخ أو $\frac{١}{٢٤}$ من الكازمير فاذن $\frac{١}{٤٠}$ من الجوخ يعادل $\frac{١}{٢٤}$ من
الكازمير

فالمتر الواحد حينئذ من الجوخ يعادل ٤٠ في $\frac{١}{٢٤}$ أو $\frac{١}{٢٤}$ من
الكازمير

فاذن ٣٠٠ من الجوخ تعادل ٣٠٠ $\times \frac{١}{٢٤}$ أو ٥٠٠ من
الكازمير

المسئلة التاسعة والعشرون * إذا أراد تاجر استبدال جوخ بقماش من
البفتة الهندى وكان المتران من الجوخ يعادلان ثلاثة أمتار من الكازمير
وخمسة من الكازمير تعادل سبعة من القماش المذكور فباعدد الآمتار التى
يأخذها التاجر من ذلك القماش عوضا عن ٦٠ متران من الجوخ

فيقال يؤخذ من السؤال أن المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{١}{٢٤}$ من الكازمير

وأن ١ من الكازمير يعادل $\frac{١}{٢٤}$ من البفتة الهندى
فحينئذ المتر الواحد من الجوخ يعادل $\frac{١}{٢٤}$ من $\frac{١}{٢٤}$ أو $\frac{١}{٦٠}$ من البفتة
وعليه فالستون مترا من الجوخ تعادل ٦٠ في $\frac{١}{٦٠}$ من البفتة

٢
اي ١٢٦ من البقعة

ثم ان الطريقة التي توصل بها الى حل هذه المسئلة كالق قبلها كانت تسمى
في اصطلاح المتقدمين قاعدة المبادلة

• (مسائل تتعلق بخلاف المواضع) •

(١٤٣) المسئلة المكمل للثلاثين • اذا خلط اربعة ليترات من النبيذ الذي

صل صل
غن اللتر منه ١٤ وستة اخرى بمائتين اللتر منه ٢٤ فمائتين اللتر الواحد
من هذا الخلوط

صل صل
فتقول اما اللتران الاربعة التي غن الواحد منها ١٤ فتعادل ٤ في ١٤

صل صل صل
أي ٥٦ واما الستة التي غن اللتر منها ٢٤ فتعادل ٦ في ٢٤

صل
اي ١٤٤ فاذن اللترات العشرة المر \equiv كبعن هذا الخلوط تعادل

صل صل صل
٥٦ + ١٤٤ اي ٢٠٠

صل صل
وعليه فغن اللتر الواحد من الخلوط المذكور هو عشر ٢٠٠ اي ٢٠

وبالجملة ففي أيريد معرفة غن وحدة المعيار من أي مخلوط كان \equiv في ذلك
ان تضرب غن المعيار من كل نوع في عدد المعايير كلها وتقسم مجموع الحواصل
على مجموع المعايير المخلوط فتجد غن معيار الخلوط لا يتجاوزا على أعين معايير
المخلوطات ولا رخصها

المسئلة الحادية والثلاثون • المطلوب خلط صنفين من النبيذ غن اللتر من

صل صل صل
احدهما ١٤ ومن الآخر ٢٤ بحيث يكون غن اللتر بعد الخلط ٢٠

الحل الاول * ان تأخذ من الليترات عددا ما بان تأخذ عشرة مثلا

ثم تقول ١٠ لترات من المخلوط الذي عن الليتر منه ٢٠ تعادل ٢٠٠ صل
فعلى هذا تكون العشرة مماثله ٢٤ معادلة ٢٤٠ فنقص من هذا صل

الغن الاخير ٤٠ دون أن تغير عدد الليترات ثم اذا أبدلت الليترات التي عن الليتر منها ٢٤ بليترات عن الليتر منها ١٤ نقصت ١٠ من عن الليترات صل

العشرة الذي هو ٢٤ فيحصل حينئذ عدد الليترات التي عن الليتر منها ٢٤ صل

اللازم تعويضها بقدرها من الليترات التي عن الليتر منها ١٤ بان تقسم ٤٠ على ١٠ فيكون خارج القسمة ٤ فاذن تكون صل

الليترات العشرة من المخلوط مركبة من ٤ لترات مماثلين الليتر منه ١٤ ومن ٦ لترات مماثلين الليتر منه ٢٤ صل

الحل الثاني * هو ان كل ليتر مماثله ١٤ اذا بيع بعشرين كان ربحه ٢٠ صل
١٤ أى ٦ وكل ليتر مماثله ٢٤ اذا بيع بعشرين كانت صل

خسارته ٢٤ - ٢٠ أى ٤ وعليه فلابد من المعادلة بين الربح والخسارة صل

يكفى أن تخطأ أربعة لترات مماثلين الليتر منه ١٤ بستة لترات مماثلين

صل

الليتر منه ٢٤ فيكون إذن عن الليتر من لترات المخالوط

صل

العشرة ٢٠

تبينات * الأول حيث أن أصغر عدد يقبل القسمة على ٦ أو ٤ هو عدد ١٢ فمن الواضح أنه إذا قسم على التوالى أحد مكررات ١٢ على ٦ أو على ٤ فخرج القسمة فها يدل على عدد اللترات ذوات الاربعة عشر صليدا والاربعة والعشرين صليدا التي يخلطها بصير عن الليتر من المخالوط عشرين صليدا

الثاني * متى كان عدد اللترات المخالطة معلوما أمكن بالسهولة معرفة ما يحتوى عليه المخالوط من لترات كل صنف من النيذ لانه اذا احتوى عشرة لترات من المخالوط على أربعة من ذوات الاربعة عشر صليدا وعلى ستة من

ليتر

ذوات الاربعة والعشرين فالليتر الواحد من المخالوط يحتوى على $\frac{4}{7}$ من

ليتر

ذوات الاربعة عشر وعلى $\frac{6}{7}$ من ذوات الاربعة والعشرين

وعليه فعدد لترات النيذ ذوات الاربعة عشر هو $\frac{4}{7}$ من مجموع لترات المخالوط (أى أربعة اعشاره) وعدد لترات النيذ ذوات الاربعة والعشرين هو $\frac{6}{7}$ من ذلك المجموع (أى ستة اعشاره)

مثلا * اذا كان المطلوب إيجاد ثلاثين ليتر من نيذ مخالوط يكون عن الليتر منه

صل

بعد الخلط ٢٠ فاخلط ثلاثين ليتر $\times \frac{4}{7}$ أى ١٢ ليتر من لترات

صل

النيذ التي عن الليتر منها ١٤ بثلاثين أخرى $\times \frac{6}{7}$ أى ١٨ ليتر

صل

من لترات النيذ التي عن الليتر منها ٢٤

التبيين الثالث متى كان عدد الليترات ذوات الاربعة عشر صلبا معلوما
 أمكن بالسهولة معرفة عدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين وذلك لانه قد
 تقدم أن عشرة لترات من المخروط تحتوى على ٤ لترات من ذوات الاربعة
 عشر صلبا وعلى ٦ من ذوات الاربعة والعشرين وأيضا حيث أن ٦
 هي $\frac{3}{2}$ أو $\frac{2}{3}$ من ٤ فعدد الليترات ذوات الاربعة والعشرين يكون
 حينئذ $\frac{2}{3}$ من عدد الليترات ذوات الاربعة عشر

صل

مثلا * اذا اردت تركيب نبيذ يكون عن الليتر منه بعد الخلط ٢٠ بأن

صل

أردت أن تخلط مقدارا من النبيذ بمائتي الليتر منه ٢٤ باثني عشر ليترهما

صل

عن الليتر منه ١٤ كان عدد لترات النبيذ ذوات الاربعة والعشرين

صلبا $\frac{3}{5}$ من ١٢ أى ١٨

• (خلط المعادن) •

(١٤٤) اذا سبكت عدة معادن مع بعضها تحصل عن اختلاطها واتحادها

ما يسمى بمخلوطا وكل كتلة من معدن أو مخلوط تسمى سبيكة

ولا يعتبر في المعادن الاوزن فقط من غير التفتات الى حجمها فزنة المخروط تساوى

مجموع أوزان المعادن المتركب منه ذلك المخروط

فاذا كانت زنة المخروط تحتوى من خالص الذهب على $\frac{8}{11}$ قبل أن

يعبر هذا الذهب $\frac{8}{11}$ أى $\frac{8}{11}$ من الخالص

فعلى هذا كل سبيكة كان عيار الذهب فيها $\frac{8}{11}$ وكان وزنها ١٠٠

غرام فهى مخلوط مركب من ذهب ومعدن أخرى مشتق من خالص الذهب

على $\frac{8}{11}$ من ١٠٠ غرام أى ٨٠ غراما

وكل مخلوط احتوى من الذهب على $\frac{7}{11}$ ومن الفضة على $\frac{3}{11}$ فعباره $\frac{7}{11}$

بالنسبة للذهب و $\frac{3}{11}$ بالنسبة للفضة وتكون المائة غرام منه محتوية

من خالص الذهب على $\frac{7}{10}$ من ١٠٠ غرام اى ٧٠ غراما ومن خالص
الفضة على $\frac{3}{10}$ من ١٠٠ غرام اى ٣٠ غراما
وبالمثل ففى اريد معرفة كمية معدن خالص من مخلوط معلوم العيار
بالنسبة لهذا المعدن يكفى ضرب زنة المخلوط بقلمه فى عياره واما اذا اريد
معرفة عيار المخلوط بالنسبة لاحد المعادن المتراكب هو منها فيكفى
قسمة زنة كمية هذا المعدن الذى هو من أجزاء المخلوط على زنة المخلوط
بقلمه

وفى بعض الاحيان قد تقوم درجة الذهب الخالص بالقراربط ودرجة
الفضة الخاصة بالدينات فيقال للذهب الخالص ذو الاربعة والعشرين
قيراطا والفضة الخالص ذات الاثنى عشرة دينة

وعليه فالذهب ذو الاثنى والعشرين قيراطا يحتوى من خالص الذهب على
 $\frac{22}{24}$ فيكون عيار هذا الذهب حينئذ $\frac{22}{24}$ اى $\frac{11}{12}$
والفضة ذات الاحدى عشرة دينة تحتوى من خالص الفضة على $\frac{11}{12}$ فيكون
عيار هذه الفضة حينئذ $\frac{11}{12}$

وفى النقود القديمة من الذهب والفضة كان الذهب من ذى الاثنى والعشرين
قيراطا والفضة من ذات الاحدى عشرة دينة لانه قد سبق فى غرة (١٠٧) أن
وزن هذه النقود يحتوى على $\frac{11}{12}$ من الخالص

واما النقود الجديدة من الذهب والفضة المحتوى وزنها على $\frac{9}{10}$ من الخالص
(كما فى مجت النقود والمعاملات من غرة ١٢١) فعبارها ٩٠
وتحتوى من الخالص على $\frac{9}{10}$ ومن النحاس على $\frac{1}{10}$

وما ذكرناه من البراهين فى حل المسائل المتعلقة بمخلط الموانع يجرى أيضا فى خلط
المعادن

المسئلة الثانية والثلاثون اذا سبكنا ٧٠ غراما من الذهب الذى عياره
٩٠٠ مع ٣٠ غراما من الذهب الذى عياره ٨٠٠ فما عيار
المخلوط الناتج عن ذلك

فتقول حيث انه ينتج عن عدد الغرامات في العيارية الذهب الخالص فتكون
السبعون غراما من الذهب الذي عياره ٩٠. تحتوي على ٦٣
غراما من خالص الذهب وتكون الثلاثون غراما من الذهب الذي عياره
٨٠. تحتوي على ٢٤ غراما من خالص الذهب أيضا
فاذن المائة غرام التي هي عبارة عن المخلوط تحتوي من خالص الذهب على
٨٧ غراما فيكون حينئذ الغرام من المخلوط محتويا من خالص الذهب على
غرام

٨٧. فعبارة المخلوط اذن هو ٨٧.

وبالجملة بقي أريد معرفة عيار المخلوط المركب من سبك عدة سبائك يكفي
ضرب وزن كل سبيكة في عيارها وقسمة مجموع هذه الحواصل على زنة المخلوط
بقامه

المسئلة الثالثة والثلاثون اذا كان هناك مخلوط مركب من ٢٠
غراما من الذهب الخالص ذي ١٠٠. ومن ٣٠ غراما من ذي
١٠٠. ومن ٢٨ غراما من ذي ١٤. ومن ١٢ غراما
من ذي ٢٤. فما عيار هذا المخلوط بالنسبة للذهب
فتقول انه بموجب القاعدة المتقدمة يكون عياره بالنسبة للذهب
١٢.

المسئلة الرابعة والثلاثون ما المقادير اللازمة في خلط ذهب ذي ٩٠.
من خالص الذهب مع ذهب ذي ٨٠. لاجل تركيب مخلوط يكون
عياره ٨٧.

الحل الاول * حيث ان المخلوط المطلوب يلزم أن يكون عياره ٨٧
غرام

يلزم أن يكون الغرام الواحد من هذا المخلوط محتويا على ٨٧
من خالص الذهب وعليه فالغرام الواحد من الذهب ذي ٩٠. من
غرام

الذهب الخالص يحتوي من الذهب الخالص على ٩٠.

— ٨٧ ر. اى ٠٠٣ ر. غرام والغرام الواحد من الذهب ذى ٠٨٠ ر. غرام
من الخالص يثق ٠٨٧ ر. — ٨٠ ر. اى ٠٠٧ ر. من الذهب
الخالص

فصل المعادلة حيث يخلط ٧ غرامات من الذهب ذى ٠٩٠ ر.
من الخالص مع ٣ غرامات من الذهب ذى ٠٨٠ ر. وذلك لان
الغرامات العشرة التى هى مجموع ذلك الخلوطة مقدار ما فيها من الزيادة من
غرام

الذهب الخالص هو ٧ فى ٠٠٣ ر. اى ٠٢١ ر. ومقدار ما فيها من
النقصان من الذهب الخالص ايضا ٣ فى ٠٧٠ ر. اى ٠٢١ ر.
غرام

فاذن كل غرام من الخلوطة المطلوب يحتوى على ٠٧ ر. من الذهب
غرام
ذى ٠٩٠ ر. من الخالص وعلى ٠٣ ر. من الذهب ذى ٠٨٠ ر.
من الخالص ايضا

قرنك
الحل الثانى • يفرض أن الغرام الواحد من الذهب الخالص يعادل ١٠٠
وحيث ان ثمن الذهب على حسب عياره فأثمان الغرام الواحد من الذهب الذى
قرنك قرنك قرنك

عياره ٠٩٠ ر. و ٠٨٠ ر. و ٠٨٧ ر. هى بالتوزيع ٩٠ و ٨٠ و ٨٧
وبهذه الطريقة تؤل المسئلة الى معرفة كمية ما يلزم من المقادير فى خلط
قرنك

الذهب الذى يعادل الغرام منه ٩٠ بالذهب الذى يعادل الغرام منه

فرنك

فرنك

٨٠ ليكون ثمن الغرام الواحد من المخلوط المتصل ٨٧

فرنك

فرنك

وكل غرام من الذهب ذى ٩٠ الداخلى فى المخلوط ينحسر ٩٠ -

٨٧ فرنك اى ٣ وكل غرام ذى ٨٠ يربح ٨٧ - ٨٠ فرنك

أى ٧ وعليه فلاجل معادلة الربح بالخسار يكتفى خلط ٧

من الذهب الذى يعادل الغرام منه ٩٠ مع ٣ من الذهب الذى

يعادل الغرام منه ٨٠ وذلك لان الغرامات العشرة التى هى مجموع المخلوط

خسارتها ٧ فى ٣ وربحها ٣ فى ٧ فاذن كل غرام من

المخلوط المطلوب يحتوى على ٠.٧ من الذهب ذى ٩٠ وعلى ٠.٣

من الذهب ذى ٨٠ وان شئت قلت والمال واحدان كل غرام من المخلوط

المذكور مركب من ٠.٧ من الذهب الذى عبارة ٩٠. ومن

٠.٣ من الذهب الذى عبارة ٨٠.

(١٤٥) قد توصل من غير تجربة ولا اختبار الى حل مسائل غرقى ١٢٩ و ١٤٤

وما بينهما الآن هناك مسائل تخرج عن القواعد الخالصة عن الفروض

والتقديرات كما اذا جرئت هذه اعداد حيثما اتفق فانه يمكن تجربتها

بعده تجارب لا طائل تحتها فلاجل منع هذا الخطأ يتحقق من صحة البراهين

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

بواسطة فروض اختيارية تكون وسيلة الى الصواب ودور الخطأ والتمثل لذلك

فتقول

فرنك

المسئلة الخامسة والثلاثون اذا كان معك قطع مما تساوى القطعة منه ٢

فرنك

و ٥ وكان عليك مبلغ ٢٦ فرنكا وأردت أن تدفع عن ذلك عشر قطع

فرنك

من القطع المذكورة فان كانت تلك القطع العشرة مما تساوى القطعة منه ٢ فهي

فرنك

فرنك

فرنك

معادلة ٢٠ لا ٢٦ فيلزم إذن ان تضيف اليها ٦ بدون أن تغير عددها

فرنك

فاذا أبدلت قطعة مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعة مما تساوى القطعة

فرنك

فرنك

فرنك

منه ٥ زادت قيمة القطع العشرة ٣ فلاجل زيادة هذه القيمة ٦ يلزم

فرنك

أن تبدل قطعتين مما تساوى القطعة منه ٢ بقطعتين مما تساوى القطعة

فرنك

منه ٥ فاذن تكون الستة والعشرون فرنكا عبارة عن ثمانى قطع من ذوات

الفرنكين وقطعتين من ذوات الخمسة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضع الفاسد لانه يتوصل فيه الى النتيجة بمعرفة

فرض فاسد

(١٤٦) المسئلة السادسة والثلاثون سئل لاجب عما معه من الدراهم

فأجاب بان التفاضل بين خمسة أمثال مائه من اللويزات وعدد ٣٠ يساوى

التفاضل بين ضعف تلك اللويزات وعدد ٦ فماعدد اللويزات التى مع

اللاعب حينئذ

فتقول فى جواب هذه المسئلة انه يفرض عدد من اللويزات حيثما اتفق فان لم

يكن فى ذلك العدد الخاصيتان المتقتمتان علم أن فى هذا القرض خطأ فبال

يفرض آخر وهالك صورة العملية

القرض

القرض الاول ٢٠ لوزا	القرض الثاني ١٩ لوزا
التفاضل بين ٢٠ و ٣٠ هو ١٠	التفاضل بين ١٩ و ٥ في ١٩
وعدد ٢٠ هو ٦٥	وعدد ٣٠ هو ٦٥
والتفاضل بين ٢٠ في ٢٠ و عدد ٦ هو ٤	والتفاضل بين ١٩ في ٢ في ١٩
وعدد ٢٢ هو ٦	وعدد ٢٢ هو ٦
فاذن يكون الخطأ بالنظر لذلك ٢٦	فاذن يكون الخطأ بالنظر لذلك ٢٢

فلاجل تنقيص الخطأ الذي هو ٢٦ بقدا ٢ يلزم أن تنقص واحدا من عدد اللوزات الذي هو عشرون ولاجل تنقيص الخطأ الذي هو ٢٦ بقدا ٢ يلزم أن تنقص اثني عشر من عدد اللوزات المذكور وهو عشرون

فاذن عدد اللوزات التي مع الالعب ٨ لان التفاضل بين خمسة امثال ٨ وعدد ٣٠ هو ١٠ والتفاضل بين ضعف ٨ وعدد ٦ هو ١٠ ايضا كما هو مقتضى منطوق المسئلة

وهذه القاعدة تسمى قاعدة الوضعين الفاسدين لانه يتوصل فيها الى النتيجة بحوثه فرضين فاسدين

* (الباب السادس) *

في بيان المربعات وجذرها * والمكعبات وجذرها * والقوة وجذرها
(وفيه ثلاثة فصول)

* (الفصل الأول) *

* (في بيان المربعات وجذرها) *

(١٤٧) حاصل ضرب أي عدد في نفسه يسمى القوة الثانية (كما
في غرة ٢٣) أو يسمى مربع هذا العدد * والعدد الذي إذا ضرب في نفسه
ساوى عددا ما - لو ما يسمى جذرا القوة الثانية لذلك العدد أو جذر مربعه
وعليه فربع ٧ هو ٤٩ وهو حاصل ضرب ٧ في ٧ وجذر
مربع ٤٩ هو ٧

ولاجل الدلالة على القوة الثانية اعنى على مربع عدد من الاعداد يوضع فوقه
من الجهة اليمنى رقم ٢

وللدلالة على جذر القوة الثانية اعنى على جذر المربع يوضع العدد تحت احدى

علامتين هذه صورتها $\sqrt{\quad}$ و $\sqrt{\quad}$ وعليه فرقم ٧ يدل على

مربع ٧ وكل من $\sqrt{49}$ و $\sqrt{49}$ يدل على جذر مربع هو ٤٩

(١٤٨) حيث ان مربع اعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الى آخره هو

١ و ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ جذر الاعداد المنحصرة بين ١ و ١٠٠

وبين ١٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ منحصرين بين ١ و ١٠ وبين ١٠

و ١٠٠ الخ فعلى هذا اذا لم يحتو مربع العدد الصحيح الاعلى رقين في جذر

مربعه لا يحتوى الاعلى رقم واحد متى احتوى المربع على ٣ ارقام او ٤

فجذره يحتوى على رقين وهكذا

* (بيان استخراج جذر مربع الاعداد الصحيحة) *

(١٤٩) حيث ان مربع الاعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد هو دائما اقل من

١٠٠ جذره يستخرج من هذا الجدول وهالك صورته

الجذور ٩ * ٨ * ٧ * ٦ * ٥ * ٤ * ٣ * ٢ * ١

المربعات ٨١ * ٦٤ * ٤٩ * ٣٦ * ٢٥ * ١٦ * ٩ * ٤ * ١

ويتوصل بهذا الجدول ايضا الى استخراج جذر مربع الربع الاعظم الموجود

في عدد منقسم بين مربعات اعداد ١ و ٤ و ٩ و ١٦

و ٢٥ و ٣٦ و ٤٩ و ٦٤ و ٨١

مثلا * حيث ان عدد ٣٨ منقسم بين ٣٦ و ٤٩ اعني بين ٦

و ٧ لجذره مربعه يكون بين ٦ و ٧ ومربعه الاعظم هو ٣٦ اي

٦ وعليه لجذر مربع الربع الاعظم الموجود في ٣٨ هو ٦ فاذن

يكون هذا العدد اعني ٦ هو المقدار الصحيح الاصغر التقريبي له عدد

٣٨ كما سبق في غرة ٣١

(١٥٠) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع عدد صحيح اكبر من ١٠٠

فابحث اقلا عن كيفية دخول اجزاء الجذر في المربع

مثلا * اذا اريد تربيع عدد ٦٤ فعوضا عن استخراج حاصل ضرب ٦٤

في ٦٤ بموجب الطريقة المعتادة تضرب كلامن احاد المضروب وعشراته

على التوالي في احاد المضروب وفيه وعشراته وتبين كلامن المواضع الجزئية

التي يتالف منها المربع وبذلك تتوصل الى اجراء العملية على هذا الوجه

٦٤ الجذر

٦٤

١٦ آحاد مربع الاحاد التي هي ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب العشرات وهي ٦ في الاحاد التي هي ٤

٢٤ عشرات حاصل ضرب الاحاد وهي ٤ في العشرات التي هي ٦

٣٦ مائت مربع العشرات وهي ٦

٤٠٩٦ آحاد مربع ٦٤

بان تضرب اولا ٤ التي هي احاد المضروب في ٤ التي هي احاد المضروب

فيه فيكون الحاصل وهو ١٦ مربع ٤ التي هي آحاد ٦٤ ثم تضرب
ثانيا ٦ التي هي عشرات المضروب في ٤ التي هي آحاد المضروب فيه
وتضرب أيضا ٤ التي هي آحاد المضروب في ٦ التي هي عشرات
المضروب فيه فيؤل مجموع هذين الحاصلين الى تكرير حاصل ضرب ٦
التي هي عشرات عدد ٦٤ في ٤ التي هي آحاده مرتين اعني الى ضرب
ضعف ٦ عشرات في ٤ آحادا اي الى ٤٨ عشرات ثم تضرب ثالثا
٦ التي هي عشرات المضروب في ٦ التي هي عشرات المضروب فيه
فيكون الحاصل وهو ٣٦ مائت هو مربع عدد ٦ الذي هو عشرات
عدد ٦٤ المقروض

وحيث ان مجموع هذه الحواصل الثلاثة وهو ٤٠٩٦ يدل على مربع ٦٤
يعلم أن هذا المربع يتألف من مربع عدد ٦ الذي هو عشرات ٦٤
ومن ضعف عدد ٦ الذي هو عشراته مضروبا في عدد ٤ الذي هو
احاده ومن مربع عدد ٤ المذكور

(١٥١) حيث لا مانع من تطبيق تلك البراهين على اى عدد كان يؤخذ
من ذلك ان مربع العدد المؤلف من احاد وعشرات يحتوي على ثلاثة اجزاء •
احدها مربع العشرات • ثانيها ضعف العشرات مضروبا في الاحاد •
ثالثها مربع الاحاد وهذه الحواصل الثلاثة تدل بالترتيب على مئات
وعشرات واحاد

وعليه فحيث ان عدد ٦٤٩ يساوى ٦٤ عشرات زائدا ٩ آحادا
فربعه وهو ٤٢١٢٠١ يكون مركبا من ثلاثة اجزاء • اولها ٤٩٦
مئات التي هي مربع ٦٤ عشرات • ثانيها ضعف ٦٤ عشرات
مضروبا في ٩ آحادا اعني ١١٥٢ عشرات • ثالثها ٨١ التي
هي مربع ٩ آحادا

(١٥٢) ولتشرع الآن في كيفية استخراج جذر مربع اى عدد صحيح
فنقول

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذور مربع هو ٤٠٩٦ فتضع صورة العملية هكذا

المربع	٩٦ ٤٠	٦٤	الجذر
	٣٦		
الباقى الاول	٦ ٤٩	١٢٤	٤٩٦ = ٤ ×
الباقى الثانى	٤٩٦		
	...		

ثم نقول حيث ان مربع ١٠ هو ١٠٠ فربيع عشرات الجذر لا يمكن وجوده الا فى مئات عدد ٤٠٩٦ وهو ٤٠ ويفصل حيث نضع الرقم الاولان من الجهة اليمنى لعدد ٤٠٩٦ بفصل قائم (كالاتى) وحيث ان ٤٠ واقعة بين ٢ و ٣ فينتج من ذلك ان ٤٠ مئات منحصرة بين ٢ مئات و ٣ مئات لكن ٤٠ مئات و ٣ مئات يتفاوتان ولو بمائة فينحصر بالضرورة حيث نضع عدد ٤٠٩٦ المئات من ٤٠ مئات زائدا ٩٦ آحادا بين ٢ مئات و ٣ مئات اى بين مربعى ٦ عشرات و ٧ عشرات وعليه فينحصر جذر المربع الذى هو ٤٠٩٦ بين ٦ عشرات و ٧ عشرات فيتركب هذا الجذر حيث نضع من ٦ عشرات وبعض آحادا قل من ١٠ فلجل تفصيل هذه الآحاد يطرح من ٤٠٩٦ عدد ٣٦ مئات الذى هو مربع عشرات الجذر وهى ٦ والباقى وهو ٤٩٦ لا يتحوى الا على ضعف ٦. اى هى عشرات الجذر مضروبا فى الآحاد وعلى مربع الآحاد وحيث ان ضعف العشرات مضروب فى الآحاد يبدل على عشرات فلا يمكن وجوده الا فى عدد ٤٩ الذى هو عشرات الباقى اعى ٤٩٦ (فيفصل حيث نضع الرقم الاول من بين الباقى بالفصل المتقدم) ويحتوى ايضا عدد ٤٩ عشرات على العشرات التى يمكن تفصيلها من مربع الآحاد فاذا قسمت حيث نضع ٤٩ على عدد ١٢

الذى هو ضعف عشرات الجذر) فـ ٤٠٩٦ ٤ آحاد الذى هو خارج القسمة
يدل على رقم آحاد الجذر وعلى رقم أكبر منه ولاجل اختبار رقم ٤ تطرح
٩٤٢ من ٤٠٩٦ فيدل الصفر الباقي على أن ٤٠٩٦ هو الجذر
المطلوب غير أنه يتوصل الى هذه النتيجة بطريق اوجز من ذلك بأن يلاحظ أنه
حيث كان الباقي وهو ٤٩٦ مركبا من ضعف ٦ عشرات مضروبا
فى ٤ آحاد ومن مربع الآحاد وهى ٤ يكفى تحصيل مجموع هذين الجزئين
وطرحه من ٤٩٦ وهذا تضع رقم الآحاد وهو ٤ على عين عدد
١٢ (الذى هو ضعف عدد عشرات الجذر) فيحصل ١٢٤ ثم تضرب
١٢٤ فى ٤ فيدل الحاصل على المجموع المطلوب فاذا طرحت ٤
فى ١٢٤ من ٤٩٦ دل الصفر الباقي على أن ٦٤ هو الجذر الحقيقى
للمربع الذى هو ٤٠٩٦

تنبيه • حيث انه يمكن تطبيق هذا البرهان الذى اقيم لتعيين عشرات الجذر
على اى عدد كان ينتج من ذلك ان جذر مربع المربع الاكبر المتجصر فى مثلات
أى عدد كان يعين دائما عشرات جذر مربع هذا العدد

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٢١٢٠١
فتضع صورة العملية هكذا

المربع			٤٢ ١٢ ٠١	
الجذر			٣٦	
١٢٨٩	١٢٤	٦٤٩	٦١ ٢	
٩	٤	٠	٤٩٦	
١١٦٠١	٤٩٦	٦٢٥	١١٦٠ ١	
			١١٦٠	
			

ثم تقول حيث ان العدد المفروض محتوم على أكثر من رقمين فـ جذره محتوم على

عشرات لا يمكن أن يكون مربعها الاجزاء من مئات عدد ٤٢١٢٠١
اعني من ٤٢١٢ (فتفصل الرقين الاولين من عين ٤٢١٢٠١ بالفاصل
السابق

وحيث كان جذر المربع الاكبر المتحصرفي ٤٢١٢ دالا على عدد عشرات
الجذر المطلوب فالغرض من المسئلة بيان جذر عدد ارقامه اقل من ارقام
العدد المقروض برقين ولهذا تفصل الرقين الاولين من عين ٤٢١٢ بالفاصل
المذكور فيكون رقم ٦ الذي هو جذر المربع الاكبر المتحصرفي ٤٢
هو اولى رقم من ارقام الجذر المطلوب من الجهة اليسرى وعليه فيكون هذا الجذر
مؤاقفا من ثلاثة ارقام

وتوصل بهذه الطريقة الى تقسيم العدد المعلوم الى فصول كل منها يحتوي
على رقين بالابتداء من الجهة اليمنى (ومع هذا فقد لا يحتوي الفصل الاخير
الا على رقم واحد) وعدد الفصول يدل على عدد ارقام جذر المربع المقروض
وذلك مطابق لما أسلفناه في قاعدة فقرة ١٤٨

فاذا أجمريت العمالة على الوجه المذكور في المثال المتقدم رأيت أن عدد ٦٤
هو جذر المربع الاكبر المتحصرفي ٤٢١٢ وأن ١١٦ هو
مقدار التقاضل بين ٤٢١٢ و ٦٤ وعليه في جذر المربع الذي هو
٤٢١٢٠١ مركب من ٦٤ عشرات وبعض آحاده مبر عن مائة رقم واحد
(كافي التنبيه السابق)

وحيث ان هذا المربع اعني ٤٢١٢٠١ مركب من مربع ٦٤ القى
هي عشرات الجذر ومن ضعف هذه العشرات ضروري في رقم الآحاد ومن
مربع الا حاد فاذا طرحت من ٤٢١٢٠١ مربع ٦٤ عشرات
فالباقى وهو ١١٦٠١ يتو على الجزئين الاخيرين من المربع
ولك أن تتوصل الى هذا الباقي بطريق اوجز من ذلك بأن تلاحظ أنه حيث
كان عدد ١١٦ هو مقدار التقاضل بين ٤٢١٢ و ٦٤ فبتنزيل
فصل ٠١ على عين ١١٦ يتحصل التقاضل بين ٤٢١٢٠١

و ٦٤٠
فعلى ذلك حيث ان ضعف ٦٤ عشرات وهو ١٢٨ عشرات يتحصل
عن ضربها في الاتحاد عشرات فلا يمكن وجوده الا في ١١٦٠
(تقفصل اول رقم من عين ١١٦٠١ بالقاصل المتقدم) وحيث ان
يحتوى ١١٦٠ عشرات على حاصل ضرب ١٢٨ عشرات في اتحاد
الجذر المطلوب زائدا العشرات التي يمكن وجودها في مربع الاتحاد
فاذا قسمت ١١٦٠ على ١٢٨ دل خارج القسمة وهو ٩ اتحاد
على رقم اتحاد الجذر او على رقم أكبر منه * ولك أن تحت برقم ٩ بطرح
٦٤٩ من ٤٢١٢٠١ فيدل البقية الباقي على ان ٦٤٩ هو الجذر
المطلوب غير انه بقية مضى ما نعلمه في المثال المتقدم نرى أن الاوجز في العملية
أن يوضع رقم ٩ على عين عدد ١٢٨ (الذي هو ضعف عشرات
الجذر) ويضرب ١٢٨٩ في ٩ فيكون الحاصل مكررا
ضعف ٦٤ التي هي عشرات الجذر مضروبا في الاتحاد وهي ٩ ومن
مربع هذه الاتحاد فاذا طرحت ٩ في ١٢٨٩ من ١١٦٠١ كان
الباقى مساويا ٤٢١٢٠١ - ٤٩٦٢ وحيث لم يبق مع ذلك باق فالعدد
المحصل هو الجذر الحقيقي

وهذان المثالان يكفيان في عمر بن الطالبي على استخراج جذور مربع أى عدد

صحيح

(١٥٣) كل عملية أجريتها في استخراج جذور المربع ترى فيها كل باق يساوى
العدد الذى يبحث عن جذره ناقصا مربع الجزء الذى تحت به في الجذر وذلك
لانك تنوصل الى هذا الباقي بطرحك على التوالى جميع أجزاء مربع العدد
المحصل في الجذر من العدد المقروض ومتى اخذت ذلك فالعملية فاسدة
(١٥٤) اذا وقع جذور مربع أى عدد صحيح بين عددين صحيحين متوالين فهذا
الجذر وان وجد في نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق باى عدد كان
وذلك لانه لو أمكن تعيينه على وجه التحقيق لكان العدد الدال عليه كسرا

اعشاريا أو اعتياديا ولو حوّل الى كسر أصم لكان مربع هذا الكسر
عذدا صحيحا وهو مستحيل كما تقدم في غرة (٨٤) وحيث ثبت
المطلوب

تنبه • مما لا يخفى عليك وجه كون بعض الكميات لا يمكن تعيينه على وجه
التحقيق بأي عدد كان لأن الكمية تتزايد الى غير نهاية بخلاف الأعداد فلا توجد
فيها هذه الخاصية

ولما كان للأعداد الصحيحة والكسور الاعشارية والكسور الاعتيادية مقياس
مشترك مع الآحاد قيل لهذه الكميات منطقة بخلاف الكميات التي ليس لها
مقياس مشترك مع الآحاد. قال لها صاع مثلا $\frac{1}{7}$ كمية منطقة لأن $\frac{1}{7}$ منحصرا
تحقيقا ٧ مرات في $\frac{1}{7}$ و ٥ مرات في الواحد وجذر ٥ أصم لأنه لما
كان لا يمكن التعبير عنه بعدد صحيح على وجه التحقيق أو بكسر أعشاري
أو اعتيادي نتج من ذلك أنه إذا انقسم الواحد الى أقسام متساوية بقدر ما يراد
لم يكن أحدها هذه الأقسام الصغيرة بحيث يمكن انحصاره عدة مرات تحقيقا
في جذر ٥ وفي الواحد

(١٥٥) إذا كان المطلوب استخراج جذر تربيعي لعدد صحيح فاجر العملية في هذا
العدد كمالو كان مربعا فإن لم يكن الباقي الأخير المقابل لرقم آحاد الجذر صفرا
كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتصل في الجذر على جذر المربع الأكبر
المختصر في العدد المقروض

مثلا • حيث أنه ينتج عن استخراج جذر مربع ٤٢٢١١٠ ما يساوي في الجذر
٦٤٩ من الآحاد ويبقى ٩٠٩ جذر ٤٢٢١١٠ أصم والباقي الذي هو
٩٠٩ يساوي ٤٢٢١١٠ — ٦٤٩^٢ وعدد ٦٤٩ يدل على جذر
المربع الأكبر المختصر في ٤٢٢١١٠ فعلى هذا يكون ذلك العدد
٤٢٢١١٠ واقعا بين ٦٤٩^٢ و ٦٥٠^٢

(١٥٦) إذا فرضت عددا ينقسم الى قسمين حيثما اتفق وأردت تريعه فاضرب
قسمي المضروب على التوالي في قسمي المضروب فيه فيتوصل معلل أربعة

حواصل جزئية وهي مربع القسم الاول وحاصل ضرب القسم الاول في الخلف
وحاصل ضرب الثاني في الاول ومربع القسم الثاني وحاصل ضرب القسم
الحواصل الاربعة الجزئية هو مربع العدد المقروض وكان حاصل ضرب القسم
الاول في الثاني مساويا لحاصل ضرب الثاني في الاول تجده مربع اى مجموع
يتحصل من قسمين مؤلفين من مربع القسم الاول ومن ضعف الاول مضروباً
في الثاني ومن مربع الثاني

مثلاً حيث انه يمكن تحليل عدد ٧٥٤٩ الى عدد ٧٥ من المئات زائداً
٤٩ من الآحاد فعدد ٥٦٩٨٧٤٠١ الذى هو مربع ٧٥٤٩ يكون
مؤلفاً من مربع ٧٥ من المئات اعني من ٥٦٢٥ الذى هو عشرات
الآلوف ومن ضعف ٧٥ من المئات مضروباً في ٤٩ من الآحاد
اى من ٧٢٥٠ من المئات ومن عدد ٢٤٠١ الذى هو مربع ٤٩
من الآحاد

(١٥٧) اذا لم يكن الباقي المقابل للجزء المتحصل اقل من ضعف هذا الجذر
مضافاً اليه ١ فالجذر المتحصل يكون صغيراً جداً ولو بمقدار ١ وان كان
الباقي المذكوراً اقل من ضعف الجذر المتحصل مضافاً اليه ١ لم يمكن ان يضاف
الى هذا الجذر ١ وذلك انك لو فرضت في قاعدة فجرة (١٥٦) أن القسم
الثاني يساوى ١ لرأيت أن العدد اذا زاد ١ زاد مربعه بقدر ضعف هذا
العدد زائداً ١

مثلاً اذا اودت أن تستخرج جذر عدد ٤٢١٢ - ووضعت في الجذر ٦٥
فلطاف عرضاً من كونك توصل الى باق قدره ١١٦ يقابل الجذر الذى هو ٦٤
ويكون أصغر من ٦٥ $\times ٢ + ١$ يحصل معك باق قدره ٢٤٣ حيث
ان هذا الباقي الاخير أكبر من ٦٤ $\times ٢ + ١$ فالجذر المتحصل يكون
صغيراً جداً ولو بمقدار واحد

• (بيان ترييع الكسور الاعتيادية) •

• (والاعداد الاعشارية واستخراج جذورها) •

(١٥٨) مربع الكسر الاضدادى يحصل بتربيع كل من البسط والمقام على حدة

مثلا • مربع $\frac{2}{3}$ يساوى $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ او $\frac{4}{9}$ او $\frac{2 \times 2}{3 \times 3}$ او $\frac{4}{9}$ او $\frac{2}{3}$

(١٥٩) اذا أردت استخراج جذر مربع الكسر الاضدادى فخذ جذر مربع كل من البسط والمقام على حدة وهذه ناتج من القاعدة المتقدمة

$$\frac{2}{3} = \sqrt{\frac{16}{81}} = \sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$$

ويمكن دائما ترجيع العملية الى استخراج جذر مربع عددا - بدقة بان ضرب اولا حتى الكسر في مقامه لان

$$\frac{161}{7} = \sqrt{\frac{161}{7}} = \sqrt{\frac{161 \times 22}{7 \times 22}} = \sqrt{\frac{3542}{154}} = \frac{59}{7}$$

وحيث ان المقدار الاصغر التقريبي لعدد $\sqrt{161}$ هو ١٢ فجذر المربع الذى هو $\frac{22}{7}$ يساوى $\frac{12}{7}$ تقريبا

نتيجه • يمكن تربيع بسط هذا الكسر بضرب الجدين وهما ٢٢ و ٧ فذلك البسط ~~الحاصل~~ كان جذر المقام وهو 22×7 أصم فبالبحث عن الجذر المطلوب تتوصل الى قسمة عدد صحيح على كمية صماء وذلك يوتى الى الخطأ من وجهين أحدهما كونه يوتى الى عمليات طويلة وثانيهما عدم معرفة الدرجة الحقيقية التى تتوصل اليها فى استخراج جذر الكسر المطلوب

واذا أردت أن تستخرج جذر مربع عدد مركب من عدد صحيح وكسر فأضف الصحيح الى الكسر ثم استخراج جذر العدد الكسرى الناتج عن هذه الاضافة فعل هذا

$$\frac{161}{7} = \sqrt{\frac{161}{7}} = \sqrt{\frac{161 \times 22}{7 \times 22}} = \sqrt{\frac{3542}{154}} = \frac{59}{7}$$

(١٦٠) مربع الاعداد الاعشارية يحصل بتربيع العدد بقطع النظر عن الشرطة وبفصل ضعف عدد الارقام الاعشارية الموجودة في العدد المقروض عن بين هذا المربع وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة (في غرة ٩٨) المتعلقة بايجاد حاصل ضرب عددين اعشاريين وعليه فربع العدد الاعشاري يحتوي دائماً على عدد مزدوج من الاعداد الاعشارية

مثلاً اذا أردت تربيع عدد ٦٤٩ ففصل مربع ٦٤٩ وهو ٤٢١٢٠١ ثم أفصل عن بين هذا المربع أربعة أرقام اعشارية فيكون ٤٢١٢٠١ هو المربع المطلوب

(١٦١) اذا أريد استخراج جذر عدد اعشاري يكفي أن نستخرج جذر مربع العدد الصحيح الذي نتج بعد حذف الشرطة من العدد المقروض ثم تفصل من جهة الجذر اليمنى أرقاما اعشارية بقدر نصف عدد الارقام الاعشارية الموجودة في المربع المقروض وذلك ناتج من القاعدة المتقدمة

مثلاً • اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع هو ٤٢١٢٠١.٠٠ نقول حيث ان جذر المربع الذي هو ٤٢١٢٠١ يساوي ٦٤٩ فالجذر المطلوب هو ٦٤٩.٠٠

(١٦٢) اذا كان المطلوب استخراج جذر مربع أي عدد كان بحيث يكون هذا الجذر محتويًا تقريبًا على عشر او جزء من مائة او جزء من ألف الخ من الواحد فضع العدد المقروض على وجه بحيث يكون محتويًا على رقين اعشاريين او أربعة أو ستة الخ (ولنمثل ذلك بأربعة أمثلة فنقول)

المثال الاول ان يكون المطلوب استخراج جذر ٢٥٠ بحيث يكون هذا الجذر محتويًا على رقين اعشاريين أعنى على جزء من مائة من الواحد

ضع العدد المذكور على وجه بحيث يحتوي على أربعة أرقام اعشارية بأن يكون هكذا ٢٥٠٠٠٠ ثم قل حيث ان عدد ١٥٨ هو المقدار

المطاب

وبهذه الطريقة نحصل ضرورة المقدار التقريبي المطلوب

وذلك لان $\frac{r_{0...}}{1...} \gamma = \frac{r_{0...}}{1...} \gamma = \frac{r_{0...}}{1...} \gamma = \overline{r_{0...}} \gamma$

وحيث ان جذر عدد ٢٥٠٠٠ واقع بين ١٥٨ و ١٥٩ فخذ
 ٢٥٠٠٠ هو بالضروة واقع بين $\frac{108}{100}$ و $\frac{109}{100}$ اعمق بين
 ١٥٨ . ١٥٩

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذر ٤٦٢٣٨٩٧٨٥٣٠٠٠٠٠
 بحيث يكون هذا الجذر محتوي على أربعة أرقام اعشارية فقط أعني على جرمين
 عشرة آلاف من الواحد

فلاجل تحصيل هذه الأرقام الأربعة الاعشارية في الجذر يكتفى ابقائه ثمانية
أرقام من أرقام العدد المقروض بأن يكون العدد بعد الحذف هكذا
٤٢٨٥٠٠٠٠ ر. فاذا حذفنا حينئذ الشرطة ولاحظنا أن عدد
هو المقدار الأصغر التقريبي لعدد $\sqrt{٤٢٨٥}$ رأيت أن ٦٥.٠
هو الجذر المطلوب

وذلك لانه لما كان عدد ٤٢٨٥ واقعا بين ٤٢٢٥ (الذي هو مربع ٦٥) و ٤٣٥٦ (الذي هو مربع ٦٦) كان العدد المقروض واقعا بين ٤٢٢٥ و ٤٣٥٦. وبين
 $\frac{٤٢٢٥}{٦٥}$ و $\frac{٤٣٥٦}{٦٦}$ وحينئذ فالجزء الحقيقي يقع بين $\frac{٦٥}{١٠٠٠}$ و $\frac{٦٦}{١٠٠٠}$ ويكون حينئذ الخطأ الحاصل عند أخذ ٦٥.٠٠٠ أقل من ٠.٠٠١.

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج جذر ٥٧ بحيث يكون
هذا الجذر محتويا على ثلاثة أرقام اعشارية أعنى على جزء من أثنين
الواحد

نضع العدد المقروض على وجه بحيث يتصوى على ٦ أرقام اعشارية بأن
يكون هكذا ٥٧٠٠٠٠٠٠ ثم احذف الشرطة وابحث عن عدد

٧٥٤٩ الذي هو المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد ٧ ٥٧٠٠٠٠٠٠
فيكون حينئذ ٧٥٤٩ هو الجذر المطلوب

ويؤخذ من ذلك انه يمكن في استخراج جذر أي عدد صحيح بحيث يكون
هذا الجذر محتويا على وحدتين الواحدات الاعشارية من منزلة معلومة
أن تضع على يمين ذلك العدد من الاصغوبة درضع الارقام الاعشارية
المطلوبة في الجذر ثم تقوم جذر العدد الموضوع بهذه الكيفية بحيث يتصوى
على وحدتين الواحدات وتصل من الجذور من الجهة اليمنى عددا لارقام
الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه تقريبي

المثال الرابع أن يكون المطلوب تقويم جذر $\frac{9}{11}$ بحيث يتصوى على
ثلاثة أرقام اعشارية أي جزء من ألف من الواحد

فلاجل تحصيل تلك الارقام الثلاثة في الجذر تبحث أولا عن خارج قسمة ٥
على ١١ بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا على ستة أرقام

اعشارية فيحصل حينئذ ٠٠٤٥٤٥٤٥٠ وحيث أن ٦٧٤ هو
المقدار الاصغر التقريبي لعدد ٧ ٠٣٥٤٥٤٥٠ فعدد ٦٧٤ هو

الجذر المطلوب

وبالجملة فلاجل استخراج جذر الكسر الاعتيادي بحيث يكون هذا
الجذر محتويا على وحدتين الواحدات الاعشارية من منزلة معلومة نستخرج
خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور محتويا
على ضعف الارقام الاعشارية المطلوبة في الجذر ثم تبحث عن جذر ذلك
الخارج مع الالتفات الى عدد الارقام الاعشارية المطلوب ايجادها على وجه
تقريبي

(١٦٣) اذا أريد التقريب بقدر الامكان من جذر أي عدد (صحيحا كان
أو كسرا اعتياديا أو كسرا اعشاريا) بحيث لا يبقى فيه الا عدد معلوم من الارقام

الاعشارية فأبهر العملية بشرط أن تزيد رقما عشاريًا على الجذر المطلوب
ثم تحذف هذا الرقم بموجب قاعدة قسمة ١٠٥

(١٦٤) إذا كان المطلوب تعيين جذر عدد صحيح بأقل من كسر مفروض
بسطه الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد إلى كسر مكافئ يكون مقامه مربع
مقام الكسر المطلوب

مثلاً إذا أردت أن تسفخرج جذر ٨ بأقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد
فلاحظ أن

$$\sqrt{\frac{292}{7}} = \sqrt{\frac{49 \times 8}{7}} = \sqrt{\frac{7 \times 8}{1}} = 8$$

وحيث كان جذر ٢٩٢ منحصراً بين ١٩ و ٢٠ فجذر ٨
ينحصر بين $\frac{19}{7}$ و $\frac{20}{7}$ فبدل حينئذ كل من هذين الكسرين على جذر
٨ بأقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

(١٦٥) يكفي في بعض الأحيان مجرد النظر في العدد ليعرف هل هو غير مربع
فيكون جذره أصم أي غير منطوق أولاً

وبين ذلك أولاً أنه حيث كانت مربعات أعداد ٦٥٥٥٤٥٢٥١
٩٥٨٥٧ منتهية بواحد من أرقام ٩٥٦٥٥٤٥١ لجميع الأعداد
المنتهية بواحد من أرقام ٨٥٧٥٢ لا تكون مربعات

وثانياً أن مربع الزوج من الأعداد يقبل القسمة على ٤ ومربع الفرد منها
لا يقبل القسمة على ٤ لأنه إذا كان العدد محتوياً على عامل ٢ أو غير محتوٍ
عليه فمربعه أيضاً محتوٍ على عامل ٤ أو لا يحتوى عليه

فعلى هذا لا يمكن أن يكون العدد الزوجي مربعا إلا إذا قبل القسمة على ٤
والتاليه إذا كان العدد منتهياً ببعض أصفار أو بأرقام اعشارية فربما ينتهي
بضعف تلك الأصفار أو الأرقام الاعشارية

وعليه فكل عدد ينتهي بعدد فرد من الأصفار أو الأرقام الاعشارية لا يكون
مربعا قطعا

وعليه فأعداد ٢٥٠ و ٢٥٠٠٠ و ٢٥٠ و ٢٥٠٠٠٠ ليست
مربعات وان كان عدد ٢٥ مربعا

ورابعاته اذا كان رقم الاحاد من أى عدد كان منتهيا بخمسة فالرقان الاولان
من جهة مربع هذا العدد المعنى يعادلان ٢٥

وذلك لانه حيث كان أول رقم من الجهة اليمنى لاي مربع كان ناقصا من مربع
احاد هذا العدد فكل عددا انتهى بخمسة فرقم احاد جذره بالضرورة ينتهى
أيضا بخمسة فاذن مربع العدد المؤلف من عشرات وخمسة احاد يتألف من
مربع العشرات الدال على مئات ومن حاصل ضرب العشرات في ضعف الخمسة
الاحاد أى فى ١٠ الدال أيضا على مئات ومن عدد ٢٥ الذى هو مربع
الاحاد الخمسة

وعليه ففى كل رقم الاحاد من العدد الصحيح ٥ ولم يكن رقم عشراته ٢
لم يكن هذا العدد مربعا البته

(١٦٦) اذا كان هناك عدد لا يقبل القسمة على عدد من الاعداد الاولى التى
لا تقبأ وز جذر ذلك العدد فالعدد المذكور أولى لانه لو فرض خلاف ذلك
لقبل القسمة على قاسم أكبر من هذا الجذر فيكون حينئذ خارج القسمة المتحصل
أصغر من الجذر المذكور ويقسم العدد المقروض وهو خلاف الفرض
وهذه الخاصية وسيلة الى اختصار ما سبق فى غرة ٤٨ و ٦٥ من طرق
ايجاد الاعداد الاولى وتحليل العدد الى عوامله الاولى

ويبان ذلك أولا ان يكون المطلوب تأليف جدول الاعداد الاولى وقد سبق
فى غرة ٤٨ ان تلك الاعداد لا يمكن وجودها الا فى أعداد

٢ * ٣ * ٥ * ٧ * ١١ * ١٣ * ١٧ * ١٩ * ٢٣ * ٢٩ * ٣١ * ٣٧ * ٤١ * ٤٣ * ٤٧ *
٤٩ * ٥٣ * ٥٩ * ٦١ * ٦٧ * ٧١ * ٧٣ * ٧٩ * ٨٣ * ٨٩ * ٩١ * ٩٧ * ١٠١

الخ

فبعد ان تعرف ان عددي ٢ و ٣ هما أصغر الاعداد الاولى تلاحظ انه
لاجل تحصيل الاعداد الاولى المتحصرة بين عدد ٣ ومربعه وهو ٩

يكفى أخذ عددي ٥ و ٧ اللذين لا يقبلان القسمة على ٢ لان عدد ٣ يتجاوز جذر ٧ وحيث قلنا خمسة المذكورة موجودة في كل من عددي ٥ و ٧

وحيث عرفت اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية المحصورة بين ١ و ٩ فلاجل تحصيل الاعداد الاولية المحصورة بين ٧ ومربع ٩ الذي هو ٨١ يكفى أن تأخذ اعداد ١١ • ١٣ • ١٧ • ١٩ • ٢٣ • ٢٩ • ٣١ • ٣٧ • ٤١ • ٤٣ • ٤٧ • ٤٩ • ٥٣ • ٥٩ • ٦١ • ٦٧ • ٧١ • ٧٣ • ٧٩ التي لا تقبل القسمة على واحد من اعداد ٢ و ٣ و ٥ و ٧ الاولية

وبهذه الطريقة تكون الاعداد الاولية المنحصرة بين ٧ و ٨١ هي ١١ • ١٣ • ١٧ • ١٩ • ٢٣ • ٢٩ • ٣١ • ٣٧ • ٤١ • ٤٣ • ٤٧ • ٤٩ • ٥٣ • ٥٩ • ٦١ • ٦٧ • ٧١ • ٧٣ • ٧٩

وبهذه الطريقة أيضا تحصل جميع الاعداد الاولية المحصورة بين ٧٩ ومربع ٨١ الذي هو ٦٥٦١ وهلم جرا وثانياً انه لا جـل تحليل العدد الى عوامله الاولية تستعمل قاعدة ثمرة ٦٥ بشرط أن لا تعتبر القواسم الا بالاعداد الاولية التي لا يتجاوز جذر مربع العدد المقروض

• (الفصل الثاني) •

• (في بيان المكعبات وجذورها) •

(١٦٧) حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدم معلوم (ومساوية) يسمى مكعباً لذلك العدد أو يسمى القوة الثالثة (كما في ثمرة ٢٣) والعدد الذي اذا أخذ عاملاً ثلاث مرات عين العدد المقروض يسمى جذر المكعب للعدد المذكور أو يسمى جذر القوة الثالثة

فعلى هذا مكعب ٧ هو عدد ٢٤٣ التبع من ضرب ثلاثة عوامل متساوية وهى ٧ و ٧ و ٧ وجذره مكعب ٢٤٣ هو ٧

ولاجل الدلالة على مكعب العدد يوضع رقم ٣ فوق ذلك العدد من الجهة اليمنى والدلالة على جذره مكعب العدد يوضع ذلك العدد تحت هذه العلامة $\sqrt[3]{}$

فعلى هذا رقم ٧ يذل على مكعب ٧ و $\sqrt[3]{8}$ يذل على جذر مكعب ٨

(١٦٨) حيث ان مكعب أعداد ١ و ١٠ و ١٠٠ الخ هو ١ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ الخ فلا بد أن يكون جذره مكعب الاعداد المنصرفة بين عددي ١ و ١٠٠٠ وعددي ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ الخ منصرفا بين عددي ١ و ١٠ وعددي ١٠ و ١٠٠ الخ وعليه ففى لم يحتو مكعب العدد الصحيح على أكثر من ٣ أرقام فجذره مكعب ذلك العدد لا يحتوى الا على رقم واحد وفى احتوى ذلك المكعب على ٤ أو ٥ أو ٦ أرقام فجذره مكعبه يحتوى على رقمين وهلم جرا
• (بيان جذر مكعب الاعداد الصحيحة) •

(١٦٩) حيث ان مكعب الاعداد الصحيحة ذات الرقم الواحد أقل من ١٠ أى من ١٠٠٠ فجذوره مكعباتها تستخرج بواسطة هذا الجدول وهو

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٧٢٩	٥١٢	٣٤٣	٢١٦	١٢٥	٦٤	٢٧	٨	١

ولامانع أيضا من استعمال هذا الجدول فى تعيين جذر مكعب المكعب الاكبر الموجد وفى عدد منصرف بين مكعبات ١ • ٨ • ٢٧ • ٦٤ • ١٢٥ • ٢١٦ • ٣٤٣ • ٥١٢ • ٧٢٩ • ١٠٠٠

مثلا * حيث ان عدد ٢٢٩ واقع بين ٢١٦ و ٢٤٣ أعني بين
 ٢ و ٣ فجذر مكعب مكعبه الا كبر المتصرف في ٢٢٩ هو ٦
 (١٧٠) اذا أردت أن تستخرج جذر مكعب عدد صحيح كبر من ١٠٠٠
 فابحث أولا عن كيفية انحصار أجزاء الجذر في المكعب بان تلاحظ لاجل ذلك
 أن الجذر ينحل الى عشرات وآحاد وحيث ان مربع العدد المؤلف من عشرات
 وآحاد يحتوي على ثلاثة أجزاء * وهي مربع العشرات وضعف العشرات
 مضروبا في الآحاد ومربع الآحاد (كما في غرة ١٦٧) فلاجل استخراج
 مكعب ذلك العدد يكفي أن تضرب هذا المربع في العدد المقروض فاذا ضربت
 أجزاء المربع الثلاثة كلا على حدة في عشرات العدد المقروض وآحاده فحصل
 معك ستة حواصل جزئية

أحدها مكعب العشرات الدال على الالوف * وثانيها ضعف حاصل ضرب
 العشرات في الآحاد مضروبا في العشرات وهو يؤل الى ضعف مربع العشرات
 مضروبا في الآحاد وهذا الحاصل يدل على المئات * وثالثها مربع الآحاد
 مضروبا في العشرات وهو يعادل حاصل ضرب العشرات في مربع الآحاد
 وهذا الحاصل يدل على العشرات * ورابعها مربع العشرات مضروبا في الآحاد
 وهو يدل على المئات أيضا * وخامسها ضعف حاصل ضرب العشرات في الآحاد
 مضروبا في الآحاد وهو يؤل الى ضعف العشرات مضروبا في مربع
 الآحاد وهذا الحاصل يدل على العشرات أيضا * وسادسها مربع الآحاد
 مضروبا في الآحاد وهو عبارة عن مكعب تلك الآحاد وهذا الحاصل يدل
 على الآحاد

فعدد المئات (الموجودة في الحاصل الاول والرابع) يؤل الى ثلاثة أمثال
 مربع العشرات مضروبة في الآحاد وعدد العشرات (الموجودة في الحاصل
 الثالث والخامس) يؤل الى ثلاثة أمثال العشرات مضروبة في مربع
 الآحاد

(١٧١) ينتج عما ذكرناه أن مكعب العدد المؤلف من عشرات وآحاد يحتوي

على أربعة اجزاء • وهى مكعب العشرات • وحاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع
العشرات فى الآحاد • وحاصل ضرب ثلاثة أمثال العشرات فى مربع الآحاد
• ومكعب الآحاد • وهذه الاجزاء الاربعة تدل بالتوزيع على الوف ومئات
وعشرات وآحاد

وعليه فكعب ٦٤ مركب من أربعة اجزاء • أحدها عدد ٢١٦ من
الالوف وهو مكعب ٦ التى هى عشرات ٦٤ • وثانيها ثلاثة أمثال عدد
٣٦ من المئات وهو مربع ٦ من العشرات مضروباً فى أربعة من
الآحاد أعنى انه مركب من ٤٣٢ من المئات • وثالثها ثلاثة أمثال ٦
من العشرات مضروبة فى مربع ٤ من الآحاد أعنى انه مركب من ٢٨٨
من العشرات • ورابعها عدد ٦٤ الذى هو ~~مكعب~~ ٤ من
الآحاد • ومجموع هذه الاجزاء الاربعة وهو ٢٦٢١٤٤ يدل على
مكعب ٦٤

واذا أردت تحصيل ~~مكعب~~ ٦٤٩ فلأن تجل هذا العدد الى عدد
٦٤ من العشرات زائداً ٩ من الآحاد فيتركب ~~المكعب~~ المطلوب من
أربعة اجزاء أحدها عدد ٢٦٢١٤٤ من الالوف وهو مكعب ٦٤
التى هى عشرات ٦٤٩ • وثانيها ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات
وهى ٤٠٩٦ من المئات مضروبة فى ٩ من الاحاد أى ١١٠٥٩٢
من المئات • وثالثها ثلاثة أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة فى عدد ٨١
الذى هو مربع ٩ من الآحاد أى ١٥٥٥٢ من العشرات • ورابعها
عدد ٧٢٩ وهو مكعب ٩ من الآحاد فمجموع هذه الاجزاء الاربعة
وهو ٢٧٢٣٥٩٤٤٩ وهو مكعب ٦٤٩

(١٧٢) ولتين الآن كيفية استخراج جذر مكعب العدد الصحيح (بذكر مثالين)

فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ١٦٢١٤٤ فنضع صورة
العملية هكذا

المكعب	٢٦٢ ١٤٤	٦٤	جذر المكعب
	٢١٦		
الباقي الاول	٤٦١ ٤٤	٤٢٢٠٠	$108 = 3 \times 36$
	٤٦١ ٤٤	٢٨٨٠	
الباقي الثاني	٦٤	
		٤٦١٤٤	

ثم نقول حيث ان مكعب عشرات الجذر من منزلة الالوف لا يمكن وجوده الا في عدد ٢٦٢ الذي هو الالف ٢٦٢١٤٤ (تفصل الارقام الثلاثة الاولى من عدد ٢٦٢١٤٤ من الجهة اليمنى بفواصل قائم كالالف) ونقول حيث ان عدد ٢٦٢ واقع بين ٢ و ٣ ينتج من ذلك ان عدد ٢٦٢ ألفا يكون واقعا بين ٢ آلاف و ٣ آلاف غير ان هذين العددين أعني ٢٦٢ الف و ٣ آلاف يتفاوتان ولو بالف فيه كون بالضرورة عدد ٢٦٢١٤٤ المؤلف من عدد ٢٦٢ ألفا زائدا ١٤٤ من الاحاد منحصرابين ٢ آلاف و ٣ آلاف اعني بين مكعب ٦ من العشرات ومكعب ٧ من العشرات ايضا فيكون حينئذ جذر مكعب ٢٦٢١٤٤ منحصرابين ٦ من العشرات و ٧ من العشرات فهو على ذلك مركب من ٦ عشرات وبعض آحاد أقل من ١٠ فاذا أردت تحصيل هذه الاحاد فاطرح من ٢٦٢١٤٤ عدد ٢١٦ الف الذي هو مكعب عشرات الجذر فبما الباقي وهو ٤٦١٤٤ لا يصحوى الاعلى ثلاثة أمثال مربع عشرات الجذر التي هي ٦ مضروبة في الاحاد وعلى ثلاثة أمثال ٦ من العشرات مضروبة في مربع الاحاد وعلى مكعب الاحاد ولما كان حاصل ضرب ثلاثة أمثال مربع ٦ من العشرات في الاحاد مئات لا يمكن وجوده الا في عدد ٤٦١ الذي هو مئات الباقي

وهو ٤٦١٤٤ (فتفصل حينئذ الرقم الأولين من هذا الباقي بالفاصل المتقدم) وهذه المئات تحتوي على المئات الخمسة في جزء المكعب الأخير غير أن ثلاثة أمثال مربع ٦ من العشرات هو ١٠٨ فإذا قسمت حينئذ ٤٦١ من المئات على ١٠٨ من المئات أيضاً ٤٦١ على ١٠٨ دل خارج القسمة وهو ٤ من الآحاد على رقم آحاد الجذور وعلى رقم أكبر منه

ولاجل اختبار رقم ٤ يمكن أن نطرح ٦٤ من ٢٦٢١٤٤ فيدل حينئذ الصفر الباقي على أن عدد ٦٤ هو الجذر الحقيقي للمكعب ٢٦٢١٤٤

وحيث أن أول باق وهو ٤٦١٤٤ يساوي ٢٦٢١٤٤ - ٦٠^٣ توصلوا إلى هذه النتيجة بطريقة مختصرة حيث طرحوا من الباقي وهو ٤٦١٤٤ مجموع الأجزاء الثلاثة الأخيرة من مكعب ٦٤ وهذه الأجزاء هي ٤٣٢ من المئات و ٢٨٨ من العشرات و ٦٤ من الآحاد فبقية ٤ حيث أن ما ذكرناه من البراهين في تعيين جذور المكعب المطلوب يمكن العمل بمقتضاه في أي عدد كان ينتج من ذلك أن جذور مكعب المكعب الأكبر المتصغر في الوفاء عدد من الأعداد يتعين به دائماً عشرات جذور مكعب هذا العدد

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذور مكعب ٢٧٢٣٥٩٤٤٩ فتضع صورة العملية هكذا

المكعب ٢٧٢٣٥٩٤٤٩			٦٤٩	الجذر
٢١٦				
الباقي الأول ٥٧٣٥٩				
٤٦١ ٤٤				
الباقي الثاني ١١٢١٥٤٩				
١١٢١٥٤ ٤٩				
الباقي الثالث				
اختبار رقم ٥	اختبار رقم ٤	اختبار رقم ٩		
٥٤٠٠٠	٤٣٢٠٠	١١٠٥٩٢٠٠		
٤٥٠٠	٢٨٨٠	١٥٥٥٢٠		
١٢٥	٦٤	٧٢٩		
٥٨٦٢٥	٤٦١٤٤	١١٢١٥٤٩		

ثم تقول حيث ان العدد المقروض محتوي على أكثر من ثلاثة أرقام جذر مكعبه
يحتوي على عشرات لا يمكن أن يكون مكعبها الا بر من ٢٧٣٣٥٩ التي
هي الوف لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ (فتفصل الارقام الثلاثة الاول من عين
٢٧٣٣٥٩٤٤٩ بفصل قائم كالآل ف كما سبق)

وحيث ان جذر مكعب المكعب الاكبر المتصرف ٢٧٣٣٥٩ يدل على
عشرات جذر المكعب المطلوب فالـ ٣٠٠٠ تؤول الى تعيين جذر مكعب عدد
٢٧٣٣٥٩ الذي هو أقل من العدد المقروض بثلاثة أرقام (فلذا تفصل
ثلاثة أرقام من عين ٢٧٣٣٥٩ بالفصل المتقدم) فيكون حينئذ عدد ٦
الذي هو جذر مكعب المكعب الاكبر وهو ٢١٦ المتصرف ٢٧٣ هو
أول رقم من الجهة اليسرى من أرقام الجذر المطلوب التآلف بناء على ذلك من
ثلاثة أرقام

وهذه الكيفية تؤول الامر الى تقسيم العدد المقروض بالابتداء من الجهة اليمنى
الى فصول كل منها يحتوي على ثلاثة أرقام (وربما احتوى الاخير منها على
أقل من ثلاثة) ومتى كان العدد المقروض مكعبا حقيقيا دل عدد الفصول على
عدد أرقام الجذر وذلك مطابق لما أسلفناه في مرة ١٦٨

واذا أجزيت العملية كما في المثال الاول ظهر لك (بعد اختبار رقمي ٥ و ٤)
أن جذر مكعب المكعب الاكبر المتصرف ٢٧٣٣٥٩ هو ٦٤ وأن

التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و ٦٤ هو ١١٢١٥ فيكون حينئذ
جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ مؤلفا من ٦٤ من العشرات ومن
بعض آحاد يعبر عنها برقم واحد فقط

ولاجل تعيين رقم آحاد الجذر المطلوب تبحث عن التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

ومكعب ٦٤ التي هي عشرات الجذر وتوصل الى ذلك بطرح ٦٤٠ من
٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ومنه يخرج الباقي الثاني وهو ١١٢١٥٤٤٩ لكن
يسهل استخراج هذا الباقي بلا حيلة انما كان عدد ١١٢١٥ هو

التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩ و ٦٤ حسبما اقتضته العملية التي تجتنب عنها
عشرات الجذور هي ٦٤ أمكن تحصيل التفاضل بين ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ و ٦٤٠^٣
بتزليل فصل ٤٤٩ على عيين ١١٢١٥
وحيث ان الباقي الثاني وهو ١١٢١٥٤٤٩ مساو لعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

— ٦٤٠ فهو محتوي على الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب الجذر المطلوب^٣
وهي ٣ أمثال مربع ٦٤ من عشرات الجذر مضروبة في رقم الـ ١٠
المجهول و ٣ أمثال ٦٤ من العشرات مضروبة في مربع رقم الـ ١٠
المجهول ومكعب الـ ١٠ ولما كانت ثلاثة أمثال مربع ٦٤ من العشرات
وهي ١٢٢٨٨ من المئات مضروبة في رقم آحاد الجذر عبارة عن مئات
كان لا يمكن وجودها الا في ١١٢١٥٤ التي هي مئات الباقي وهو
١١٢١٥٤٤٩ (فلذا ينصل الرقمان الأولان من عيين ١١٢١٥٤٤٩

بالتفاضل السابق)

وزيادة على ذلك تحتوي تلك المئات على المئات المنحصرة في جزئى المكعب
الاخيرين فاذا قسمت حينئذ ١١٢١٥٤ على ١٢٢٨٨ دل عدد ٩
الذى هو آحاد خارج القسمة على رقم آحاد الجذر أو على رقم أكبر منه فلاجل

اختبار عدد ٩ المذكور تطرح ٦٤٩ من ٢٧٣٣٥٩٤٤٩^٣
فيدل الصفر الباقي على أن عدد ٦٤٩ هو الجذر الحقيقي للمكعب
٢٧٣٣٥٩٤٤٩ غير أن الاخير أن تطرح من الباقي الثاني الذى هو
١١٢١٥٤٤٩ مجموع الاجزاء الثلاثة الاخيرة من مكعب ٦٤٠ + ٩
(كافى غرة ١٧١) وهي ١١٠٥٩٣ من المئات و ١٥٥٥٢ من
العشرات و ٧٢٩ من الآحاد وحيث كان الباقي صفر ادل على أن عدد
٦٤٩ هو الجذر الحقيقي للمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩

وهذان المثالان بكيفية في معرفة استخراج جذر مكعب العدد الصحيح
(١٧٣) كل عملية أبهرتها في استخراج جذر المكعب ترى فيها أن كل باقى

يساوى العدد الذى يبحث عن جذره مكعب ناقصا مكعب الجزء الذى تم وصل
في الجذر وذلك لانك توصل الى هذا الباقي بطرحك على التوالى جميع أجزاء
مكعب العدد المتوصل في الجذر من العدد المقروض ومتى اخل ذلك فالعملية
فاسدة

(١٧٤) اذا وقع جذر مكعب العدد الصحيح بين عددين صحيحين متواليين
فهذا الجذر وان وجد في نفسه لا يمكن تعيينه على التحقيق بأى عدد كان وذلك
أن هذا الجذر ليس عددا صحيحا ولا يمكن أن يكون كسرا لان مكعب الكسر
الاصم لا يمكن أن يكون عددا صحيحا (كافى غرة ٨٤) فلذا قيل ان هذا الجذر
أصم (كافى غرة ١٥٤)

(١٧٥) اذا كان المطلوب استخراج جذر مكعب أى عدد صحيح أجريت
العملية في هذا العدد كالو كن مكعبا فان لم يكن الباقي الاخير المقابل لرقم آحاد
جذر المكعب صفرا كان الجذر المطلوب أصم ودل العدد المتوصل في الجذر على
جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر في العدد المقروض

مثلا * حيث انه ينتج عن استخراج جذر مكعب ٢٧٢٣٦٠٣٥٨
ما يساوى ٦٤٩ من الآحاد في الجذرو يبقى ٩٠٩ فهذا الجذر أصم

والباقي الذى هو ٩٠٩ يساوى ٢٧٢٣٦٠٣٥٨ - ٦٤٩ ويدل
عدد ٦٤٩ على جذر مكعب المكعب الاكبر المنحصر في ٢٧٢٣٦٠٣٥٨

فعلى هذا يكون عدد ٢٧٢٣٦٠٣٥٨ واقعا بين ٦٤٩ و ٦٥٠
(١٧٦) اذا فرضت عددا يتحلل الى جزئين حيثما اتفق وضربت مربع
مجموع هذين الجزئين في نفس ذلك المجموع على ما تقدم في قاعدة ١٥٦
دل الحاصل على مكعب هذا المجموع ورايت أن مكعب أى مجموع مركب
من جزئين يتألف من مكعب الجزء الاول ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال مربع
الجزء الاول في الثانى ومن حاصل ضرب ثلاثة امثال الجزء الاول في مربع الجزء
الثانى ومن مكعب الجزء الثانى

مثلا • حيث ان ٦٤٩ يساوى ٦ من المئات زائدا ٤٩ من
الآحاد فكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ يكون مؤلفا من عدد ٢١٦
مليون الذى هو مكعب ٦ من المئات • ومن ثلاثة امثال مربع ٦ من
المئات مضروبة فى ٤٩ من الآحاد • اى من ٥٢٩٢ من عشرات
الآلاف • ومن ثلاثة امثال ٦ من المئات مضروبة فى مربع ٤٩ من الآحاد
اى من ٤٣٢١٨ من المئات • ومن عدد ١١٧٦٤٩ الذى هو
مكعب ٤٩ من الآحاد

(١٧٧) اذ الم يكس الباقى المقابل بل جذر المكعب المتحصل اقل من ثلاثة امثال
مربع هذا الجذر زائدة ثلاثة امثال الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل يكون
صغيرا جدا ولو بواحد وان كان الباقى المذكور اقل من ثلاثة امثال مربع الجذر
المتحصل زائدة ثلاثة امثال هذا الجذر زائدة ١ فالجذر المتحصل لا يمكن أن
يضاف اليه واحد وذلك انك لو فرضت فى قاعدة ١٧٦ أن الجزء الثانى
يساوى ١ رأيت أن العدد اذا زاد بقدر ١ زاد مكعبه بقدر ثلاثة امثال
مربع هذا العدد وبقدر ثلاثة امثال العدد المذكور وبقدر ١

مثلا اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب ٢٧٣٣٥٩ ووضعته فى الجذر
٦٣ فالباقي المقابل وهو ٢٣٣١٢ أكبر من $3 \times 63^2 + 3 \times 63 + 1$
اى أكبر من ١٢٠٩٧ وهذا دليل على أن الجذر وهو ٦٣ صغير جدا
ولو بواحد

• (بيان تكعيب الكسور والاعتيادية) •

• (والاعداد الاعشارية واستخراج جذورها) •

(١٧٨) مكعب الكسر الاعتيادى يتحصل بتكعيب كل من البسط والمقام
على حدة

مثلا • مكعب $\frac{4}{5}$ هو $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}$ او $\frac{4^3}{5^3}$ اى $\frac{64}{125}$

(١٧٩) اذا اردت أن تستخرج جذر مكعب الكسر الاعتيادى فخذ جذر

مكعب كل من البسط والمقام على حدته وهذا ناتج من القاعدة ثلثة دمة

$$\frac{4}{5} = \frac{64}{125} \sqrt[3]{} = \frac{64}{125} \sqrt[3]{}$$

ويمكن دائما ترجيع العملية الى استخراج جذر مكعب عدد واحد بان تضرب
اولا حدى الكسر في مربع مقامه لأن

$$\frac{4}{5} \sqrt[3]{} = \frac{44}{5} \sqrt[3]{} = \frac{44}{5 \times 11} \sqrt[3]{} = \frac{11}{5} \sqrt[3]{}$$

وحيث ان المقادير الاصغر التقريبي للصحيح اعداد $\sqrt[3]{44}$ هو ٣ فحذر

المكعب الذى هو $\frac{11}{5}$ يساوى $\frac{4}{5}$ تقريبا

(١٨٠) مكعب الاعداد الاعشارية يحصل بمكعب هذا العدد بقطع النظر
عن الشرطة ثم تفصل عدة ارقام اعشارية من ارقام المكعب بقدر ثلاثة امثال
ما يوجد منها فى العدد الاعشارى المقروض ويكون الفصل من الجهة اليمنى
وهذا ناتج من القاعدة المقدمة (فى غرة ٩٨) المتعلقة بضرب الاعداد

الاعشارية وعليه فعدد ارقام المكعب الاعشارية تكون دائما مكرر ٣

مثلا * اذا اردت تكعيب ٦٤٩ فحصل مكعب عدد ٦٤٩ وهو

٢٧٣٣٠٩٤٤٩ ثم افصل عن يمينه هذا المكعب ستة ارقام اعشارية

فيكون عدد ٢٧٣٣٠٩٤٤٩ الناتج هو المكعب المطلوب

(١٨١) اذا اردت استخراج جذر مكعب العدد الاعشارى يكتفى أن نستخرج

جذر مكعب العدد الصحيح الذى يفتج بعد حذف الشرطة من العدد المقروض

ثم تفصل من جهة الجذر اليمنى عدة ارقام اعشارية بقدر ما يوجد من الاحاد

فى ثلث عدد الارقام الاعشارية الموجودة فى المكعب المقروض وذلك ناتج من

قاعدة النمرة السابقة (ولتمثل لذلك بمثالين)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب ٢٧٣٣٠٩٤٤٩

فمقول حيث ان جذرمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو ٦٤٩ فالجذر المطلوب هو ٦٤٩

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذرمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ ٠٠٠٠٠
فمقول حيث ان ٦٤٩ هو جذرمكعب ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ فعدد ٠٠٠٠٠ هو الجذر المطلوب

(١٨٢) اذا كان المطلوب استخراج جذرمكعب اى عدد كان بحيث يكون هذا الجذر تقريبا محتويا على عشر أو جزء من مائة أو جزء من الف الخ من الأحاد فضع العدد المقروض على وجه بحيث يكون محتويا على ثلاثة ارقام اعشارية أو ستة أو تسعة الخ (ولنمثل لذلك باربعة امثلة فمقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تعيين جذرمكعب ١٢٥٠٠٠٠٠٠ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين اعشاريين فضع العدد المقروض على وجهه بحيث يحتوى على ستة ارقام اعشارية بان يكون هكذا ١٢٥٠٠٠٠٠٠
ثم قل حيث ان عدد ٢٣٢ هو المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد

١٢٥٠٠٠٠٠٠ فعدد ٢٣٢ هو الجذر المطلوب

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج جذرمكعب ١٢٧٥٥٤٢٧ ٠٠٠٠٠٠٠
وهكذا من الأعداد الاعشارية بحيث يكون هذا الجذر محتويا على ثلاثة ارقام اعشارية فلاجل تحصيل ثلاثة ارقام اعشارية في الجذر يكفي أن تبقى من العدد المقروض ٩ ارقام اعشارية بان يكون العدد بعد الحذف هكذا ١٢٧٥٥٠٠٠٠٠٠ وحيث ان المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد

١٢٧٥٥٠٠٠٠٠٠ هو ٢٣ فعدد ٢٣ هو الجذر المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب استخراج جذرمكعب ٨٧٥٥٠٠٠٠٠٠ بحيث يكون هذا الجذر محتويا على رقمين فضع العدد المذكور على وجهه بحيث يحتوى على ستة ارقام اعشارية بان يكون هكذا ٨٧٥٥٠٠٠٠٠٠٠٠

ثم ابحث عن المقدار الاصغر الصحيح التقريبي لعدد ٨٧٥٥٠٠٠٠٠٠٠٠

وهو ٢٠٦١ فيكون حينئذ ٢٠٦١ هو الجذر المطلوب
وبؤخذ من ذلك انه يكفي في استخراج جذر مكعب أى عدد صحيح بحيث يكون
هذا الجذر تقريرا محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة
أن تضع على عين هذا العدد من الاصغار بقدر ثلاثة امثال الارقام الاعشارية
المطلوبة في الجذر ثم تقوم جذر مكعب العدد الموضوع به هذه الكيفية بحيث
يلغ تقريرا جزأ من الواحد ثم تفصل من جهة هذا الجذر العيني عدد الارقام
الاعشارية المذكورة في النتيجة التقريبية المطلوبة

المثال الرابع أن يكون المطلوب استخراج جذر مكعب $\frac{71}{77}$ بحيث يبلغ تقريرا
جزأ من مائة من الواحد فابحث عن خارج قسمة ٧١ على ٢٢ بحيث
يحصل معك ستة ارقام اعشارية بأن يكون العدد هكذا ٣٢٢٧٢٧٢ ر ٣
وحيث ان جذر مكعب ٣٢٢٧٢٧٢ ر ٣ وهكذا من الاعداد الاعشارية
هو ١٤٧ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية قعدد ١٤٧ هو الجذر
المطلوب

وبالمجلة فلابد لاجل استخراج جذر مكعب الكسر الاعتيادي بحيث يكون هذا
الجذر تقريرا محتويا على وحدة من الوحدات الاعشارية من منزلة معلومة
تستخرج خارج قسمة البسط على المقام بشرط أن يكون خارج القسمة المذكور
محتويا على ثلاثة امثال الارقام الاعشارية المطلوبة في الجذر ثم تبحث عن جذر
مكعب ذلك الخارج مع الالفات الى عدد الارقام الاعشارية اللازمة للنتيجة
التقريبية المطلوبة

(١٨٣) اذا أريد القرب بقدر الامكان من جذر مكعب أى عدد صحيح كان
او كسرا اعتياديا واعشاريا بحيث لا يبقى فيه الاعداد معلوم من الارقام
الاعشارية فأجر العملية بشرط أن تزيد رقبا اعشاريا على الجذر ثم احذف
هذا الرقم بموجب ما تقدم في غرة ١٠٥

(١٨٤) اذا كان المطلوب تعيين جذر مكعب عدد صحيح باقل من كسر مفروض
بسطة الواحد فابتدئ بتحويل هذا العدد الى كسر مكالي يكون مقامه مكعب

مقام الكسر المقروض

مثلاً • إذا أردت أن تستخرج جذر مكعب ٥ بأقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

$$\sqrt[3]{\frac{1710}{7}} = \sqrt[3]{\frac{1710}{7}} = \sqrt[3]{\frac{7 \times 5}{7}} = \sqrt[3]{5}$$

وحيث كان جذر مكعب ١٧١٥ منصرايين ١١ و ١٢ فجذر مكعب ٥ بنصيرين $\frac{11}{7}$ و $\frac{12}{7}$ فبدل - حيث كل من هذين الكسرين

على $\sqrt[3]{5}$ بأقل من $\frac{1}{7}$ من الواحد

(١٨٥) لا يكون العدد الزوجي مكعباً الا اذا قبل القسمة على ٨ وكذا لا يكون العدد المنقسم باصفاراً وبارقام اعشارية مكعباً الا اذا كان عدد تلك الاصفار والارقام الاعشارية من مكررات ٣ ويبرهن على هذه الخواص بمثل ما سبق من البراهين في غرة ١٦٥

• (الفصل الثالث) •

• (في بيان القوى وجذورها) •

(١٨٦) اذا ضربت كمية في نفسها عدة مرات لحاصل الضرب هو قوة هذه الكمية ولجل تمييز القوى من بعضها يقال القوة الثانية والثالثة والرابعة وهكذا الى حسب ما تم بمره في الكمية من كونها عاملاً مرتين أو ثلاثة أو أربعة وهكذا كما في غرة ٢٣

واذا ضربت الكمية في نفسها عدة مرات لاجل تحصيل القوة قبل تلك الكمية جذورها هذه القوة

واذا اعتبرت الكمية عاملاً مرتين أو ثلاثة أو أربعة أو أكثر لاجل تحصيل كمية أخرى قبل تلك الكمية جذورها القوة الثانية أو الثالثة أو الرابعة وهكذا هذه الكمية الأخيرة

فيقال على هذا حيث ان القوة الرابعة لعدد ٢ هي حاصل ضرب هذا العدد في نفسه اربع مرات وهو ١٦ فجذرها القوة هو عدد ٢

وقد سبق (في غرق ٢٣ و ١٤٠) بيان كيفية الدلالة على قوة الكمية
والفرض الآن بيان جذر درجة الكمية في وضع لاجل ذلك فوق الكمية
المذكورة هذه العلامة $\sqrt[4]{\quad}$ المسماة بعلامة الجذر ويوضع بين اقتراحها
العلامة الدالة على الجذر وهو العدد الدال على درجته فعلى هذا إذا أريد بيان
الجذر الرابع لعدد ١٦ وضع هكذا $\sqrt[4]{16}$ وقيل لرقم ٤ علامة
الأصل أو دليل الجذر

ثم إن كيفية إيجاد القوة لعدد من الأعداد ليس فيها عسر ولا صعوبة إذ يكفي
في ذلك أن تستخرج حاصل ضرب عدة أعداد مساوية لذلك العدد فيقال مثلا

إن قوة $\frac{3}{4}$ الرابعة المعبر عنها بـ $(\frac{3}{4})^4$ هي $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

أو $\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4 \times 4}$ (كما في غرة ٨٢) أو $\frac{3}{4}$ أي $\frac{81}{256}$

ويؤخذ من ذلك أنه يكفي في رفع الكسر الاعتيادي إلى قوة ما أن ترفع إلى هذه
القوة $\frac{3}{4}$ من البسط والمقام على حدته

وينتج من ذلك أنه يكفي في تحصيل جذر درجة الكسر الاعتيادي أن تستخرج
جذر كل من البسط والمقام على حدته (اعني جذر هذه الدرجة)

فعلى هذا

$$\sqrt[4]{\frac{81}{256}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{3}{4}$$

وإذا لم تحتو علامة الجذر المطلوب استخراجها على عوامل أولية غير ٢ و ٣
فطريق تحصيل هذا الجذر أن تستخرج على التوالي الجذور التربيعية
والتكعيبية (ولنعمل لذلك بأربعة أمثلة فنقول

المثال الأول أن يكون المطلوب تعيين الجذر الرابع لعدد ٨١

فتأخذ جذر مربع ٨١ وهو ٩ ثم جذر مربع ٩ وهو ٣ فيكون ٣
هو الجذر المطلوب

وذلك لانه بموجب اجراء العملية ترى أن $9 = 3$ وأن $81 = 9$

$$9 \times 9 = 81 \quad 3 \times 3 = 9 \quad \text{كما تقدم في غرة ٢٤}$$

المثال الثاني أن يكون المطلوب تحصيل الجذر الرابع لعدد ١٠ بحيث يكون محتويا على ستة عشر رقعا عشريا فمأخوذ جذر مربع $\sqrt{10}$ وحيث

أن هذا الجذر يلزم أن يحتوي على ستة عشر رقعا عشريا فمأخوذ جذر $\sqrt{10}$

يلزم أن يحتوي أيضا على 2×16 أي ٣٢ رقعا عشريا (كما سبق في غرة ١٦٤) فستخرج حينئذ جذر $\sqrt{10}$ بحيث يكون محتويا

على اثنين وثلاثين رقعا عشريا بأن يكون هكذا

$$\sqrt{10} = 3.16227766016837933199889354433271$$

ثم ستخرج جذر مربع هذا العدد الأخير بحيث يكون محتويا على ١٦ رقعا عشريا بأن يكون هكذا

$$\sqrt[4]{10} = 1.7782794100389228$$

المطلوب

المثال الثالث أن يكون المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ٦٥٦١

فتبحث أولا عن جذر مربع ٦٥٦١ وهو ٨١ ثم عن جذر مربع ٨١

وهو ٩ ثم عن جذر مربع ٩ وهو ٣ فبدل هذا العدد الأخير على الجذر

المطلوب لانه بموجب اجراء العملية ترى أن $9 = 3$ وأن $81 = 9$

$$9 = 3 \times 3 = 9 \quad 81 = 9 \times 9 = 81 \quad \text{وأن } 6561 = 81 \times 81 = 6561$$

المثال الرابع أن يكون المطلوب تعيين الجذر السادس لعدد ٦٤ فتأخذ أولا

جذر مربع ٦٤ وهو ٨ ثم جذر مكعب ٨ وهو ٢ فيكون هذا العدد

الأخير هو الجذر المطلوب

وذلك أن $\frac{7}{8} = \frac{7}{8}$

وبمثل هذه الطريقة تتوصل الى هذه النتائج وهي

وهكذا $\frac{1}{1.7} = \frac{1}{1.7} \cdot \frac{1}{1.7} = \frac{1}{2.89}$

من الأعداد العشرية = ١,٣٣٣٥٢١٤٣ وهكذا من الأعداد

الاعشارية و $\gamma = \frac{1}{10^{16}}$ $\gamma = 1.232052142 \times 10^{-16}$ وهكذا من

الاعداد الاعشارية = ١,١٥٤٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية

$$r = \frac{2,340,7789 \cdot 8472}{1,3270} \text{ و هكدامس}$$

الاعداد الاعشارية

وإذا أردت استخراج الجـذور التي تحتوي علامتها على عوامل أولية غـير عاملي

٢ و ٣ فاعلمك بعلم الخير

• (الباب السابع) •

• (في بيان النسبة والتناسبة والمتواليات) •

• (وفيه أربعة فصول) •

• (الفصل الأول) •

• (في بيان النسبة العددية والهندسية) •

(١٨٧) النسبة العددية ويقال لها التفاضلية هي باقي الطرح بين كيتين •
وأما النسبة الهندسية فهي خارج قسمة كيتين على بعضهما فعمل هذا تكون
النسبة العددية بين ١٨ و ٦ مثلاً هي ١٨ - ٦ أو ١٢ والنسبة
الهندسية بين ١٨ و ٦ هي $\frac{١٨}{٦}$ أو ٣ وهذان العددان اعني ١٨
و ٦ هما حدان كل من هاتين النسبتين • فالحد الأول وهو ١٨ يسمى
المقدم والثاني وهو ٦ يسمى التالي

(١٨٨) لا تتغير النسبة العددية بزيادة الحدين أو نقصهما بمقدار واحد لان
العددان اذا زاد اياكهما واحدة أو نقصا كذلك فبأق طرعهما لا يتغير فعمل هذا
تكون النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ٧ + ٤
و ٥ + ٤ أو ١١ و ٩ لان ٧ - ٥ = ٢ = ١١ - ٩

(١٩٨) لا تتغير النسبة الهندسية بضرب الحدتين في عدد واحد أو قسمتهما
عليه لان خارج القسمة لا يتغير بضرب المقسوم والمقسوم عليه في عدد واحد
ولا يقسمهما عليه (كأفي غرة ٢٥)

فعلى هذا تكون النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ هي عين النسبة الهندسية
بين ٧ × ٤ و ٣ × ٤ أو ٢٨ و ١٢ لان خارج قسمة
٧ على ٣ هو عين خارج قسمة ٧ × ٤ على ٣ × ٤

• (الفصل الثاني) •

• (في بيان التناسبة العددية والهندسية) •

(١٩٠) التناسبة هي اجتماع نسبتين متساويتين • ولتمثل لذلك فنقول

حيث ان النسبة العددية بين ٧ و ٥ مساوية للنسبة العددية بين ١١ و ٩ فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٥ و ١١ و ٩ يتالف منها متناسبة عددية توضع هكذا ٥ : ٧ :: ١١ : ٩ وينطق به هكذا ٧ الى ٥ كنسبة ١١ الى ٩

وحيث ان النسبة الهندسية بين ٧ و ٣ مساوية للنسبة الهندسية بين ٢٨ و ١٢ فهذه الاعداد اعنى ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢ يتالف منها متناسبة هندسية توضع هكذا ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ وينطق بها هكذا ٧ الى ٣ كنسبة ٢٨ الى ١٢

ويسمى المقدم والتالى الاولان بحدى النسبة الاولى والمقدم والتالى الاخيران بحدى النسبة الثانية والحد الاول والرابع بالطرفين والثانى والثالث بالوسطين

والحد الرابع من اى متناسبة كانت يسمى بالرابع المتناسب للحدود الثلاثة الاخرى ومضى كان الوسطان متساويين تسمى المتناسبة متصلة او متوالية والحد الوسط الذى هو ٧ الموجود فى متناسبة ٧ : ٥ :: ٩ : ٣ المتصلة هو الوسط المتناسب العددي بين ٥ و ٩ وصورة وضع هذه المتناسبة على ما جرت به عادتهم هكذا ٥ : ٩ :: ٣ : ٧ وعدد ٩ هو الثالث المتناسب العددي لعددي ٥ و ٧

والمتناسبة ٤ : ١٢ :: ٣٦ : ١٢ تسمى متناسبة هندسية متصلة او متوالية وتوضع عادة هكذا ٤ : ٣٦ :: ١٢ : ١٢ وعدد ١٢ هو الوسط الهندسي بين ٤ و ٣٦ وعدد ٣٦ هو الثالث المتناسب الهندسي بين ٤ و ١٢

• (بيان المتناسبة العددية) •

(١٩١) كل متناسبة عددية فمجموع الطرفين فيها يساوى مجموع الوسطين وذلك لان المتناسبة ٥ : ٧ :: ١١ : ٩ العددية تدل على ان نسبة ٥ - ٧ تساوى نسبة ١١ - ٩ فعلى هذا اذا أضفت الى كل من هاتين النسبتين

مجموع التالين وهو $9 + 0$ كانت التيجتان متساويتين وهما
 $7 - 0 + 0 + 9$ و $11 - 9 + 0 + 0$ لكن
 حيثان $7 - 0 + 0 + 9$ يؤل الى $9 + 7$
 و $11 - 9 + 0 + 0$ يؤل الى $0 + 11$ فالتناسبه
 $0.7 : 0.11$ ينتج منها أن $9 + 7 = 0 + 11$ وبذلك
 يثبت المطلوب

(١٩٢) اذا ساوى مجموع عددين مجموع عددين آخرين فالف من الاعداد
 الاربعه متناسبه عدديه يكون طرفاها احد المجموعين ووسطاها المجموع الاخر
 وليكن مثلا $0 + 11 = 9 + 7$

فاذا طرح من هاتين الكميتين المتساويتين مجموع $9 + 0$ فالعددان الباقيان
 متساويان بالضرورة غير انه يمكن في طرح $9 + 0$ من $9 + 7$ أن تطرح
 اولاً 9 من $9 + 7$ فيكون الباقي 7 ثم تطرح 0 من 7 وتعتبر
 عن باقي الطرح بمـ هذه العبارة بان تقول $0 - 7$ وكذلك طرح
 $0 + 9$ من $0 + 11$ فتطرح اولاً 0 من $0 + 11$ فيكون
 الباقي 11 ثم تطرح 9 من 11 وتعتبر عن باقي الطرح بمـ هذه العبارة
 بان تقول $9 - 11$

فينتج حينئذ من مساواة $9 + 7 = 0 + 11$ ان $0 - 7 = 9 - 11$
 وتكون حينئذ نسبة $0 - 7$ العدديه مساوية لنسبة $9 - 11$
 العدديه ومن ذلك تناف هذه التناسبه العدديه وهي $0.7 : 0.11$
 وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٣) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسبه تناسبا عدديا بمجموع
 الطرفين لا يساوى مجموع لوسطين لانه اذا فرض أن هذين المجموعين متساويان
 يالعب من تلك الاعداد الاربعه متناسبه عدديه كافي (١٩٢) وهو خلاف
 الفرض

(١٩٤) كل متناسبه عدديه فالحد الرابع فيها يساوى مجموع الوسطين ناقصا الحد

الأول

وذلك انه حيث كانت متناسبة $٥٠٧ : ٩٠١١$ تفيد $٩ + ٧ = ١١ + ٥$
 فاذا طرح عدد ٧ من هاتين الكميتين المتساويتين وهما $٩ + ٧$ و $١١ + ٥$
 كان الباقيان وهما ٩ و $١١ - ٧ = ٤$ متساويين * وعليه فعدد ٩
 الذي هو الحد الرابع من متناسبة $٥٠٧ : ٩٠١١$ يساوي مجموع الوسيطين
 وهو $١١ + ٥$ ناقصا الحد الاول وهو ٧ وبذلك ثبت المطلوب
 ويجعل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل أحد الوسيطين بطرح الوسط الاخر من
 مجموع الطرفين

فعلى هذا اذا علم من التناسبة العددية ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج
 الحد الرابع

(١٩٥) الوسط المتناسب العددي بين اى عددين يساوى نصف مجموعهما لان
 مجموع العددين المقروضين يساوى بمقتضى قرة ١٩١ ضعف الوسط المتناسب
 العددي المطلوب

وعليه فالوسط المتناسب العددي بين عددي ٥ و ٩ هو نصف $٥ + ٩$
 اى ٧ وبذلك يكون

$$٧٠٥ : ٩٠٧$$

(١٩٦) صكل متناسبة عددية يمكن أن تحصل فيها التغيرات الاتية بدون
 أن تختل بذلك المساواة بين مجموع الطرفين ومجموع الوسيطين كما سبق في قرة
 ١٩٢

مثلا حيث ان متناسبة $٥٠٧ : ٩٠١١$ تفيد $٩ + ٧ = ١١ + ٥$
 فهذه الأعداد اى ٧ و ٥ و ١١ و ٩ يتولد عنها بالتغير عناية
 متناسبات وهي

$٩٠٥ : ١١٠٧$	$٩٠١١ : ٥٠٧$
$٧٠٥ : ١١٠٩$	$٧٠١١ : ٥٠٩$
$١١٠٧ : ٩٠٥$	$١١٠٩ : ٧٠٥$
$٥٠٧ : ٩٠١١$	$٥٠٩ : ٧٠١١$

• (بيان التناسية الهندسية) •

(١٩٧) انما سميت التناسية الهندسية بهذا الاسم لانها كثيرة الاستعمال في الهندسة ومتى ذكرنا من الآن فصاعدا كلمة نسبة او متناسية بدون قيد فالمراد الهندسية لا غير

(١٩٨) حاصل ضرب الطرفين في حاصل متناسية يساوي حاصل ضرب الوسطين

وذلك انه حيث كانت متناسية $٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢$ مثلثا تدل على أن كسر $\frac{٢٨}{١٢} = \frac{٧}{٣}$ فينتج من التنبيه الثالث من غرة ٧٤ أن $٢٨ = ١٢ \times ٧$ $٣ \times$ وبذلك يثبت المطلوب

(١٩٩) اذا كان حاصل ضرب عددين يساوي حاصل ضرب عددين آخرين تركيب من الاعداد الاربعة متناسية طرفاها أحد الحاصلين ووسطاها الحاصل الآخر

وذلك انه اذا كان حاصل ٧×١٢ يساوي حاصل ٢٨×٣ وقسم كل منهما على ٣×١٢ كان خارجا القسمة وهما $\frac{١٢ \times ٧}{١٢ \times ٣}$ و $\frac{٢٨ \times ٣}{١٢ \times ٣}$ متساويين فاذا حذف العامل المشترك وهو ١٢ من الكسر الاول و ٣ من الكسر الثاني حصل كسران متكافئان وهما $\frac{٧}{٣}$ و $\frac{٢٨}{١٢}$ وحيث ان نسبة $\frac{٢٨}{١٢} = \frac{٧}{٣}$ ينتج من ذلك هذه التناسية وهي $٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢$ وبذلك يثبت المطلوب

(٢٠٠) اذا كان هناك اربعة اعداد غير متناسية فحاصل ضرب الطرفين لا يساوي حاصل ضرب الوسطين لانه اذا فرض أن هذين الحاصلين متساويين تركيب من هذه الاربعة متناسية كما في غرة ١٩٩ وهذا خلاف القرض

(٢٠١) الحد الرابع من اى متناسية يساوي حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الاول

وذلك انه حيث كانت متناسية $٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢$ فنجد بقسمة غرة ١٩٨ $٢٨ \times ٣ = ١٢ \times ٧$ فاذا قسم كل من ١٢×٧ و ٢٨×٣ على ٧ كان

خارجا القسمة وهما ١٢ و $\frac{٢٨ \times ٢}{٧}$ متساويين
وعليه فعدد ١٢ الذي هو الحد الرابع من متسابقة ٣ : ٧ :: ٢٨ : ١٢ مساو
لحاصل ضرب الوسطين وهو ٢٨ \times ٣ مقسوما على الحد الاول وهو ٧
وبهذا ثبت المطلوب

وبمثل ذلك يبرهن على انه يمكن تحصيل كل من الوسطين بقسمة حاصل ضرب
الطرفين على أحدهما

فعلى هذا اذا علم من المتسابقة ثلاثة حدود أمكن بواسطتها استخراج الحد
الرابع

فاذا أردت استخراج الحد الرابع من متسابقة حدودها الثلاثة الاولى معلومة
كحدود ٦ و ٢ و ٢٤ مثلا فانك ترمز الى الحد المجهول بحرف م
فيتحصل معك ماصوره ٦ : ٢ :: ٢٤ : م وينتج من ذلك أن
م = $\frac{٢٤ \times ٢}{٦} = ٨$

(٢٠٢) الوسط المتناسب الهندسي بين عددين يساوى جذر مربع
حاصل ضرب هذين العددين وذلك لان العددين المذكورين حيث كانا طرفي
المتسابقة وكان الوسطان متساويين فحاصل ضرب هذين العددين يساوى
مربع الوسط المتناسب كما سبق في غرة (١٩٨) ولتأمل لذلك بمثالين
فمنقول

المثال الاول اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا هندسيا بين عددي
٤ و ٣٦ فاضرب أحدهما في الآخر فيخرج الحاصل ١٤٤ ثم استخرج
جذر مربع هذا العدد فيحصل معك ١٢ فهذا الجذر هو الوسط المتناسب
المطلوب وينتج من ذلك متسابقة متصلة وهى

$$٤ : ١٢ :: ١٢ : ٣٦ \text{ او } ٣٦ : ١٢ :: ٤ : ٣٦$$

المثال الثانى اذا أردت أن تستخرج وسطا متناسبا بين عددي ١ و ١٠ فاستخرج
جذر مربع ١٠ الا أن هذا الجذر اسم كافى غرة (١٥٤) فلا يوجد
حينئذ في الاعداد الصحيحة ما يوافق المسئلة على التحقيق فاستخرج جذرا

تقريباً بقدر الامكان كما تقدم في المثال الثاني من غرة (١٨٦) وهذا الجذر هو الوسط المناسب المطلوب

(٢٠٣) كل متناسبة يمكن أن يحصل فيها التغيرات الآتية بدون أن تختل المساواة بين حاصل ضرب الوسطين وحاصل ضرب الطرفين كما تقدم في غرة (١٩٩) مثلاً حيث ان متناسبة $٣ : ٧ :: ٢٨ : ١٢$ تفيد $٢٨ \times ٣ = ١٢ \times ٧$ كما في غرة (١٩٨) فهذه الاعداد اعلى ٧ و ٣ و ٢٨ و ١٢ يتولد عنها بالتغير ثمانية متناسبات وهي

$$\begin{array}{ll} ١٢ : ٣ :: ٢٨ : ٧ & ١٢ : ٢٨ :: ٣ : ٧ \\ ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ & ٧ : ٢٨ :: ٣ : ١٢ \\ ٢٨ : ٧ :: ١٢ : ٣ & ٢٨ : ١٢ :: ٧ : ٣ \\ ٣ : ٧ :: ١٢ : ٢٨ & ٣ : ١٢ :: ٧ : ٢٨ \end{array}$$

تنبيهات • الاول المتناسبات الاربع الاول تفيد أنه اذا كان هناك أربعة اعداد متناسبة فإنه لا يتغير تناسبها بتغيير موضع الوسطين او الطرفين

التنبيه الثاني • المتناسبات الاربع الاخرى تفيد أن المتناسبة لا تختل بوضع الطرفين موضع الوسطين والعكس

التنبيه الثالث حيث ان متناسبة $٣ : ٧ :: ٢٨ : ١٢$ تفيد $٢٨ : ٧ :: ١٢ : ٣$ ينتج من ذلك أن كل متضادة تكون فيها نسبة الثاني الاول الى الثاني الثاني مساوية لنسبة المقدم الاول الى المقدم الثاني

(٢٠٤) ضرب أحد الطرفين وأحد الوسطين في عدد واحد او قسمتهما على ذلك العدد لا يعدم به الساس لان مساواة حاصل ضرب الطرفين لحاصل ضرب الوسطين لم تزل باقية على حالها

ولنفرض متناسبة $٣ : ٧ :: ٢٨ : ١٢$ مثلاً فاذا أردنا أن نعين أن تناسب لم يزل باقياً في صورة ما اذا ضرب ٧ كل من الطرفين وهو ٧ والوسط وهو

٢٨ في ٥ لاحظنا انه حيث كانت متناسبة ٧ : ٣ :: ٢٨ : ١٢ تفيد
 $٢٨ \times ٣ = ١٢ \times ٧$ كما في غرة (١٩٨) كان $٣ = ٥ \times ١٢ \times ٧$
 $٥ \times ٢٨ \times$ فاذن يكون $(٥ \times ٧) \times ١٢ = (٥ \times ٢٨) \times ٣$
 فيكون $٧ : ٥ :: ٣ : ٥ \times ٢٨ : ١٢$

تنبيه • ما ذكرناه من الخواص وسيلة الى محوما يوجد في التناسبات من
 الحدود الكدمرية والى اختصار حدود التناسبات في صورة ما اذا وجد عامل
 مشترك بين احد الوسطين واحدا الطرفين

ولنفرض تناسبة $\frac{٢}{٧} : \frac{٥}{٧} :: ٤ : ٤$ مثلا فلا اجل محوما
 ٢ و ٧ تضرب على التوالي حتى $\frac{٢}{٧}$ و ٤ في ٢ وحدى $\frac{٥}{٧}$
 و $\frac{٢}{٧}$ في ٧ فينتج من ذلك تناسبة أخرى وهي ٢ : ٥ :: ١٢ : ٣٠٠٠

وهذه التناسبة الاخيرة يمكن اختصارها بقسمة كل من حدى ٥٠٠ و ٣٠٠٠
 على ١٠٠ فينتج من ذلك تناسبة أخرى وهي ٢ : ٥ :: ١٢ : ٣٠

(٢٠٥) اذا كان هنالك متناسبتان وكان بينهما نسبة مشتركة فالنسبتان
 الاخرتان تولد منهما متناسبة لان هاتين النسبتين لما كانتا مساويتين للنسبة
 المشتركة كانتا مساويتين فاذن يفتج من تناسبتى ٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١

و ٥ : ٧ :: ١٠ : ١٤ متناسبة أخرى وهي ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤
 (٢٠٦) اذا كان هنالك متناسبتان متحدتان في المقدم أو التالى تركب من
 الحدود الاربعة الباقية متناسبة أخرى وهذه الخاصية تنتج عما قبلها بتغيير

موضع الوسطين أو الطرفين

فبتركب مثلا من تناسبتى ٥ : ١٥ :: ٧ : ٢١ و ٥ : ١٠ :: ٧ : ١٤
 هذه التناسبة وهي ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤ لانه بتغيير موضع الوسطين كما في غرة
 ٢٠٣ يصير المتناسبتان هكذا ٥ : ٧ :: ١٥ : ٢١ و ٥ : ٧ :: ١٠ : ١٤

وحيث ان هاتين المتناسبتين فيهما نسبة مشتركة ففائدة غرة ٢٠٥
 منها متناسبة ١٥ : ٢١ :: ١٠ : ١٤

(٢٠٧) كل متناسبة لا تتخلو عن خواص

احدا ان نسبة مجموع الحدين الاولين الى الثاني ~~ك~~ نسبة مجموع الحدين
الاخيرين الى الرابع وذلك انه حيث كانت نسبة المقدم الى ناليه تدل على
خارج قسمة أول هذين العددين على الثاني فان ضم الى كل مقدم ناليه زادت
بالضرورة كل نسبة بمقدار واحد من الاحاد كما تقدم في غرة ٣٦ وحيث
ان النسبتين الاوليين متساويتان فالنسبتان المحصلتان متساويتان ايضا
ويثبت المطلوب

$$\text{فقسمة } ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ \text{ مثلا تفيد } ١٨ + ٦ : ٦ + ١٢ :: ٤ : ٤$$

$$\text{اي } ٢٤ : ٦ :: ١٦ : ٤$$

وذلك انه حيث كان خارج قسمة كل مقدم على ناليه في المتناسبة الاولى
يساوي ٣ ينتج من ذلك انه اذا قسم كل مقدم زائد ناليه على ذلك التالي
بعينه كان خارج القسمة المحصل ٣ + ١ اي ٤ فاذن ~~ت~~كون
النسبتان المحصلتان متساويتين

الثانية * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى الحد الثاني كنسبة باقى طرح
الحدين الاخيرين الى الحد الرابع لانه انقسم من كل مقدم ناليه فنقصت كل
نسبة بمقدار واحد من الاحاد وحيث ان النسبتين الاوليين متساويتان
فالنسبتان المحصلتان متساويتان ايضا

$$\text{فقسمة } ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ \text{ مثلا تفيد } ١٨ - ٦ : ٦ - ١٢ :: ٤ : ٤$$

$$\text{اي } ١٢ : ٦ :: ٨ : ٤$$

تنبيه * متماثلة ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ تفيد ايضا ١٨ - ٦ : ٦ - ١٢ :: ٤ : ٤
لان المتناسبة الاولى بموجب خواص غرة ٢٠٣ تقول الى ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤
وقد سبق ايضا ان المتناسبة الاخيرة تفيد ١٨ - ٦ : ٦ - ١٢ :: ٤ : ٤
الثالثة نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الاخيرين كنسبة
الحد الثاني الى الحد الرابع او كنسبة الحد الاول الى الحد الثالث

$$\text{فالمتناسبة الاولى وهي } ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ \text{ مثلا تفيد المتناسبة الثانية وهي}$$

$$١٨ + ٦ : ٦ + ١٢ :: ٤ + ٤ : ٤ + ٤ \text{ والمتناسبة الثالثة وهي } ١٨ : ١٢ :: ٦ : ٤$$

لان المتناسبة الاولى بموجب الخاصية الاولى من هذه النمرة تفيد
 $18 : 6 :: 12 : 4$ فاذا تغير موضع الوسطين في هذه المتناسبة الاخيرة
 كما تقدم في نمرة ٢٠٣ فصارت المتناسبة الثانية

ومقتضى التنبيه الثالث من نمرة ٢٠٣ أن المتناسبة الاولى تفيد الرابع وهو
 $6 : 4 :: 18 : 12$ وحيث أنه يوجد في المتناسبة الثانية والرابعة نسبة مشتركة
 فان أجريت عليهما قاعدة نمرة ٢٠٥ نخرج من ذلك المتناسبة الثالثة وهي
 $18 : 6 + 12 : 4 :: 12 : 8$

الرابعة * نسبة باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الاخيرين
 كنسبة الحد الثانى الى الحد الرابع او كنسبة الحد الاول الى الحد
 الثالث

وطريق البرهنة على هذه الخاصية \hookrightarrow البرهنة على الثالثة فتناسبة
 $18 : 6 : 12 : 4$ تفيد $18 : 6 - 12 : 4 - 12 : 6 - 18 : 4$ و
 $18 : 12 :: 12 : 8$

الخامسة * نسبة مجموع الحدين الاولين الى مجموع الحدين الاخيرين كنسبة
 باقى طرح الحدين الاولين الى باقى طرح الحدين الاخيرين * وهذه الخاصية
 تنتج من الثالثة والرابعة ومن قاعدة نمرة ٢٠٥

فالمتناسبة الاولى وهي $18 : 6 :: 12 : 4$ مثلاً تفيد بموجب الخاصية
 الثالثة والرابعة $18 : 6 + 12 : 4 :: 12 : 6 - 18 : 4 - 12 : 6$
 وينتج عن هاتين النسبتين بموجب قاعدة نمرة ٢٠٥ هذه المتناسبة وهي
 $18 : 6 + 12 : 4 + 12 : 4 - 12 : 6 - 12 : 8$ ويثبت المطلوب

السادسة * نسبة مجموع المقدمين الى مجموع التالين كنسبة كل مقدم
 الى تاليه * ويكتفى في البرهنة على هذه الخاصية أن تغير موضع الوسطين
 في المتناسبة المفروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة في الخاصية الثالثة على
 المتناسبة المتحصلة

فتناسبية $18 : 6 :: 12 : 4$ مثلاً تفيد $18 : 12 :: 6 : 4$ كما في نمرة ٢٠٣

واذا طبقت القاعدة المذكورة في الخاصية الثالثة على هذا التناسيب الاخير

$$\text{تحصل } ١٨ + ١٢ + ٦ :: ٤ + ١٢ :: ٤ \text{ و } ١٨ + ١٢ + ٦ :: ٤ + ١٨ :: ٤$$

ويثبت المطلوب

السابعة نسبة باقى طرح المتقدمين الى باقى طرح التالين كنسبة كل مقدم

الى تاليه وهذه الخاصية يبرهن عليها كالسادسة بأن تغير أول موضع الوسطين

في التناسيب المفروضة ثم تطبق القاعدة المذكورة في الخاصية الرابعة على

التناسيب المتحصلة

$$\text{فتناسيب } ١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤ \text{ تفيد } ١٨ - ١٢ : ٦ - ٤ :: ١٢ : ٤$$

$$\text{و } ١٨ - ١٢ : ٦ - ٤ :: ٤ : ١٨$$

الثامنة * نسبة مجموع المتقدمين الى مجموع التالين كنسبة باقى طرح المتقدمين

الى باقى طرح التالين وهذه الخاصية ناتجة عن السادسة والسابعة ومن قاعدة

غرة ٢٠٥

فتناسيب $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$ مثلاً تفيد بموجب الخاصية السادسة

والسابعة $١٨ + ١٢ + ٦ :: ٤ + ١٢ :: ٤$ و $١٨ + ١٢ + ٦ :: ٤ + ١٨ :: ٤$ وينتج

عن هاتين التناسيبين بموجب قاعدة غرة ٢٠٥ أن $١٨ + ١٢ + ٦ :: ٤ + ١٨ :: ٤$

$$١٨ - ١٢ : ٦ - ٤ :: ٤ : ١٨ \text{ ويثبت المطلوب}$$

التاسعة * اذا كان هناك أربعة اعداد متناسبة فتحصل عن قواها المتشابهة

متناسبة جديدة * مثلاً حيث كانت متناسبة $١٨ : ٦ :: ١٢ : ٤$ تدل على أن

نسبة $\frac{١٨}{٦}$ تساوى نسبة $\frac{١٢}{٤}$ فبقوة كسر $\frac{١٨}{٦}$ الثالثة تساوى قوة كسر

$$\frac{١٢}{٤} \text{ الثالثة فاذن يكون } \left(\frac{١٨}{٦}\right)^3 = \left(\frac{١٢}{٤}\right)^3 \text{ اى } \frac{١٨^3}{٦^3} = \frac{١٢^3}{٤^3}$$

كافى غرة ١٧٨ ومن تساوى هاتين النسبتين الاخيرتين تتركب هذه التناسيب

$$\text{وهى } ١٨^3 : ٦^3 :: ١٢^3 : ٤^3$$

العاشره * اذا كان هناك أربع كميات متناسبة فتصل عن جذورها المتشابهة

متناسبة جديدة فتناسيب $٩ : ٤ :: ١٦ : ٣٦$ مثلاً تفيد $٣ : ٢ :: ٤ : ٦$

$٧ :: ١٦ : ٢٦$ اى $٢ : ٢ :: ٤ : ٦$ لانه حيث كانت نسبة $\frac{٤}{٩}$

مساوية بالفرض لنسبة $\frac{١٦}{٢٦}$ كان $\frac{١٦}{٢٦} = \frac{٤}{٩}$ اى $\frac{١٦}{٢٦} = \frac{٤}{٩}$

(٢٠٨) اذا ضربت حدود عدة متناسبات في بعضها على الترتيب تركب من

الحواصل الاربعة متناسبة جديدة لانه حيث كانت متناسبات $٨ : ٤ :: ٦ : ٢$

و $٧ : ٥ :: ٢٨ : ٢٠$ و $٢ : ١١ :: ٨ : ٤٤$ تدل على أن نسب $\frac{٢}{١١}$

و $\frac{٧}{١١}$ و $\frac{٢}{١١}$ مساوية بالتوزيع لنسب $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٢}{٢٨}$ و $\frac{٨}{٤٤}$ فاصل ضرب النسب

الثلاثة الاول وهو $\frac{٢ \times ٥ \times ٢}{١١ \times ٧ \times ١١}$ يساوى حاصل ضرب النسب الثلاثة الاخر

وهو $\frac{٨ \times ٢٠ \times ٤٤}{٤٤ \times ٢٨ \times ٨}$ ويتركب من المساواة الاخيرة هذه المتناسبة وهو

$٤٤ \times ٢٨ \times ٨ : ٨ \times ٢٠ \times ٤٤ :: ١١ \times ٧ \times ٦ : ٢ \times ٥ \times ٢$

ويثبت المطلوب

* تنبيه * هذه القاعدة وسيلة الى الخاصية التاسعة من غرة ٢٠٧ وذلك

بان تضرب عدة متناسبات متساوية الحدود المتقابلة في بعضها

(٢٠٩) كل جملة من النسب المتساوية تكون فيها نسبة مجموع المقدمات الى

مجموع التاليات كنسبة كل مقدم الى تاليه * ولنفرض نسب $\frac{٢}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$

المتساوية فموجب الخاصية السادسة من غرة ٢٠٧ ترى أن متناسبة

$٨ : ٤ :: ٦ : ٢$ تفيد هذه المتناسبة وهي $٨ : ٤ :: ٦ : ٢$

وحيث ان نسبة $\frac{٤}{٨}$ مساوية لنسبة $\frac{٧}{١٤}$ يحدث عن ذلك هذه المتناسبة وهي

$٨ : ٤ :: ٧ : ١٤$ فاذاً يكون $٨ : ٤ :: ٦ : ٢$ و $٨ : ٤ :: ٧ : ١٤$

كافى غرة ٢٠٥

وينظير ذلك يعلم أن المتناسبة الاخيرة تفيد متناسبة (١) وهو $٧ + ٤ + ٢$

$٦ : ٨ + ٤ + ١٤ :: ٧ : ١٤$ كافى الخاصية السادسة من غرة ٢٠٧

ويثبت المطلوب

تبيين * الاول لاجل الدلالة على ان نسب $\frac{٢}{٦}$ و $\frac{٤}{٨}$ و $\frac{٧}{١٤}$ متساوية بحوت العادة

بأن توضع هكذا ٣ : ٦ :: ٤ : ٨ :: ٧ : ١٤ وتقرأ هكذا

٣ الى ٦ كنسبة ٤ الى ٨ كنسبة ٧ الى ١٤

• التنبيه الثاني متناسبة (١) تدل على انه اذا كان هناك عدة كسور متساوية فالكسر الذى يحصل من قسمة مجموع بسوطها على مجموع مقاماتها يكون مساويا لكل من هذه الكسور

(٢١٠) الخواص التى جعلت قاعدة لمبحث التناسبات يمكن البرهنة عليها

باعتبارين عامتين يتنازان باسقاطهما من تعريف التناسبات

أحدهما كل متناسبة عددية مجموع الطرفين فيها يساوى مجموع الوسطين

وذلك لانه فى صورة ما اذا كانت المقدمات أكبر من التاليات يكون كل مقدم

مساويا للتالى زائد النسبة بحيث تقول هذه المتناسبة وهى أول مقدم • أول

نال : ثانى مقدم • ثانى نال الى متناسبة أخرى وهى أول نال + أول نسبة

• أول نال : ثانى نال + ثانى نسبة • ثانى نال فيكون مجموع الطرفين

مر بكامن تالين وأول نسبة ومجموع الوسطين مر بكامن تالين وثانى نسبة •

وحيث كان يفهم من تعريف التناسبة أن النسبة الاولى مساوية للنسبة الثانية

فمجموع الطرفين يساوى مجموع الوسطين

واما فى صورة ما اذا كانت المقدمات اصغر من التاليات فيعوض كل مقدم

بتاليه ناقصا النسبة فتجد حينئذ مجموع الطرفين مر بكامن الجزئين اللذين تركب

منهما مجموع الوسطين

ثانيمما كل متناسبة هندسية حاصل ضرب الطرفين فيها يساوى حاصل ضرب

الوسطين

وذلك لانه لما كان مجموع تعريف التناسب كل مقدم يساوى تاليه مضروبا

فى النسبة كانت هذه المتناسبة وهى أول مقدم : أول نال : ثانى مقدم : ثانى

نال قول الى متناسبة أخرى وهى أول نال × أول نسبة : أول نال : ثانى نال

× ثانى نسبة : ثانى نال ويفهم من ذلك أن العوامل التى تدخل فى حاصل

ضرب الطرفين هى التالين والنسبة الاولى والعوامل التى تدخل فى حاصل

شرب الوسطين هي التالين والنسبة الثانية * وحيث ان النسبة الاولى تساوى
بالقرض النسبة الثانية يثبت المطلوب
واما بقية الخواص فيسمل استقباطها بما ذكرناه

(الفصل الثالث)

(في تطبيق مجتئ التناسبات على حل مسائل علم الحساب)

(٢١١) مجتئ التناسبات هو وسيلة لحل معظم المسائل التي تقدم ذكرها
في الباب الخامس فاما اذا قلنا طريقة التحليل المذكورة هناك بطريقة
التناسب المذكورة هنا ولم نين الا مجرد العمليات رأينا انه لا اختلاف بين هاتين
الطريقتين الا في كيفية البرهنة فقط بحيث يتوصل بهما الى اجراء عمليات متحدة
على الاعداد المقروضة ليستخرج بواسطتها مقادير الكميات المجهولة
ولاجل اجتناب التكرار الذي لا طائل تحته لم نذكر هنا الامثلة واحدة
من كل جنس

(القاعدة الثلاثية البسيطة)

(٢١٢) المسئلة الاولى اذا كان أربعة من العملة اشغلوا ٢٠ مترا
من أى عمل كان فماعد الامتار التي يشغلها تسعة من العملة (راجع المسئلة
الرابعة من غمرة ١٣٠)

فنقول ان كمية العمل الواقع من هؤلاء العملة في وقت واحد هي بالضرورة
مناسبة لعدد العملة المتأجرين في هذا العمل معنى انه اذا زاد عددهم عدة
مرات زاد العمل الواقع منهم بقدر زيادة عددهم فاذا رمزنا الى عدد الامتار
المطلوب بصرف سـ توقف استخراج المقدار المجهول المرموز اليه بهذا الحرف
على هذه النسابة وهي ٤ : ٩ :: ٢٠ : سـ فينتج من ذلك أن
سـ = $\frac{9 \times 20}{4} = 45$ كما تقدم في غمرة ٢٠١

ونتيجة هذه العملية هي عين نتيجة العملية السابقة في المسئلة الرابعة
من غمرة ١٣٠

وحيث كانت كمية العمل الواقع من العملة المذكورة تزيد في هذه المسئلة بقدر

زيادة عددهم فنسبة العمل الصادر منهم مستقيمة بالنظر لعددهم
 * تنبيه * لا يمكن تركيب نسبة الايتين كيتين من جنس واحد وهذه النسبة
 عبارة عن عددهم يدل على خارج قسمة احدى هاتين الكيتين على الاخرى
 فاذا علم ان نسبة كيتين من جنس واحد مساوية لنسبة كيتين اخريين من جنس
 واحد وكانت هاتان الكيمتان من جنس آخر مغاير لجنس الكيمتين الاولين
 فالنسبة المركبة من تساوي هاتين النسبتين تستعمل في استخراج الحد الرابع
 المجهول اذا كانت الحدود الثلاثة معلومة كما في نمرة ٢٠١

فحيث كانت نسبة عددي ٤ و ٩ الدالين على العملة في هذه المسئلة
 تساوي نسبة عددي ٢٠ و ٣٠ الدالين على عدد اعمار العمل المقابل
 لكل من العددين فعدد الاعمار المطلوبة وهو ٣٠ يعرف من متناسبة ٤ : ٩
 :: ٢٠ : ٣٠ التي اعدادها مهمة

(٢١٣) المسئلة الثانية اذا كان ثلاثة من العملة قد عملوا على ظرف
 ١٥ ساعة فعدد الساعات التي يستغرقها خمسة من العملة في التوفية بالعمل
 المذكور (راجع المسئلة السادسة من نمرة ١٣٠)

فنقول ان المدة التي يستغرقها العمل تزيد بقدر نقصان عدد العملة بمعنى انه اذا
 نقص عددهم عدة مرات زادت المدة التي استغرقوها في العمل بقدر هذا
 النقصان فنسبة عدد ساعات العمل منعكسة بالنظر لعدد العملة

والبرهان الذي اوردناه في المسئلة السادسة من نمرة ١٣٠ يتوصل به هنا
 الى معرفة كيفية الانتقال من نسبة منعكسة الى نسبة مستقيمة توافقها لانه
 قد سبق في النمرة المذكورة ان العملة الخمسة يستغرقون في العمل $\frac{3 \times 10}{5}$

ساعات ويؤخذ من ذلك انه يمكن في استخراج عدد الساعات المطلوب وهو ٣٠
 بدون واسطة ان تستخرج الحد الرابع من متناسبة ٥ : ٣ :: ١٥ : ٣٠
 التي تتألف بتركيب نسبتي ٣ : ٥ و ١٥ : ٣٠ بين الكميات المتعددة
 الخمس كما في المسئلة المتقدمة ثم مساواة هاتين النسبتين بعد عكس الترتيب
 في احدى النسبة الاولى

(٢١٤) متى أريد تركيب متناسبة بين نسبة مستقيمة ونسبة منعكسة توافقها
يكفي قلب إحدى هاتين النسبتين ثم تسوية النسبة الجديدة بالنسبة
الأخرى

(٢١٥) المسئلة الثالثة إذا كان هناك عملان متفاوتان في الصعوبة
بان كانت فيهما كنسبة ٥ الى ٧ واشتغل العامل الواحد ٢١ مترا من
العمل الاول فماعدد الامتار التي يشتغلها العامل المذكور من العمل الثاني
فنقول حيث ان العمل ينقص بحد زيادة الصعوبة فعدد الامتار التي يشتغلها
العامل الواحد في العملين يكون في نسبة منعكسة بالنظر الى نسبة ٥ الى ٧
يعني أن عدد الامتار يكون في نسبة ٧ الى ٥ (انظر غمرة ٢١٤)
فاذن العدد المجهول المرموز اليه بحرف س هو عدد الامتار التي
يشتغلها في العمل الثاني العامل الذي اشتغل ٢١ مترا في العمل الاول
يعرف من هذه النسبة وهي ٧ : ٥ :: ٢١ : س وينتج من هذا أن
س = ١٥ وهو موافق للنتيجة المتحصلة في المسئلة السابعة من غمرة (١٣٠)
(٢١٦) المسئلة الرابعة ماعدد الامتار التي يلزم أخذها من قماش عرضه $\frac{9}{8}$
لاجل عمل بطانة لثلاثين مترا من جوخ عرضه $\frac{7}{8}$ (انظر المسئلة الثامنة

من غمرة ١٣١)

فنقول يلزم أن يؤخذ من أمتار القماش بقدر صغر العرض والنسبة هنا بين
عرض الجوخ والقماش كالنسبة بين $\frac{7}{8}$ و $\frac{9}{8}$ أو كالنسبة بين ٦ و ٥
كما تقدم في غمرة ١٨٩ وحيث ان عدداً أمتار الجوخ والقماش في نسبة
منعكسة بالنظر الى العرض أي في نسبة ٥ الى ٦ فعدد أمتار القماش المجهول
المرموز اليه بحرف س يعرف من هذه النسبة وهي ٥ : ٦ :: ٣ : س
(راجع غمرة ٢١٤) وينتج من هذا أن س = $\frac{18}{5}$ = ٣٦

ونتيجة هذه العملية هي نتيجة العملية السابعة في غمرة ١٣١

ثم ان طريقة العمل التي سلكتها في حل المسائل المتقدمة تسمى بالقاعدة
الثلاثية البسيطة لان الاعداد المذكورة في كل مسئلة منها ثلاثة وتسمى

أيضا القاعدة الثلاثية البسيطة المستقيمة والمنعكسة اذ الوحظ وصف القسيتين بالاستقامة والانعكاس

• (القاعدة الثلاثية المركبة) •

(٢١٧) المسئلة الخامسة اذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد مدة ثلاث ساعات واشتغلا في ظرف خمسة أيام ٩٠ مترافعا عدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة في يومين اذا كانوا لا يستغرقون في العمل الا ٧ ساعات من اليوم (راجع المسئلة التاسعة من نمرة ١٢٢)

الحل الاول ينبغي ان تلاحظ على التوالي عدد الـ عملة والساعات والايام فتوصل بذلك الى حل المسائل الاسمية وهي

اذا كان عاملان يشتغلان في اليوم الواحد ثلاث ساعات فاشتغلا في ظرف خمسة أيام ٩٠ مترافعا عدد الامتار التي يشتغلها في خمسة أيام ثلاثة عملة يشتغلون من كل يوم منها ثلاث ساعات

فنقول حيث ان عدد الساعات والايام لم يتغير يقال اذا كان العاملان يشتغلان ٩٠ مترافعا عدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة

فنقول عدد الامتار المطلوب هو الحد الرابع من هذه المناسبة وهي

$$٢ : ٣ :: ٩٠ : \text{سـ} \text{ وينتج من هذا أن سـ} = ١٣٥$$

وعليه فعدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة في ظرف خمسة أيام كل يوم منها ثلاث ساعات ١٣٥ مترا

واذا أجريت العملية بنص هذه الطريقة وجدت بواسطة قاعدتين كلاهما ثلاثية بسيطة مستقيمة أن عدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة عملة في ظرف خمسة أيام كل يوم منها سبع ساعات ٢١٥ مترا وأن عدد الامتار التي يشتغلونها في ظرف يومين كل يوم منها سبع ساعات ١٢٦ مترا

وتختصر هذه العمليات بجذف الأجزاء المتكررة والاقتصار على بيان الضروب والقسم كما هو الغالب في مثل تلك العمليات • والاختصار في ذلك على ثلاث

صور

احداها عاملان اشتغلا ٩٠ مترا فاعدد الامتار التي يشتغلها ثلاثة
عمله

فنقول ٢ : ٣ :: ٩٠ : سه وينتج من هذا أن سه = $\frac{٢ \times ٩٠}{٣}$
ثانيتها حصل في ظرف ٣ ساعات عمل $\frac{٢ \times ٩٠}{٣}$ مترا فاعدد الامتار التي
يحصل عملها في ٧ ساعات

فنقول ٣ : ٧ :: $\frac{٢ \times ٩٠}{٣}$: سه وينتج من هذا أن سه = $\frac{٧ \times ٢ \times ٩٠}{٣ \times ٣}$
ثالثتها حصل في ظرف ٥ أيام عمل $\frac{٧ \times ٢ \times ٩٠}{٣ \times ٣}$ مترا فاعدد الامتار التي
يحصل عملها في يومين

فنقول ٢ : ٥ :: $\frac{٧ \times ٢ \times ٩٠}{٣ \times ٣}$: سه وينتج من هذا أن سه = $\frac{٢ \times ٧ \times ٢ \times ٩٠}{٥ \times ٣ \times ٣}$
فاذا احذفنا عاملي ٢ و ٣ المشتركين بين حدى هذا الكسر الاخير وقسمنا
٩٠ × ٧ على ٥ كان الخارج ١٢٦ وهو عدد الامتار المطلوب
ونتيجة هذه العملية عين النتيجة السابقة في المرة ١٢٢

ولما كان هذا الحل متوقفا على ثلاث قواعد بسيطة مستقيمة سمى بالقاعدة
الثلاثية المركبة المستقيمة

الحل الثاني • يمكن تطبيق حل المسئلة المتقدمة على قاعدة ثلاثية بسيطة
واحدة وذلك أن العاملين الذين يشتغلان ٣ ساعات يعملان من الامتار

سح
بقدر ما يشتغل العامل الواحد في مدة ٢ × ٣ وإذا اشتغل العامل

سح
خمس أيام كل يوم منها ٢ × ٣ كانت مدة عمله ٢ × ٣ × ٥ أعني
٢ × ٣ × ٥ ساعات وعليه فالعاملان الاذان يشتغلان خمسة أيام كل يوم
منها ثلاث ساعات يكون عدداً متار عملهما بقدر ما يشتغل العامل الواحد
في ظرف ٢ × ٣ × ٥ اى ٣٠ ساعة

وكذلك اذا كان العمل ثلاثة واشتغلوا يومين كل يوم منهما ٧ ساعات
فعدد امتار عملهم يكون بقدر ما يشتغل العامل الواحد في ظرف ٢ × ٧ × ٢

اي ٤٢ ساعة

وتول المسئلة حينئذ الى مسئلة هي اذا اشتغل العمل الواحد
٩٠ مترا في ظرف ٣٠ ساعة فاعدد الامتار التي يشتغلها في ظرف
٤٢ ساعة

فتقول ان عدد الامتار المطلوب المرموز اليه بحرف α عبارة عن الحد
الرابع من هذه المتناسبة وهي ٣٠ : ٤٢ :: ٩٠ : α وينتج من هذا
أن $\alpha = ١٢٦$

المسئلة السادسة اذا اشتغل عاملان في اليوم الواحد ٣ ساعات واشتغلا
في ظرف ٥ أيام ٩٠ مترا فاعدد الايام التي يستغرقها شغل ثلاثة
عماله يشتغلون سبع ساعات في كل يوم حتى يكون مجموع عملهم من الشغل
المذكور ١٢٦ مترا (راجع المسئلة العاشرة من غرة ١٣٢)

فتقول انك اذا جربت في البرهنة هنا على ما تقدم في المسئلة الخامسة رأيت
بواسطة قاعدة تين ثلاثين بسيطين أن العمل الثلاثة اذا اشتغلوا خمسة أيام
كل يوم منها ٣ ساعات يكون عددا متساو عملهم ١٣٥ مترا وانهم اذا اشتغلوا
في كل يوم من خمسة ٧ ساعات يكون عددا الامتار ٢١٥ مترا
فاذا أردت أن تستخرج من ذلك عدد الايام التي تكفي لشغل ثلاثة عماله
يشتغلون في اليوم الواحد ٧ ساعات لاجل عمل ١٢٦ مترا فلاحظ
انه حيث كان عدد كل من العماله وساعات الشغل واحدا في المستطين يكنى
في ذلك حل مسئلة هي

اذا اشتغل العماله ٢١٥ مترا في ظرف ٥ أيام فاعدد الايام اللازمة لهم
في عمل ١٢٦ مترا

فتقول ان عدد الايام المطلوب هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهي
٢١٥ : ١٢٦ :: ٥ : α كما في غرة (٢١٢) وينتج من هذا أن $\alpha = ٢$
وعليه فالعمل الثلاثة اذا اشتغلوا ٧ ساعات في كل يوم يلزم لهم يومان
في عمل ١٢٦ مترا

واذا اقتصررت على تعيين الضروب والقسم وجدت عدد الايام المطلوب هو

$$\frac{126 \times 2 \times 5}{7 \times 9} \text{ أو } \frac{126 \times 2 \times 5}{7 \times 9} \text{ أي } 2$$

وتتبع هذه العملية عن النتيجة السابقة في غرة ١٢٢

(٢١٨) المسئلة السابعة إذا اشتغل عاملان ٨ امتار في جسر مثلاً فاعدد الامتار التي يشتغلها خمسة عملة في جسر آخر مع فرض أن نسبة صعوبة العمل الأول الى صعوبة الثاني كنسبة ٣ الى ٤

فقول ببحث أولاً عن عدد الامتار التي يشتغلها العملة الخمسة من الجسر الأول بأن تركيب هذه المتناسبة وهي ٢:٥:٨:٣ وينتج من هذا أن ٣٠ = ٢٠ وحيث أن الخمسة اشتغلوا ٢٠ متراً من الجسر الأول لم أن يستخرج من ذلك عدد الامتار التي يشتغلونها من الجسر الثاني

وحيث كانت النسبة بين صعوبة العملين كنسبة ٣ الى ٤ فنسبة عدد الامتار التي يشتغلها الخمسة منعكسة بالنظر الى نسبة ٣ الى ٤ أعني أنها تكون كنسبة ٤ الى ٣ فإذا كان يكون عدد الامتار في العمل الثاني الواقع من الخمسة هو الحد الرابع من هذه المتناسبة وهي

$$٤:٣:٢٠:٣٠ \text{ كما في غرة (٢١٤) وينتج من هذا أن } ١٥ = ١٥$$

وانما سميت القاعدة المتقدمة بالثلاثية المركبة المستقيمة أو المنعكسة لانه توصل فيها الى النتيجة بواسطة قواعد بسيطة مستقيمة ومنعكسة

• (قاعدة الشركة) •

فرنك

(٢١٩) المسئلة الثامنة إذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هي ٢٠٠

فرنك

فرنك

فرنك

و ٥٠٠ و ٧٠٠ وكان الربح الكلي ٤٥٠٠ فما يخص كل شريك من ذلك الربح (راجع المسئلة الرابعة عشر من غرة ١٢٤)

فرنك

فرنك

فقول ان مجموع رؤوس الاموال الثلاثة ١٥٠٠ ومجموع الربح ٤٥٠٠ وحيث كان يلزم أن يكون بين الارباح ورؤوس الاموال تناسب فاستخرج تلك

الأرباح يتوقف على هذه النسب

١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٣٠٠ : ٩٠٠ و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ١٠٠ : ٣٠٠

و ١٥٠٠ : ٤٥٠٠ :: ٧٠٠ : ٢١٠٠

فإذا قسمت حتى القسمة الأولى من كل متناسبة على ١٥٠٠ كان الخارج

هذه المتناسبات المتكافئة وهي ٣ : ٩ : ٣٠٠ : ٩٠٠ و ٣ : ٩ : ٣٠٠ : ٩٠٠

و ٣ : ٩ : ٧ : ٢١٠٠ و ٣ : ٩ : ٧ : ٢١٠٠

من تلك المتناسبات هي الأرباح المطلوبة فيكون لأحد الشركاء

فرنك فرنك فرنك

٩٠٠ وللثاني ١٥٠٠ ولالثالث ٢١٠٠

فرنك فرنك

المسألة التاسعة إذا كانت رؤوس أموال ثلاثة شركاء هي ١٠٠ و ٢٥٠

فرنك

و ٥٠ ومكت رأس المال الأول في الشركة ثلاثة أشهر والثاني شهرين

فرنك

والثالث أربعة عشر شهرا وكان مجموع الربح ٤٥٠٠ فما يكون ربح كل شريك

بالنسبة لرأس ماله (راجع المسألة السادسة عشر من غرة ١٣٤)

فنقول ان ربح كل شريك يتعلق برأس ماله وبالمدة التي مكنتها في الشركة بمعنى

أن قياسه يتركب من ماله وما ذكرناه من البراهين في المسألة السادسة عشر

من الغرة المذكورة يدل على أن الأرباح في هذه المسألة هي عين الأرباح

في التي قبلها

• (مسائل تتعلق بالفوائد البسيطة والمركبة) •

(٢٢٠) يفرض أن سعر المال خمسة على المائة في السنة الواحدة • وقد تقدم

في غرة ١٤٠ أنه في المسائل المتعلقة بالفوائد المركبة تحسب أرباح الأرباح

سنة فمرة

ثم ان حل المسائل المتعلقة بالفوائد يمكن أن يستخرج من قاعدةين •

الاولى اذا تساوت المدد كان بين الربح البسيط ورأس المال تناسب •
 الثانية كل ربح بسيط من أى رأس مال يكون بينه وبين المدة التى مكثها
 للاسترباح تناسب

• (مسائل تتعلق بالارباح البسيطة) •

(٢٢١) المسئلة العاشرة ما الذى يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقداً في مدة
 ثلاث سنوات (راجع المسئلة السابعة عشر من غرة ١٣٦)

فنقول حيث ان ربح المائة السنوى ٥ فرنكات فربح مائة فرنك في مدة
 فرنك فرنك

ثلاث سنوات هو ٥×٣ اى ١٥ وعليه فمائة فرنك نقداً تعادل
 فرنك فرنك فرنك

في ثلاث سنوات ١٠٠ + ١٥ اى ١١٥ فاذن يتحصل مقدار
 ٤٨٠٠٠٠ بعد ثلاث سنوات بتركيب هذه المتناسبة وهى ١٠٠

: ٤٨٠٠٠٠ :: ١١٥ : سـ وينتج من هذا أن سـ = ٥٥٢٠٠٠
 فرنك فرنك

فاذن يعادل ٤٨٠٠٠٠ نقداً في ثلاث سنوات ٥٥٢٠٠٠

وعليه فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك في مدة ثلاث سنوات هو ٥٥٢٠٠٠ - ٤٨٠٠٠٠
 اى ٧٢٠٠٠ فرنك

واذا أردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلاحظ انه حيث كان ربح
 فرنك

١٠٠ فرنك في ثلاث سنوات هو ١٥ يتحصل الربح المطلوب بواسطة
 هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: ١٥ : سـ وينتج من هذا أن سـ

= ٧٢٠٠٠ فرنك

المسئلة الحادية عشر ما يعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك في مدة ثلاث سنوات
 واربعة أشهر أو في مدة أربعين شهراً (راجع المسئلة الثامنة عشر من غرة

فرنك

فرنك

فنقول جب كان ربح ١٠٠ في اثني عشر شهرا هو ٥ فرنكات فربح ١٠٠ في أربعين شهرا يستخرج بتركيب هذه التناسبة وهي

$$١٢ : ٤٠ :: ٥ : \text{سـ} \text{ وينتج من هذا أن سـ} = \frac{٥ \times ٤٠}{١٢} = \frac{٥}{٣} \text{ فاذن}$$

فرنك فرنك فرنك فرنك

$$١٠٠ \text{ نقدا تعادل في مدة أربعين شهرا } ١٠٠ + \frac{٥}{٣} = \frac{٣٥٠}{٣}$$

وحيث أن يستخرج العدد المطلوب بواسطة هذه التناسبة وهي ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠

$$٣٥٠ : \text{سـ} \text{ وينتج من هذا أن سـ} = ٥٦٠٠٠٠ \text{ وعليه فعدد } ٤٨٠٠٠٠٠$$

فرنكا نقدا في أربعين شهرا يعادل ٥٦٠٠٠٠ فرنك فاذن يكون ربح ٤٨٠٠٠٠

فرنك فرنك

في أربعين شهرا هو ٥٦٠٠٠٠ - ٤٨٠٠٠٠ أي ٨٠٠٠٠ فرنك وإذا اردت أن تستخرج هذا الربح بدون واسطة فلا حظ انه حيث كان ربح

فرنك

١٠٠ فرنك في مدة أربعين شهرا هو $\frac{٥}{٣}$ فربح ٤٨٠٠٠٠ فرنك في هذه

المدة يستخرج بواسطة هذه التناسبة وهي ١٠٠ : ٤٨٠٠٠٠ :: $\frac{٥}{٣}$: سـ

وينتج من هذا أن سـ = ٨٠٠٠٠

المسئلة الثانية عشر مبلغ مجهول مؤجل بأربعين شهرا حل أجله وصار

٥٦٠٠٠٠ فرنك فما أصله (راجع غرة ١٣٧)

فرنك

فرنك

فنقول قدس بق أن $\frac{٣٥٠}{٣}$ مؤجل بأربعين شهرا تعادل ١٠٠ نقدا فيستخرج

حيث أن المبلغ المطلوب من هذه التناسبة وهي

$$\frac{٣٥٠}{٣} : ٥٦٠٠٠٠ :: ١٠٠ : \text{سـ} \text{ وينتج من هذا أن سـ} = ٤٨٠٠٠٠$$

فاذن ٥٦٠٠٠٠ فرنك المؤجل بأربعين شهرا تعادل ٤٨٠٠٠٠ فرنك

نقدا

المسئلة الثالثة عشر ما عدد السنين التي يعادل فيها رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك

٥٦٠٠٠٠ فرنك (راجع المسئلة العشرين من غمرة ١٣٨)

فنقول حيث ان الفرق بين هذين العددين اعنى ٤٨٠٠٠٠ و ٥٦٠٠٠٠

فرنك

هو ٨٠٠٠٠ فالواجب البحث عن مقدار الزمن الذى يربح فيه مبلغ ٨٠٠٠٠

فرنك

فرنك

مبلغ ٨٠٠٠٠ وربها بسيطاً وحيث ان ربح ٤٨٠٠٠٠ فى السنة الواحدة

فرنك

فرنك

جزء من عشرين من ٤٨٠٠٠٠ اى ٢٤٠٠٠ فعدد السنين المطلوب يستخرج

حينئذ من هذه المتناسبة وهى ٦٤٠٠٠ : ٨٠٠٠٠ :: ١ : سه

وينتج من هذا أن سه = $\frac{٨٠٠٠٠}{٦٤٠٠٠} = \frac{١}{٠.٨}$ فاذن يكون عدد السنين

المطلوب ثلث عشر سنوات اى ٣ سنين و ٤ اشهر

• (قاعدة الخطيطة) •

(٢٢٢) المسئلة الرابعة عشر مقدار الخطيطة الخارجية التى يلزم جعلها على

حساب ستة فى المائة فى السنة الواحدة اذا أريد أن يقبض قبل حلول الاجل

فرنك

مبلغ فى الوثيقة قدره ٢٨٥٠ ر ٤٥ مؤجل بثلاث سنوات وأربعة أشهر

أو بأربعين شهراً (راجع المسئلة الثانية والعشرين من غمرة ١٣٩)

فنقول حيث ان خطيطة أى مبلغ فى أى زمن بينها وبين مقدار هذا المبلغ

فرنك

وزمن الخط منه تناسب فلا مانع أن يقال حيث كانت خطيطة ١٠٠

فرنك

فرنك

فى السنة الواحدة وهى ٦ خطيطة ٢٨٥٠ ر ٤٥ فى السنة الواحدة

تعرف من هذه المتناسبة وهى ١٠٠ : ٢٨٥٠ ر ٤٥ :: ٦ : سه

وينتج من هذا أن سه = $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ ر ٤٥}{١٠٠}$

فرنك

ومضى معرفت خطيطة ٢٨٥٠ ر ٤٥ فى سنة واحدة أى فى اثنى عشر شهراً

فاستخرج من ذلك حطية هذا المبلغ في أربعين شهرا بتركيب هذه المتناسبة وهي ١٢ : ٤٠ :: $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ \times ٤٥}{٣٠٠}$: $\frac{٦ \times ٢٨٥٠ \times ٤٥}{٣٠٠}$: $\frac{٤٠ \times ٦ \times ٢٨٥٠ \times ٤٥}{١٢ \times ١٠٠} = ٥٧٠٠٩$ فتجد مقدار الحطية المطلوب فرنك

٥٧٠٠٩ ويختصر العمل بحذف ما يوجد في البسط والمقام من العوامل المشتركة فيقول ذلك الى $\frac{٦ \times ٢ \times ٢ \times ١٠ \times ٢٨٥٠ \times ٤٥}{٥ \times ٢ \times ١٠ \times ٦ \times ٢} = ٥٧٠٠٩ = \frac{٢٨٥٠ \times ٤٥}{٥}$

• مسائل تتعلق بالارباح المركبة •

(٢٢٣) المسئلة الخامسة عشر ما مقدار ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك في ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين في غرة ١٤٠) فنقول حيث ان ربح المائة فرنك في كل سنة ٥ فرنكات فالمائة فرنك فرنك

المدفوعة في غرة سنة تعادل في آخر تلك السنة ١٠٥ وحيث يوصل ما تعادله كمية ٤٨٠٠٠٠ في آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهي ١٠٠ : ١٠٥ :: ٤٨٠٠٠٠ : $\frac{٤٨٠٠٠٠ \times ١٠٥}{١٠٠} = ٥٠٤٠٠٠$ فرنك

فاذا وضع هذا المبلغ اعني ٥٠٤٠٠٠ للاسترباح في غرة السنة الثانية وأردت أن تعرف ما يعادله في آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهي ١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٠٤٠٠٠ : $\frac{٥٠٤٠٠٠ \times ١٠٥}{١٠٠} = ٥٢٩٢٠٠$ فاذا وضع أيضا هذا المبلغ اعني ٥٢٩٢٠٠ للاسترباح في غرة السنة الثالثة وأردت أن تعرف ما يعادله في آخر هذه السنة فركب هذه المتناسبة وهي ١٠٠ : ١٠٥ :: ٥٢٩٢٠٠ : $\frac{٥٢٩٢٠٠ \times ١٠٥}{١٠٠} = ٥٥٥٦٦٠$ فرنك

فعلى هذا نجد أن ٤٨٠٠٠٠ تقدر تعادل في ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنك

فان يكون ربح ٤٨٠٠٠٠ المركب في ثلاث سنوات مبلغ ٥٥٥٦٦٠ فرنك

— ٤٨٠٠٠٠ اى ٧٥٦٦٠ فرنكا

(قبيبه) اذا اقتصر على بيان العمليات وحذفت من كل متناسبة عامل

٥ المشترك بين حدى النسبة الاولى وهما ١٠٠ و ١٠٥ وجدت

فرنك

فرنك

أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل في آخر السنة الاولى

$\frac{٢١}{٢٠} \times ٤٨٠٠٠٠$

فرنك

فرنك

وفي آخر الثانية ٤٨٠٠٠٠ $\times \frac{٢١}{٢٠} \times \frac{٢١}{٢٠}$ اى $\frac{٢١}{٢٠} \times ٤٨٠٠٠٠$

$(\frac{٢١}{٢٠})^2$

فرنك

فرنك

وفي آخر الثالثة ٤٨٠٠٠٠ $\times \frac{٢١}{٢٠} \times \frac{٢١}{٢٠} \times \frac{٢١}{٢٠}$ اى $(\frac{٢١}{٢٠})^3 \times ٤٨٠٠٠٠$

وهذه النتائج مطابقة للنتائج السابقة في الحل الثانى من غمرة ١٤٠

فرنك

المسئلة السادسة عشر مائة دارماتعاده ٤٨٠٠٠٠ في ثلاث سنوات

وأربعة أشهر مع مراعاة أن الارباح المركبة تكون سنة فسنة (راجع المسئلة

السادسة والعشرين من غمرة ١٤٢)

فرنك

فنعول قد تقدم في المسئلة السابقة أن ٤٨٠٠٠٠ نقدا تعادل في آخر

فرنك

فرنك

السنة الثالثة ٥٥٥٦٦٠ فاذن يكفى أن يضم الى هذا المبلغ أعنى ٥٥٥٦٦٠

فرنك

رجحه البسيط مدة أربعة أشهر فيؤل الامر الى البعت عما تعاده ٥٥٥٦٦٠

مؤجلة بعد مضى أربعة أشهر

فرنك

فيقال حيث ان ربح ١٠٠ في ١٢ شهرا ٥ فرنكات فربحها البسيط في

أربعة أشهر يتصل به ربح هذه المتناسبة وهى ١٢ : ٤ :: ٥ : مـ

وننتج من هذا أن مـ = $\frac{٢٠}{١٢} = \frac{٥}{٣}$

فرنك فرنك فرنك
وحيث ان ربح ١٠٠ البسيط في ٤ أشهر يعادل $\frac{٥}{٣}$ يعلم ان ١٠٠

فرنك فرنك

نقدان يعادل في ٤ أشهر ١٠٠ + $\frac{٥}{٣}$ اي $\frac{٣٠٥}{٣}$

فرنك

وينحصل حينئذ ربح ٥٥٥٦٦٠ بعد مضي أربعة أشهر بواسطة هذه المتناسبة وهي ١٠٠ : ٥٥٥٦٦٠ :: $\frac{٣٠٥}{٣}$: سه وينتج من هذا أن سه = ٥٦٤٩٦١

فرنك

فان يكون ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ نقدان في ثلاث سنوات وأربعة أشهر هو ٥٦٤٩٦١ فرنكا

فرنك

المسئلة السابعة عشر ما مقدار ما يعادله مبلغ ٥٦٤٩٦١ مؤجلا بثلاث سنوات وأربعة أشهر من الفرنكات الحالية (فالطالب معرفته رأس مال هذا المبلغ) (راجع المسئلة السابعة والعشرين من عمدة ١٤٢)

فرنك

فرنك

فنقول قد سبق أن ١٠٠ نقدان يعادل بعد مضي أربعة أشهر $\frac{٣٠٥}{٣}$ فاذن

فرنك

يتحصل ما يعادله مبلغ ٥٦٤٩٦١ مؤجلا بثلاث سنوات وأربعة أشهر في ثلاث سنين قبل حلول أربعة أشهر بتركيب هذه المتناسبة وهي $\frac{٣٠٥}{٣}$: ١٠٠ :: ٥٦٤٩٦١ : سه وينتج من هذا أن سه = ٥٥٥٦٦٠

فرنك

وبهذه الكيفية يؤل الامر الى البحث عما يعادله مبلغ ٥٥٥٦٦٠ مؤجلا بثلاث سنوات من الفرنكات الحالية وحيث ان ١٠٥ فرنكات مؤجلة

فرنك

فرنك

بسنة واحدة تعادل ١٠٠ نقدا بمبلغ ٥٥٥٦٦٠ مقبوضا في آخر

السنة الثالثة يعرف ما يعادله في آخر السنة الثانية أى قبل ذلك بستة بتركيب
هذه المتناسبة وهي

$$١٠٠ : ١٠٠ :: ٥٥٥٦٦٠ : سمه \text{ وينتج من هذا أن } سمه = ٥٢٩٢٠٠$$

فرنك

وبتقدير ذلك يحصل ما يعادله في آخر السنة الاولى مبلغ ٥٢٩٢٠٠
مقبوضا في آخر السنة الثانية ويستخرج بواسطة هذه المتناسبة وهي

$$١٠٠ : ١٠٠ :: ٥٢٩٢٠٠ : سمه \text{ وينتج من هذا أن } سمه = ٥٠٤٠٠٠$$

فرنك

ويحصل أيضا ما يعادله من الفرنكات الحالية مبلغ ٥٠٤٠٠٠ مقبوضا
في آخر السنة الاولى بتركيب هذه المتناسبة وهي

$$١٠٠ : ١٠٠ :: ٥٠٤٠٠٠ : سمه \text{ وينتج من هذا أن } سمه = ٤٨٠٠٠٠$$

فرنك

فاذن يكون ٤٨٠٠٠٠ رأس المال المطلوب
فاذا حذفنا من التناسبات الثلاث الاخيرة عامل ٥ المشترك بين حدى
النسبة الاولى وهما ١٠٥ و ١٠٠ واقتصرت على بيان العمليات
فرنك

وجدت انه يكفي في ايجاد ما يعادل من الفرنكات الحالية مبلغ ٥٥٥٦٦٠
فرنك

مقبوضا في ثلاث سنوات ان تضرب ٥٥٥٦٦٠ في $\left(\frac{٢١}{١٠}\right)^٢$ فيقول
فرنك

ذلك الى قسمة رأس المال وهو ٥٥٥٦٦٠ على $\left(\frac{٢١}{١٠}\right)^٢$ وهذه النتيجة يمكن
استخراجها أيضا من بقيه غرة ٢٢٢

(بقية) ما ذكرناه من البراهين في الحل الثاني من غرة ١٤٢ وصلنا به مع
الاختصار الى هذه النتيجة بعينها

• (الفصل الرابع) •
(في الكلام على المتواليات)

• (بيان المتواليات العددية التفاضلية) •

(٢٢٤) المتوالية العددية أو التفاضلية هي ما تركيب من عدة حدود تصاعدية أو تنازلية أى - تزايدة أو متناقصة بحيث يكون الفرق بين كل حدين متوالين من تلك الحدود واحدا وهذا الفرق يسمى أساس المتوالية
مثلا • اعداد ٤ و ٧ و ١٠ و ١٣ و ١٦ يتركب منها متوالية
عددية تصاعدية أساسها ٣ وتوضع هكذا : ٤ • ٧ • ١٠ • ١٣ • ١٦
وينطق بهم هكذا ٤ الى سبعة كنسبة ٧ الى ١٠ كنسبة ١٠ الى ١٣
كنسبة ١٣ الى ١٦
واذا عكست هذا الوضع فحصل من ذلك متوالية عددية تنازلية صورتها
هكذا : ١٦ • ١٣ • ١٠ • ٧ • ٤

(٢٢٥) يؤخذ من تعريف المتوالية العددية التصاعدية أن الحد الثاني فيها يساوى الحد الأول بزيادة الأساس وأن الحد الثالث يساوى الثاني بزيادة الأساس أيضا بمعنى أنه يساوى الحد الأول مضافا اليه ضعف الأساس وبالمجمله فكل حد من أى منزلة كان يساوى الحد الأول مضافا اليه الأساس عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد
واذا كانت المتوالية تنازلية فحد أى منزلة كانت يحصل بطرح الأساس من الحد الأول عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد

(٢٢٦) مسألة • المطلوب ادخال عدة أواسط عددية بين عددين معلومين بمعنى أنك تضع عدة حدود بين عددين معلومين بحيث يتركب من الجميع متوالية عددية

فيكفي في إيجاد هذه الاواسط العددية أن تعين أساس المتوالية المطلوبة فإذا جعلت أصغر العددين الحد الأول من المتوالية ولاحظت أن عدد مجموع الحدود يلزم أن يكون مساويا لعدد مجموع الاواسط العددية مضافا اليه ٢ وجدت الحد الأخير أعني أكبر العددين المعلومين مساويا لأصغرها
فإنما الأساس مضروباً في عدد الاواسط المطلوب ادخالها مضافا اليه ١

كافي غرة ٢٢٥

فيكون حينئذ كبر العددين المقروطين ناقصا أصغرهما ما أيا الحاصل ضرب
الاساس في عدد الاواسط المناسبة مضافا اليه ١

وعليه فيمكن في تحصيل اساس المتواليات المطلوبة أن تأخذ الفرق بين العددين
المقروطين وتقسعه على عدد الاواسط العددية مضافا اليه ١

مثلا إذا أردت ادخل ٦ أواسط عددية بين ٢ و ٢٣ فاقسم
٢٣ - ٢ على ٦ + ١ اي ٢١ على ٧ فخرج القسمة وهو ٣

هو أساس المتواليات المطلوبة وتكون المتواليات هكذا : ١١٠٨٠٥٠٢ : ١٤٠
١٧٠ ٢٠٠ ٢٣٠ وعليه فتكون الاواسط المطلوبة هي ٥ و ٨ و

١١ و ١٤ و ١٧ و ٢٠

(٢٢٧) يؤخذ من قاعدة غرة ٢٢٦ انه إذا أدخل بالنعاقب عدد واحد من

الواسط العددية بين الحد الاول والثاني من متوالية عددية وكذلك بين الثاني
والثالث وهكذا تر ك ب من الجميع متوالية عددية جديدة

مثلا لنفرض متوالية : ٢ : ١٤ : ٢٦ فإذا أدخلت ثلاثة أواسط
عددية بين ٢ و ١٤ وثلاثة أخرى بين ١٤ و ٢٦ حدثت متوالية جديدة

وهي : ٢ : ٨ : ١١ : ١٤ : ١٧ : ٢٠ : ٢٣ : ٢٦ (٢٢٨)

إذا كان المطلوب تحصيل مجموع حدود أي متوالية عددية مع
فرض أن المعلوم فيه الحد الاول والحد الاخير وعدد الحدود فيمكن أن تضم الحد

الاول الى الاخير وتضرب النتيجة في نصف عدد الحدود
ولنفرض متوالية : ٢ : ٥ : ٧ : ٩ : ١١ : ١٣ : ١٥ العددية

فإذا عكسنا وضعها صارت : ١٥ : ١٣ : ١١ : ٩ : ٧ : ٥ : ٢
فإذا جمعنا الحدود المتقابلة من كلاهما تبين المتوالتين قصصت هذه المجموعات

الجزئية وهي : ٣ + ١٥ و ٥ + ١٣ و ٧ + ١١ و ٩ + ٩ و ١١ + ٧ و ١٣ + ٥ و ١٥ + ٣
ثم نقول ان هذه المجموعات الجزئية كلها مساوية للمجموع الاول أي للحد

الاول زائدا الحد الاخير حيث يرى في المجموع الجزئى الثانى أن ٥ تساوى الحد الاول زائدا الاساس وأن ١٣ تساوى الحد الاخير ناقصا الاساس فيقول حينئذ مجموع هذين العددين الى الحد الاول زائدا الاخير • وتقدر ذلك يرى في المجموع الجزئى الثالث حيث ان ٧ فيه تتركب من الحد الاول زائدا ضعف الاساس و ١١ تتركب من الحد الاخير ناقصا ضعف الاساس فيقول أيضا مجموع العددين الى الحد الاول زائدا الاخير وهكذا وحينئذ فالمجموع الكلى لحدود هاتين المتواليتين أعنى ضعف مجموع حدود احدهما يساوى مجموع الحد الاول والاخير بمكررا عدت مرات بقدر ما فى المتوالية من الحدود وينتج من ذلك القاعدة السابقة

مثلا • المطلوب استخراج مجموع حدود متوالية عديدة حدها الاول ١ والاخير ٢٧ وعدد حدودها ١٤

فالمجموع المطلوب يتصل بضرب ٢٧ + ١ اى ٢٨ فى ٧ فيكون الحاصل ١٩٦ وذلك أن حدود المتوالية هى الاعداد الفردية وهى

١ و ٣ و ٥ و ٧ و ٩ و ١١ و ١٣ و ١٥ و ١٧ و ١٩ و ٢١ و ٢٣ و ٢٥ و ٢٧
التي مجموعها يساوى ١٩٦

تنبيه • اذا علم الحد الاول والاساس وعدد الحدود أمكن ترجيع هذه الصورة الى السابقة لانها كل الحد الاخير مساويا للحد الاول زائدا عليه أو ناقصا منه حاصل ضرب الاساس فى عدد الحدود ناقصا ١ كما تقدم فى قاعدة غرة ٢٢٥ سهل استخراج الحد الاخير

مثلا • اذا أريد ايجاد مجموع حدود متوالية عديدة تصاعدية حدها الاول ١ واساسها ٢ وعدد حدودها ١٤ فلاحظ انه حيث كل الحد الرابع عشر يساوى ١ + ٢ × ١٣ (كافى غرة ٢٢٥) اى يساوى ٢٧ فالمجموع المطلوب هو (٢٧ + ١) × $\frac{14}{2}$ او ٢٨ × ٧ اى ١٩٦

• (بيان المتواليات الهندسية أى القسمية) •

(٢٢٩) المتوالية الهندسية أو القسمية هى ما تتركب من عدة حدود

اذا قسم كل منها على الحد الذي قبله لا يتغير خارج القسمة بل يكون واحدا
في الجبر وهذا الخارج يسمى أساس المتوالية
مثلا • يتركب من اعداد ١ و ٣ و ٩ و ٢٧ و ٨١ متوالية
هندسية أساسها ٣ وتوضع هكذا
١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ وينطق بهم هكذا

١ الى ٣ كنسبة ٣ الى ٩ كنسبة ٩ الى ٢٧ كنسبة ٢٧ الى ٨١
(٢٣٠) يؤخذ من تعريف المتوالية الهندسية أن الحد الثاني فيها
يساوى الحد الاول مضروبا في الاساس وأن الحد الثالث يساوى الحد الثاني
مضروبا في الاساس وهذا يؤزل الى حاصل ضرب الحد الاول في الاساس
مأخوذا عاملا أعني يؤزل الى حاصل ضرب الحد الاول في قوة الاساس
الثانية وبالجمله فكل حد من اى منزلة كانت يساوى حاصل ضرب الحد الاول
في الاساس مرفوعا الى قوة يرعرع اليها بعدد الحدود المقدمة على ذلك الحد

(٢٣١) مسئله المطلوب ادخال عدة اواسط هندسية بين عددين مقروضين
وذلك عبارة عن تعيين اساس المتوالية المطلوبة فيلاحظ لاجل ذلك أنه حيث
كان عدد جميع حدود المتوالية مساويا لعدد الاواسط الهندسية زائدا ٢
فأكبر العددين المقروضين المأخوذ حد الأخير للمتوالية هو حاصل ضرب
اصغرهما في الاساس مرفوعا الى قوة يرعرع اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا
١ (كافي غرة ٢٣٠) فاذا قسم أكبر العددين المقروضين على
اصغرهما كان خارج القسمة مساويا للاساس مرفوعا الى قوة يرعرع اليها بعدد
الواسط الهندسية زائدا ١

وعليه فيمكن في تحصيل اساس المتوالية المطلوبة أن نحصي خارج قسمة أكبر
العددين المقروضين على العدد الأصغر ونسفر من هذا الخارج جذور
الدرجة المرموز اليها بعدد الاواسط الهندسية زائدا ١

مثلا • المطلوب ادخال وسطين هندسيين بين ٢ و ٥٤ فنقسم ٥٤
على ٢ ثم نسفر جذر مكعب الخارج وحيث ان النتيجة وهي ٣

تدل على أساس المتوالية فالمتوالية المذكورة هي $٢ : ٦ : ١٨ : ٥٤$
فعلى ذلك يكون الوسطان الهندسيان المطلوبان هما ٦ و ١٨

(٢٣٢) ينتج من قاعدة فترة ٢٣١ انه اذا أدخلنا بالتوالي عددا واحدا من
الواسط الهندسية بين الحد الاول والثاني وبين الثاني والثالث من المتوالية
الهندسية وهكذا تركب من مجموع هذه الحدود متوالية هندسية أخرى
مثلا * لنفرض متوالية $١ : ٨١ : ٦٥٦١$

فاذا أدخلنا بالتوالي ثلاثة واسط هندسية بين ١ و ٨١ وبين ٨١
و ٦٥٦١ كانت المتوالية الجديدة هكذا

$$١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ : ٢٤٣ : ٧٢٩ : ٢١٨٧ : ٦٥٦١$$

(٢٣٣) مسألة * المطلوب ادخال واسط هندسية بين عددين بشرط
أن لا يستخرج الا جذرا مربعا فقط

ولنفرض عددي ٢ و ٣٢ فنبحث أولا عن وسط متناسب هندسي
بين هذين العددين فنجد الوسط المطلوب هو $٢ \times ٣٢ = ٦٤$ او $\sqrt{٦٤}$
اي ٨ ويتركب من ذلك المتوالية الاولى وهي
 $٢ : ٨ : ٣٢$

ثم ندخل وسطا هندسيا بين ٢ و ٨ ووسطا آخر بين ٨ و ٣٢
فيتركب من ذلك المتوالية الثانية وهي

$$٢ : ٤ : ٨ : ١٦ : ٣٢$$

فاذا أدخلنا ايضا وسطا هندسيا بين عددين متواليين من هذه المتوالية الاخيرة
فحصلت المتوالية الثالثة وهي

$$٢ : ٨ : ٣٢ : ١٢٨ : ٥١٢ : ٢٠٤٨ : ٨١٩٢ : ٣٢٧٦٨$$

تنبيه * حيث ان اعداد حدود تلك المتواليات المتتابعة هي ٢ و ٥ و ٩
أعني ٢ + ١ و ١ + ٢ و ٢ + ١ فاعداد هذه الحدود
هي القوى المتتابعة لعدد ٢ زائدا ١

وبالمجمل فيكن في البرهنة على هذه الخاصية أن تلاحظ أنه إذا كان عدد

حدود المتوالية $1 + 2 + \dots + n$ وأدخلنا بالتوالي وسطا بين الحد الأول والثاني وبين الثاني والثالث وبين الحدين الآخرين كان عدد جميع الاواسط

الداخلية مساويا لعدد $1 + 2 + \dots + n$ الذي هو عدد حدود المتوالية المطلوبة ناقصا 1 بمعنى أنه يرمز إليها بعدد n فاذن المتوالية الجديدة

المركبة بهذه الطريقة تكون مركبة من $1 + 2 + \dots + n$ زائدا 1 وهو

عدد الحدود وهذا يؤيد الى $1 + 2 + \dots + n$ أو الى $1 + 2 + \dots + n$ فالقاعدة حينئذ مطردة

والما كانت المتوالية المرموز فيها بحرف m الى قوة من القوى مركبة

من $1 + 2 + \dots + n$ وهو عدد الحدود وكان عدد جميع الاواسط الداخلية بين

الحددين المقروطين هو $1 + 2 + \dots + n$ أو $1 - 2 - \dots - n$

فحينئذ اذا كان عدد الاواسط الهندسية المطلوب ادخالها بين عددين هو قوة 2 ناقصة 1 فإيجاد هذه الاواسط يكون باستخراج الوسط الهندسي بين كل عددين على التوالي

مثلا اذا كان المطلوب ادخال عدة واسط هندسية مرموزا إليها بعدد n - 1 اي 2 بين عددي 1 و 10 فاستخرج أولا الوسط الهندسي

الموجود بين 1 و 10 وهذا الوسط هو $10^{1/2}$ اي $10^{1/2}$ او $10^{1/2}$ وهكذا من الاعداد الاعشارية فتتبع بذلك هذه المتوالية وهي

بين 1 : $10^{1/2}$: 10 : $10^{3/2}$: 10^2 : $10^{5/2}$: 10^3 : $10^{7/2}$: 10^4 : $10^{9/2}$: 10^5 : $10^{11/2}$: 10^6 : $10^{13/2}$: 10^7 : $10^{15/2}$: 10^8 : $10^{17/2}$: 10^9 : $10^{19/2}$: 10^{10} : $10^{21/2}$: 10^{11} : $10^{23/2}$: 10^{12} : $10^{25/2}$: 10^{13} : $10^{27/2}$: 10^{14} : $10^{29/2}$: 10^{15} : $10^{31/2}$: 10^{16} : $10^{33/2}$: 10^{17} : $10^{35/2}$: 10^{18} : $10^{37/2}$: 10^{19} : $10^{39/2}$: 10^{20} : $10^{41/2}$: 10^{21} : $10^{43/2}$: 10^{22} : $10^{45/2}$: 10^{23} : $10^{47/2}$: 10^{24} : $10^{49/2}$: 10^{25} : $10^{51/2}$: 10^{26} : $10^{53/2}$: 10^{27} : $10^{55/2}$: 10^{28} : $10^{57/2}$: 10^{29} : $10^{59/2}$: 10^{30} : $10^{61/2}$: 10^{31} : $10^{63/2}$: 10^{32} : $10^{65/2}$: 10^{33} : $10^{67/2}$: 10^{34} : $10^{69/2}$: 10^{35} : $10^{71/2}$: 10^{36} : $10^{73/2}$: 10^{37} : $10^{75/2}$: 10^{38} : $10^{77/2}$: 10^{39} : $10^{79/2}$: 10^{40} : $10^{81/2}$: 10^{41} : $10^{83/2}$: 10^{42} : $10^{85/2}$: 10^{43} : $10^{87/2}$: 10^{44} : $10^{89/2}$: 10^{45} : $10^{91/2}$: 10^{46} : $10^{93/2}$: 10^{47} : $10^{95/2}$: 10^{48} : $10^{97/2}$: 10^{49} : $10^{99/2}$: 10^{50} : $10^{101/2}$: 10^{51} : $10^{103/2}$: 10^{52} : $10^{105/2}$: 10^{53} : $10^{107/2}$: 10^{54} : $10^{109/2}$: 10^{55} : $10^{111/2}$: 10^{56} : $10^{113/2}$: 10^{57} : $10^{115/2}$: 10^{58} : $10^{117/2}$: 10^{59} : $10^{119/2}$: 10^{60} : $10^{121/2}$: 10^{61} : $10^{123/2}$: 10^{62} : $10^{125/2}$: 10^{63} : $10^{127/2}$: 10^{64} : $10^{129/2}$: 10^{65} : $10^{131/2}$: 10^{66} : $10^{133/2}$: 10^{67} : $10^{135/2}$: 10^{68} : $10^{137/2}$: 10^{69} : $10^{139/2}$: 10^{70} : $10^{141/2}$: 10^{71} : $10^{143/2}$: 10^{72} : $10^{145/2}$: 10^{73} : $10^{147/2}$: 10^{74} : $10^{149/2}$: 10^{75} : $10^{151/2}$: 10^{76} : $10^{153/2}$: 10^{77} : $10^{155/2}$: 10^{78} : $10^{157/2}$: 10^{79} : $10^{159/2}$: 10^{80} : $10^{161/2}$: 10^{81} : $10^{163/2}$: 10^{82} : $10^{165/2}$: 10^{83} : $10^{167/2}$: 10^{84} : $10^{169/2}$: 10^{85} : $10^{171/2}$: 10^{86} : $10^{173/2}$: 10^{87} : $10^{175/2}$: 10^{88} : $10^{177/2}$: 10^{89} : $10^{179/2}$: 10^{90} : $10^{181/2}$: 10^{91} : $10^{183/2}$: 10^{92} : $10^{185/2}$: 10^{93} : $10^{187/2}$: 10^{94} : $10^{189/2}$: 10^{95} : $10^{191/2}$: 10^{96} : $10^{193/2}$: 10^{97} : $10^{195/2}$: 10^{98} : $10^{197/2}$: 10^{99} : $10^{199/2}$: 10^{100} : $10^{201/2}$: 10^{101} : $10^{203/2}$: 10^{102} : $10^{205/2}$: 10^{103} : $10^{207/2}$: 10^{104} : $10^{209/2}$: 10^{105} : $10^{211/2}$: 10^{106} : $10^{213/2}$: 10^{107} : $10^{215/2}$: 10^{108} : $10^{217/2}$: 10^{109} : $10^{219/2}$: 10^{110} : $10^{221/2}$: 10^{111} : $10^{223/2}$: 10^{112} : $10^{225/2}$: 10^{113} : $10^{227/2}$: 10^{114} : $10^{229/2}$: 10^{115} : $10^{231/2}$: 10^{116} : $10^{233/2}$: 10^{117} : $10^{235/2}$: 10^{118} : $10^{237/2}$: 10^{119} : $10^{239/2}$: 10^{120} : $10^{241/2}$: 10^{121} : $10^{243/2}$: 10^{122} : $10^{245/2}$: 10^{123} : $10^{247/2}$: 10^{124} : $10^{249/2}$: 10^{125} : $10^{251/2}$: 10^{126} : $10^{253/2}$: 10^{127} : $10^{255/2}$: 10^{128} : $10^{257/2}$: 10^{129} : $10^{259/2}$: 10^{130} : $10^{261/2}$: 10^{131} : $10^{263/2}$: 10^{132} : $10^{265/2}$: 10^{133} : $10^{267/2}$: 10^{134} : $10^{269/2}$: 10^{135} : $10^{271/2}$: 10^{136} : $10^{273/2}$: 10^{137} : $10^{275/2}$: 10^{138} : $10^{277/2}$: 10^{139} : $10^{279/2}$: 10^{140} : $10^{281/2}$: 10^{141} : $10^{283/2}$: 10^{142} : $10^{285/2}$: 10^{143} : $10^{287/2}$: 10^{144} : $10^{289/2}$: 10^{145} : $10^{291/2}$: 10^{146} : $10^{293/2}$: 10^{147} : $10^{295/2}$: 10^{148} : $10^{297/2}$: 10^{149} : $10^{299/2}$: 10^{150} : $10^{301/2}$: 10^{151} : $10^{303/2}$: 10^{152} : $10^{305/2}$: 10^{153} : $10^{307/2}$: 10^{154} : $10^{309/2}$: 10^{155} : $10^{311/2}$: 10^{156} : $10^{313/2}$: 10^{157} : $10^{315/2}$: 10^{158} : $10^{317/2}$: 10^{159} : $10^{319/2}$: 10^{160} : $10^{321/2}$: 10^{161} : $10^{323/2}$: 10^{162} : $10^{325/2}$: 10^{163} : $10^{327/2}$: 10^{164} : $10^{329/2}$: 10^{165} : $10^{331/2}$: 10^{166} : $10^{333/2}$: 10^{167} : $10^{335/2}$: 10^{168} : $10^{337/2}$: 10^{169} : $10^{339/2}$: 10^{170} : $10^{341/2}$: 10^{171} : $10^{343/2}$: 10^{172} : $10^{345/2}$: 10^{173} : $10^{347/2}$: 10^{174} : $10^{349/2}$: 10^{175} : $10^{351/2}$: 10^{176} : $10^{353/2}$: 10^{177} : $10^{355/2}$: 10^{178} : $10^{357/2}$: 10^{179} : $10^{359/2}$: 10^{180} : $10^{361/2}$: 10^{181} : $10^{363/2}$: 10^{182} : $10^{365/2}$: 10^{183} : $10^{367/2}$: 10^{184} : $10^{369/2}$: 10^{185} : $10^{371/2}$: 10^{186} : $10^{373/2}$: 10^{187} : $10^{375/2}$: 10^{188} : $10^{377/2}$: 10^{189} : $10^{379/2}$: 10^{190} : $10^{381/2}$: 10^{191} : $10^{383/2}$: 10^{192} : $10^{385/2}$: 10^{193} : $10^{387/2}$: 10^{194} : $10^{389/2}$: 10^{195} : $10^{391/2}$: 10^{196} : $10^{393/2}$: 10^{197} : $10^{395/2}$: 10^{198} : $10^{397/2}$: 10^{199} : $10^{399/2}$: 10^{200} : $10^{401/2}$: 10^{201} : $10^{403/2}$: 10^{202} : $10^{405/2}$: 10^{203} : $10^{407/2}$: 10^{204} : $10^{409/2}$: 10^{205} : $10^{411/2}$: 10^{206} : $10^{413/2}$: 10^{207} : $10^{415/2}$: 10^{208} : $10^{417/2}$: 10^{209} : $10^{419/2}$: 10^{210} : $10^{421/2}$: 10^{211} : $10^{423/2}$: 10^{212} : $10^{425/2}$: 10^{213} : $10^{427/2}$: 10^{214} : $10^{429/2}$: 10^{215} : $10^{431/2}$: 10^{216} : $10^{433/2}$: 10^{217} : $10^{435/2}$: 10^{218} : $10^{437/2}$: 10^{219} : $10^{439/2}$: 10^{220} : $10^{441/2}$: 10^{221} : $10^{443/2}$: 10^{222} : $10^{445/2}$: 10^{223} : $10^{447/2}$: 10^{224} : $10^{449/2}$: 10^{225} : $10^{451/2}$: 10^{226} : $10^{453/2}$: 10^{227} : $10^{455/2}$: 10^{228} : $10^{457/2}$: 10^{229} : $10^{459/2}$: 10^{230} : $10^{461/2}$: 10^{231} : $10^{463/2}$: 10^{232} : $10^{465/2}$: 10^{233} : $10^{467/2}$: 10^{234} : $10^{469/2}$: 10^{235} : $10^{471/2}$: 10^{236} : $10^{473/2}$: 10^{237} : $10^{475/2}$: 10^{238} : $10^{477/2}$: 10^{239} : $10^{479/2}$: 10^{240} : $10^{481/2}$: 10^{241} : $10^{483/2}$: 10^{242} : $10^{485/2}$: 10^{243} : $10^{487/2}$: 10^{244} : $10^{489/2}$: 10^{245} : $10^{491/2}$: 10^{246} : $10^{493/2}$: 10^{247} : $10^{495/2}$: 10^{248} : $10^{497/2}$: 10^{249} : $10^{499/2}$: 10^{250} : $10^{501/2}$: 10^{251} : $10^{503/2}$: 10^{252} : $10^{505/2}$: 10^{253} : $10^{507/2}$: 10^{254} : $10^{509/2}$: 10^{255} : $10^{511/2}$: 10^{256} : $10^{513/2}$: 10^{257} : $10^{515/2}$: 10^{258} : $10^{517/2}$: 10^{259} : $10^{519/2}$: 10^{260} : $10^{521/2}$: 10^{261} : $10^{523/2}$: 10^{262} : $10^{525/2}$: 10^{263} : $10^{527/2}$: 10^{264} : $10^{529/2}$: 10^{265} : $10^{531/2}$: 10^{266} : $10^{533/2}$: 10^{267} : $10^{535/2}$: 10^{268} : $10^{537/2}$: 10^{269} : $10^{539/2}$: 10^{270} : $10^{541/2}$: 10^{271} : $10^{543/2}$: 10^{272} : $10^{545/2}$: 10^{273} : $10^{547/2}$: 10^{274} : $10^{549/2}$: 10^{275} : $10^{551/2}$: 10^{276} : $10^{553/2}$: 10^{277} : $10^{555/2}$: 10^{278} : $10^{557/2}$: 10^{279} : $10^{559/2}$: 10^{280} : $10^{561/2}$: 10^{281} : $10^{563/2}$: 10^{282} : $10^{565/2}$: 10^{283} : $10^{567/2}$: 10^{284} : $10^{569/2}$: 10^{285} : $10^{571/2}$: 10^{286} : $10^{573/2}$: 10^{287} : $10^{575/2}$: 10^{288} : $10^{577/2}$: 10^{289} : $10^{579/2}$: 10^{290} : $10^{581/2}$: 10^{291} : $10^{583/2}$: 10^{292} : $10^{585/2}$: 10^{293} : $10^{587/2}$: 10^{294} : $10^{589/2}$: 10^{295} : $10^{591/2}$: 10^{296} : $10^{593/2}$: 10^{297} : $10^{595/2}$: 10^{298} : $10^{597/2}$: 10^{299} : $10^{599/2}$: 10^{300} : $10^{601/2}$: 10^{301} : $10^{603/2}$: 10^{302} : $10^{605/2}$: 10^{303} : $10^{607/2}$: 10^{304} : $10^{609/2}$: 10^{305} : $10^{611/2}$: 10^{306} : $10^{613/2}$: 10^{307} : $10^{615/2}$: 10^{308} : $10^{617/2}$: 10^{309} : $10^{619/2}$: 10^{310} : $10^{621/2}$: 10^{311} : $10^{623/2}$: 10^{312} : $10^{625/2}$: 10^{313} : $10^{627/2}$: 10^{314} : $10^{629/2}$: 10^{315} : $10^{631/2}$: 10^{316} : $10^{633/2}$: 10^{317} : $10^{635/2}$: 10^{318} : $10^{637/2}$: 10^{319} : $10^{639/2}$: 10^{320} : $10^{641/2}$: 10^{321} : $10^{643/2}$: 10^{322} : $10^{645/2}$: 10^{323} : $10^{647/2}$: 10^{324} : $10^{649/2}$: 10^{325} : $10^{651/2}$: 10^{326} : $10^{653/2}$: 10^{327} : $10^{655/2}$: 10^{328} : $10^{657/2}$: 10^{329} : $10^{659/2}$: 10^{330} : $10^{661/2}$: 10^{331} : $10^{663/2}$: 10^{332} : $10^{665/2}$: 10^{333} : $10^{667/2}$: 10^{334} : $10^{669/2}$: 10^{335} : $10^{671/2}$: 10^{336} : $10^{673/2}$: 10^{337} : $10^{675/2}$: 10^{338} : $10^{677/2}$: 10^{339} : $10^{679/2}$: 10^{340} : $10^{681/2}$: 10^{341} : $10^{683/2}$: 10^{342} : $10^{685/2}$: 10^{343} : $10^{687/2}$: 10^{344} : $10^{689/2}$: 10^{345} : $10^{691/2}$: 10^{346} : $10^{693/2}$: 10^{347} : $10^{695/2}$: 10^{348} : $10^{697/2}$: 10^{349} : $10^{699/2}$: 10^{350} : $10^{701/2}$: 10^{351} : $10^{703/2}$: 10^{352} : $10^{705/2}$: 10^{353} : $10^{707/2}$: 10^{354} : $10^{709/2}$: 10^{355} : $10^{711/2}$: 10^{356} : $10^{713/2}$: 10^{357} : $10^{715/2}$: 10^{358} : $10^{717/2}$: 10^{359} : $10^{719/2}$: 10^{360} : $10^{721/2}$: 10^{361} : $10^{723/2}$: 10^{362} : $10^{725/2}$: 10^{363} : $10^{727/2}$: 10^{364} : $10^{729/2}$: 10^{365} : $10^{731/2}$: 10^{366} : $10^{733/2}$: 10^{367} : $10^{735/2}$: 10^{368} : $10^{737/2}$: 10^{369} : $10^{739/2}$: 10^{370} : $10^{741/2}$: 10^{371} : $10^{743/2}$: 10^{372} : $10^{745/2}$: 10^{373} : $10^{747/2}$: 10^{374} : $10^{749/2}$: 10^{375} : $10^{751/2}$: 10^{376} : $10^{753/2}$: 10^{377} : $10^{755/2}$: 10^{378} : $10^{757/2}$: 10^{379} : $10^{759/2}$: 10^{380} : $10^{761/2}$: 10^{381} : $10^{763/2}$: 10^{382} : $10^{765/2}$: 10^{383} : $10^{767/2}$: 10^{384} : $10^{769/2}$: 10^{385} : $10^{771/2}$: 10^{386} : $10^{773/2}$: 10^{387} : $10^{775/2}$: 10^{388} : $10^{777/2}$: 10^{389} : $10^{779/2}$: 10^{390} : $10^{781/2}$: 10^{391} : $10^{783/2}$: 10^{392} : $10^{785/2}$: 10^{393} : $10^{787/2}$: 10^{394} : $10^{789/2}$: 10^{395} : $10^{791/2}$: 10^{396} : $10^{793/2}$: 10^{397} : $10^{795/2}$: 10^{398} : $10^{797/2}$: 10^{399} : $10^{799/2}$: 10^{400} : $10^{801/2}$: 10^{401} : $10^{803/2}$: 10^{402} : $10^{805/2}$: 10^{403} : $10^{807/2}$: 10^{404} : $10^{809/2}$: 10^{405} : $10^{811/2}$: 10^{406} : $10^{813/2}$: 10^{407} : $10^{815/2}$: 10^{408} : $10^{817/2}$: 10^{409} : $10^{819/2}$: 10^{410} : $10^{821/2}$: 10^{411} : $10^{823/2}$: <

والثالث تحصلت هذه المتوالية وهي

ب : ١ : ١٧٧٨٢٧ وهكذا من الأعداد العشرية : ٣١٦٢٢٧
وهكذا من الأعداد العشرية : ٥٠٦٢٣٤١ وهكذا من الأعداد
العشرية : ١٠

فالأواسط الهندسية المطلوبة خيئت هي ١٧٧٨٢٧ وهكذا
من الأعداد العشرية و ٣١٦٢٢٧ وهكذا من الأعداد
العشرية و ٥٠٦٢٣٤١ وهكذا من الأعداد العشرية

(٢٣٤) يكفي في تحصيل مجموع حدود المتوالية الهندسية التصاعدية
المعلوم فيها الحد الأول والآخر والاساس أن تضرب الحد الأخير في الاساس
وتطرح الحد الأول من الحاصل وتقسم الباقي على الاساس ناقصا ١

ولنفرض متوالية ب : ٢ : ٨ : ٣٢ : ١٢٨ : ٥١٢ : ٢٠٤٨
التي أساسها ٤ فاذا رمزنا بحرف س الى مجموع حدود هذه المتوالية
صارت هكذا

س = ٢ + ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨
فاذا ضربنا المجموع وهو س وجميع اجزائه في الاساس وهو ٤ فنحصل
س = ٤ × ٢ + ٤ × ٨ + ٤ × ٣٢ + ٤ × ١٢٨ + ٤ × ٥١٢ + ٤ × ٢٠٤٨
وهذه المتساوية الأخيرة تقول الى

٤ × س = ٨ + ٣٢ + ١٢٨ + ٥١٢ + ٢٠٤٨ + ٨١٩٢
فاذا طرحنا حاصل ضرب ١ × س من حاصل ضرب ٤ × س
كان الباقي وهو (٤ - ١) في س مساويا ٤ × ٢٠٤٨ - ٢
وعليه فالمجموع المطلوب وهو س يساوي ٤ × ٢٠٤٨ - ٢
مقسوما على ٤ - ١ وبهذا يثبت المطلوب

واذا أجرينا العمل المتقدم وجدنا س = $\frac{٢ - ٤ \times ٢٠٤٨}{١ - ٤} = \frac{٨١٩٢ - ٢}{٣} = ٢٧٣٠$
فان مجموع اعداد ٢ و ٨ و ٣٢ و ١٢٨ و ٥١٢ و ٢٠٤٨ هو في الحقيقة ٢٧٣٠

تبيينه * اذا علم من المتوالية حدها الاول واساسها وعدد حدودها ~~أ~~ يمكن
ترجيح هذه الصورة الى السابقة لانه لما كان الحد الاخير مساويا لحاصل
ضرب الحد الاول في قوة الاساس المرموز اليها بعدد الحدود ناقصا ١
بموجب قاعدة نمرة ٢٣٠ سهل استخراج هذا الحد الاخير (ولتحمل
لذلك بأمثلة فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية
حدها الاول ٢ واساسها ٤ ومجموع حدودها ٦

فنقول حيث ان الحد السادس يساوى 2×4^5 كما تقدم في نمرة ٢٣٠
اى يساوى ٢٠٤٨ فالجموع المطلوب يساوى $\frac{2 \times 4^6 - 2}{4 - 1}$ اى يساوى
٢٧٣٠

المثال الثانى أن يكون المطلوب تحصيل مجموع حدود متوالية هندسية
حدها الاول ١٠ واساسها ١٠ ومجموع حدودها ٥

فنقول حيث ان الحد الاخير يساوى 10×10^4 اى ١٠٠٠٠٠ فالجموع
المطلوب يساوى $\frac{10 \times 10^5 - 10}{10 - 1}$ اى يساوى ١١١١١٠
فان حدود المتوالية المقروضة لما كانت ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
و ١٠٠٠٠ و ١٠٠٠٠٠ كان مجموعها ١١١١١٠

المثال الثالث أن نفرض أن لاعبا خسر في اللعب تسع مرات متوالية ورجع
فرنك فرنك
فى العاشرة وأن المبالغ التى عرضها لخطر اللعب على التوالى ٥ و ١٠
فرنك

٢٠ وهكذا بالتضعيف فلمقدار المبلغ الكلى الذى عرضه لخطر اللعب
وما مقدار الزبح أو الخسارة التى خرج بها

فنقول ان المبالغ المتوالية هى حدود المتوالية الهندسية التى هى ٥ :
١٠ : ٢٠ وعدة تلك الحدود ١٠ فاذن يكون الحد العاشر
هو $5 \times 9 = 450$ كما تقدم في نمرة ٢٣٠ ويكون مجموع

الحدود العشرة هو

$$\frac{0-2 \times 2560}{1-2} = 0110 \text{ فرنك} \text{ وهو المجموع الكلى المعرض لخطر اللعب}$$

فرنك

وحيث ان اللاعب المذكور ربح في المرة العاشرة مبلغ ٢٥٦٠ الذي

فرنك

وضعه فيها واخذ عليه نظيره فمجموع ما قبضه حينئذ ٥١٢٠ وحيث

فرنك

فرنك

انه كان عرض لخطر اللاعب ٥١١٥ فربحه الذي خرج به من اللعب ٥

• (الباب الثامن) •

• (في اللوغاريتم وفيه فصول) •

• (الفصل الاول) •

• (في بيان اللوغاريتم من حيث هو اى لا بقيد طريقة مخصوصة) •

(٢٢٥) متى قابلنا متواليين غير محدودين احدهما هندسية مبدوءة بالواحد والاخرى عددية مبدوءة بصفر فكل حد من المتوالية الثانية يسمى لوغاريتم الحد المقابل له من المتوالية الاولى ومجموع حدود المتواليين تتركب منه اللوغاريتمات

ويؤخذ من هذا التعريف ان لوغاريتم الواحد يساوى دائما صفر
(٢٢٦) وفي المتواليات التي هي هذه المتتابعة يكون كل حد من المتوالية الهندسية مساويا للاساس مرفوعا الى قوة موزاها بعدد الحدود التي قبل ذلك الحد (كما في غرة ٢٢٠) ويكون كل حد من المتوالية العددية مساويا للاساس مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من الحدود قبل ذلك الحد (كما في غرة ٢٢٥) وينتج من ذلك ثلاث صور

الاولى • الحدود المتتالية من المتوالية الهندسية عبارة عن القوى المتتالية لاساس هذه المتوالية • ومنزلة كل حد من اليا باس الاساس في هذا الحد زائدا ١

الثانية • الحدود المتتالية من المتوالية العددية عبارة عن الاضغاف المتتالية لاساس هذه المتوالية • ومنزلة كل حد من اليا بضروب الاساس من هذا الحد زائدا ١

الثالثة • اذا شغل حد من حدود المتوالية الهندسية منزلة حد من حدود المتوالية العددية ففي هذين الحدين تجد اس الاساس في حد المتوالية الهندسية مساويا لضروب الاساس الموجود في الحد المقابل له من المتوالية العددية وبالعكس اى كلما كان اس الاساس في حد من حدود المتوالية الهندسية مساويا لضروب الاساس في حد من حدود المتوالية العددية علم

أن هذين الحدين يشغلان منزلة واحدة في المتواليتين وهذا ناتج عن الصورة الأولى والثانية بدون واسطة

(٢٣٧) إذا ضرب حدى من المتوالية الهندسية وأضيف الحدان المقابلان لهما من المتوالية العددية إلى بعضهما كان الحاصل والمجموع حدين من حدود هاتين المتواليتين ويكونان أيضا حدين متقابلين في المتواليتين المذكورتين فإذا اعتبرنا مثلا الحد الخامس والسابع علما بموجب صورته ٢٣٦ أن الحد الخامس في المتوالية الهندسية هو قوة الأساس الرابعة وأن الحد السابع هو قوة الأساس السادسة فاذن يكون حاصل ضرب هذين الحدين قوة للأساس $٦ + ٤ = ١٠$ فيكون هذا الحاصل حينئذ هو الحد الحادى عشر من المتوالية الهندسية وعلما أيضا أن الحد الخامس في المتوالية العددية يساوى الأساس ٤ مرات وأن الحد السابع يساوى الأساس ٦ مرات فاذن يكون مجموع هذين الحدين مساويا للأساس مكررا عدة مرات يرمز اليه بعدد ٤ + ٦ أى بعدد ١٠ فيكون هذا المجموع حينئذ هو الحد الحادى عشر من المتوالية العددية فاذن يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين في المتواليتين وبهذا يثبت المطلوب

(٢٣٨) حيث أن البراهين يمكن تطبيقها على عدد الحدود المضروبة والمضافة في كل من المتواليتين إياها كان وإياها كانت منزلتها ينتج من ذلك أنه إذا ضربت عدة حدود في بعضها من المتوالية الهندسية وأضيفت الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية إلى بعضها يكون الحاصل والمجموع حدين متقابلين في المتواليتين

ومقتضى هذه الخاصية أنه يكفي في إيجاد حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية أن نجمع الحدود المقابلة لها من المتوالية العددية فيكون المجموع مقابلا للحاصل المطلوب ولنفرض متواليتين غير محدودتين كمتواليتين

١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١ : ٢٤٣ : ٧٢٩ : ٢١٨٧ : ٦٥٦١ : الخ
 ٠ : ٢٠ : ٤٠ : ٦٠ : ٨٠ : ١٠٠ : ١٢٠ : ١٤٠ : ١٦٠ : الخ

فيكنى في استخراج حاصل ضرب حدود ٣ و ٢٧ و ٨١ من المتوالية الهندسية أن تجمع حدود ٢ و ٦ و ٨ المقابلة لها من المتوالية العددية فيكون المجموع وهو ١٦ حدا من حدود هذه المتوالية ويكون الحد المقابل له وهو ٦٥٦١ من المتوالية الهندسية هو حاصل الضرب المطلوب

(٢٣٩) حيث ان حدود المتوالية العددية هي لو غارتمت للحدود المقابلة لها من المتوالية الهندسية فلو غارتم حاصل ضرب عدة حدود من المتوالية الهندسية يساوى مجموع لو غارتمت تلك الحدود

وعليه فعدد ١٦ في المثال المتقدم الذى هو لو غارتم عدد ٦٥٦١ الناتج من ضرب حدود المتوالية الهندسية وهى ٣ و ٢٧ و ٨١ يساوى مجموع اعداد ٢ و ٦ و ٨ التى هي لو غارتمت تلك الحدود

(٢٤٠) هذه الخاصية التى به يصير ضرب عدة اعداد بعضها مختصر الا يظهر تطبيقتها الاعلى ما كان من الاعداد جزأ من المتوالية الهندسية • ونحن نبين انه يمكن توصيفها عن ذلك وتطبيقها على جميع الاعداد المتحصرة بين حدود المتوالية الهندسية الاصلية فنفرض لاجل تحقيق ذلك أن المتوالتين المقرضتين تصادفتان وانه يمكن بسطهما الى غير نهاية فاذا أدخلنا بالتوالى وسطا هندسيا بين الحد الاول والثانى من المتوالية الهندسية وبين الثانى والثالث وهكذا وأدخلنا أيضا وسطا عدديا بين الحدود المتتالية من المتوالية العددية فوصلنا بذلك الى متوالتين أخريين (كما فى غرق ٢٢٧ و ٢٢٢) محتويتين على حدود كثيرة فاذا أجرينا العملية على هاتين المتوالتين كما أجريناها على السابقتين واستمرينا على هذا التسلسل تحصل بالتعاقب متوالات أخرى تجرى عليها أيضا الخاصية المذكورة • وباقى الطرح بين كل

حدين متتالين منها يصغر بالتدريج على وجه بحيث يمكن بسط العمليات كل البسط حتى يتوصل الى متواليتين يكون فيهما باقي الطرح بين كل حدين متتالين أيا ما كانا أصغر من كل كمية مفروضة ويعلم حينئذ أن جميع الاعداد التي تكون أكبر من الواحد تقول الى جزء من متوالية هندسية تصاعديّة تبدأ بالواحد يقابلها متوالية أخرى عدديّة تصاعديّة تبدأ بصفر وعليه بجميع الاعداد التي تكون أكبر من الواحد يكون لها لوغاريتمات

(٢٤١) ولأمانع حينئذ أن نؤسس القواعد الاسية للاعداد التي تكون أكبر من الواحد فنقول

القاعدة الاولى * لوغاريتم حاصل ضرب عدة عوامل في بعضها يساوي مجموع لوغاريتمات هذه العوامل

مثلا * حيث أن عدد ٢١ هو حاصل ضرب ٣ في ٧ فالوفا ٢١ = لوفا ٣ + لوفا ٧

الثانية * لوغاريتم خارج قسمة يساوي لوغاريتم المقسوم ناقصا لوغاريتم المقسوم عليه وذلك لأن المقسوم لما كان مساويا لحاصل ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة يفتح من القاعدة الاولى أن لوغاريتم المقسوم يساوي مجموع لوغاريتم المقسوم عليه وخارج القسمة وعليه فيكون لوفا $\frac{21}{7} =$ لوفا ٢١ - لوفا ٧ = لوفا ٣

الثالثة * لوغاريتم قوة عدديّ اوى حاصل ضرب لوغاريتم هذا العدد في درجة القوة وهذا ناتج من القاعدة الاولى بفرض أن جميع عوامل الحاصل متساوية لأن قوة العدد تدل على حاصل عدة عوامل مساوية لهذا العدد بقدر ما في درجة القوة من الاحاد (كافي مرة ٢٣)

مثلا لوفا ٢ = (لوفا ٤) \times ٢ لان لوفا $\frac{4}{2} =$ لوفا (٤ \times ٤ \times ٤) = لوفا ٤ + لوفا ٤ + لوفا ٤ = ٣ لوفا ٤
الرابعة * لوغاريتم جذور درجة من أي عدد كان فحصل بقسمة لوغاريتم هذا العدد على درجة الجذر المطلوب استخراجها وهذا ناتج من القاعدة الثالثة

ويمكن أيضا استنتاجه من القاعدة الأولى

مثلا • حيث أن جذر مكعب ٦٤ هو الكمية التي إذا أخذت عاملا وتكررت ٣ مرات تحصل عنها ٦٤ يكون

$$\sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{64} = 64$$

وينتج من هذا أن لوغا ٦٤ = لوغا $\sqrt[3]{64}$

$$\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{64} = 3 \times \sqrt[3]{64}$$

وحيث أن لوغارتم ٦٤ يساوي ٣ مرات لوغارتم $\sqrt[3]{64}$ ينتج من ذلك أن لوغا $\sqrt[3]{64} = \frac{3}{4}$ لوغا ٦٤

وبمثل ذلك يكون لوغا $\sqrt[4]{64} = \frac{1}{4}$ لوغا ٦٤ وحيث أن لوغا ١٠ = ٢

لوغا ١٠ فاذن يكون لوغا $\sqrt[4]{64} = \frac{2}{4}$ لوغا ١٠

تنبيهان • الأول ينتج من القاعدة الثانية أن لوغارتم الكسر الاعترادي يساوي لوغارتم بسطه ناقصا لوغارتم مقامه وذلك لأن الكسر يعتبر كأنه دال على خارج قسمة بسطه على مقامه كافي تنبيهة ٧١ فعلى هذا يكون لوغا $\frac{21}{17} =$ لوغا ٢١ - لوغا ١٧

الثاني حيث أن الحد الرابع من المتناسبة يساوي حاصل ضرب الوسطين مقسوما على الحد الأول كافي غمرة ٢٠١ نتج من القاعدتين الأولى والثانية أن لوغارتم الحد الرابع من المتناسبة يساوي مجموع لوغارتي الوسطين ناقصا لوغارتم الحد الأول

• (الفصل الثاني) •

(في بيان اللوغارتمات على الطريقة التي يكون أساسها ١٠)

(٢٤٤) لم نعتبر في اللوغارتم إلا الطريقة التي جرت بها العادة في الحسابات العددية وهي ناتجة من متواليتين غير محدودتين وهما

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & : & 10 & : & 100 & : & 1000 & : & 10000 & : & 100000 & : & 1000000 \\ 1 & : & 2 & : & 4 & : & 8 & : & 16 & : & 32 & : & 64 \end{array}$$

بأن ندخل بالنوال إلى أواسط هندسية وعددية بين حدودها تين المتواليتين

(كاف غرة ٢٤٠)

والعدد الذي لو غارتم واحد في أى طريقة من طرق اللوغارتم يسمى أساس
هذه الطريقة وعليه فعدد ١٠ هو أساس الطريقة التي نحن بصدد ها وفي هذه
الطريقة تدخل الامور الآتية

أولاً • حيث ان لو غارتمات اعداد

١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ الخ

هى ٠ و ١ و ٢ و ٣ الخ

ففي صورة ما اذا كان هناك عدد واقع بين ١ و ١٠ وبين ١٠ و ١٠٠

وبين ١٠٠ و ١٠٠٠ وهكذا يكون لو غارتم هذا العدد بحسب

ذلك فيقع بين صفر و ١ وبين ١ و ٢ وبين ٢ و ٣ وهكذا

فعلى ذلك اذا حولنا اللوغارتمات الى كسور عشرية فالجزء الصحيح من لو غارتم

العدد الصحيح أو الاشارى الاكبر من الواحد يهوى على عدة آحاد ناقصة ١

بقدر عدد الارقام التي توجد في الجزء الصحيح من العدد المبصوت عن لو غارتمه

وهذا الجزء الصحيح من اللوغارتم يسمى بالعدد التبييى

ثانياً • اذا علمت لو غارتم العدد وأردت استخراج لو غارتم حاصل ضرب هذا

العدد في الواحد الذى يليه من الجهة اليمنى عدة أصفار أو لو غارتم خارج قسمة

العدد المذكور على الواحد المتبوع بثلث الاصفار يكفي في ذلك أن تريد أن تنقص

اللو غارتم المقرض عدة آحاد بقدر ما يوجد من الاصفار وهذا ناتج عن

القاعدتين الاولى والثانية من غرة ٢٤١ وعن القاعدة الاولى من غرة ٢٤٢

فعلى هذا يكون

$$\text{لوغا } (١٠٠٠ \times ٤٧) = \text{لوغا } ٤٧ + \text{لوغا } ١٠٠٠ = \text{لوغا } ٤٧ + ٣$$

$$\text{ولوغا } \left(\frac{٢٣٤٧}{١٠٠٠}\right) = \text{لوغا } ٢٣٤٧ - \text{لوغا } ١٠٠٠ = \text{لوغا } ٢٣٤٧ - ٣$$

ثالثاً • اذا اردت ان نصف لو غارتم العدد عدة آحاد فالنتيجة هى لو غارتم

حاصل ضرب هذا العدد في قوة عدد ١٠ أو لو غارتم خارج قسمته على تلك

القوة المساوية لعدد الاحاد التي زدتها أو نقصتها وهذا ناتج عن الامر الثانى

وتجدها أحد صفر يقابل حد ١ من المتوالية الهندسية • وفي طريقة
اللوغارتمات المعينة بمجموع هاتين المتوالتين الجعديتين ترى أن اعداد
 $\frac{1}{10000}$ و $\frac{1}{1000}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{10}$ و ١ و ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ
تكون لوغارتماتها

٤ - و ٣ - و ٢ - و ١ - و ٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ الخ
ومنى كان العدد مسبوقاً بعلامة + سمي موجباً أو بعلامة - سمي
سالباً فإن لم يسبق بعلامة منهما اعتبر مسبوقاً بعلامة + فيكون
موجباً

(٢٤٤) إذا أريد تصحيل لوغارتمات الاعداد التي تكون أصغر من الواحد
بموجب طريقة مخرجة ٢٤٠ لزم ادخال أو اسط هندسية بين حدود ١
و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{100}$ و $\frac{1}{1000}$ الخ من المتوالية الهندسية وادخال أو اسط عديدة
بين الحدود المتعاقبة لها من المتوالية العديدة وهي ٠ و ١ و ٢ و ٣ الخ
وحيث كان البحث عن الاواسط الهندسية لاصعوبة فيه وكان تعيين الاواسط
العديدة والعمليات اللوغارتمية يستدعى معرفة اجراء العمليات على الاعداد
السابقة لزم أن نبين كيفية اجراء عمليات الحساب الاربعة الاصلية على الاعداد
المسبوق بعلامة + وعلامة -

(٢٤٥) قد عرفنا أن الاعداد السالبة يتوصل اليها بطرح عدد من صفر غير أن
القاعدة أن المطروح اذا كان أكبر من المطروح منه لم يأت الطرح الا في
بعض الاجزاء وما بقى من عمليات الطرح يرخص اليه بوضع علامة - قبل الباقي
الذي يوجد بين العددين المقروضين فاذا أريد مثلا طرح ٩ من ٥ آتت هذه
العملية الى أن نطرح من ٥ جزء ٩ وهما ٥ و ٤ فيقول ذلك الى
طرح ٥ من ٥ ثم الى طرح ٤ من الباقي وهو صفر وحيث كان هذا
الطرح الاخير متغذراً يرخص اليه بوضع علامة - قبل عدد ٤ بحيث تولد
هذه العملية المرموز اليها برمز ٥ - ٩ الى ٤ ولاجل ذلك يقال ان
الباقي هو - ٤

وبالجمله نقى كان المطروح أكبر من المطروح منه لزم طرح العدد الاصغر من
الأكبر ووضع علامة - قبل الباقي
ولا ينبغي التساهل في معرفة أن العدد السالب يدل على عملية طرح باقية *

• (الفصل الثالث) •

(في بيان علامات الحساب الاربعة الاصلية الخاصة بالاعداد الموجبة والسالبة)
(٢٤٦) اذا أريد جمع اعداد موجبة أو سالبة لزم أن نعم في معنى الجمع الذي
استعملناه فيه الى هنا لان علامتى + و - الموضوعتين قبل الاعداد يدلان
في الحقيقة على جوع وطروح جزئية فنلاحظ الآن أن جمع عدة اعداد موجبة
وسالبة وهو عبارة عن جمع الغرض منه ايجاد عدد واحد موجب أو سالب يدل
على نتيجة المجموع والطروح الجزئية الرموز اليها بعلامتى + و - المتقدمتين
على الاعداد الجارية فيها العمل وهذه النتيجة هي عين مجموع الاعداد
المفروضة

ويؤخذ من هذا التعريف الجديد الذي لاحظناه هنا في معنى الجمع صور ثلاث
الاولى • اذا أريد بحصول مجموع عدة أعداد سالبة فأجمع تلك الاعداد بقطع
النظر عن علامة - ثم ضع قبل المجموع علامة -

مثلا • حيث ان عددي - ٢ و - ٥ بدلا على انه يلزم طرح ٢ آحاد
و ٥ آحاد وهو يؤل الى طرح ٢ + ٥ أى ٨ آحاد فمجموع هذين
العددين السالبين يدل على طرح كلى وهو طرح ٨ آحاد ويرمز حينئذ الى
هذا المجموع بهذا الرمز وهو - ٨

الثانية • اذا أريد تحصيل مجموع عددين مسبوقين بعلامتين متقاربتين فخذ
باقي طرح هذين العددين بقطع النظر عن علامتى + و - ثم ضع قبل
الباقي علامة أكبر العددين

فاذا أرت مثلا جمع + ٧ و - ٤ فعناه انك تجمع ٧ ونطرح ٤
وهو يؤل الى جمع عدد ٣ الذى هو باقى طرح عددي ٧ و ٤ بحيث يكون
مجموع عددي + ٧ و - ٤ هو + ٣

وإذا أردت أيضاً جمع عددي $4 + 7$ و $3 - 7$ فاجمع 4 آحاد
 واطرح 7 آحاد وهذا يؤل إلى طرح عدد 3 الذي هو باقي طرح
 عددي 4 و 7 فاذن يكون مجموع عددي $4 + 7$ و $3 - 7$ هو 3
 الثالثة إذا أردت تحصيل مجموع عدة أعداد موجبة وسالبة فخذ مجموع
 الأعداد المسبوقة بعلامة $+$ على حدها ومجموع الأعداد المسبوقة
 بعلامة $-$ على حدها ثم اطرح أصغر المجموعين من الآخر فيكون الباقي
 المسبوق بعلامة الأعداد التي مجموعها أكبر من مجموع الأعداد الأخرى هو
 المجموع المطلوب

وذلك أنه إذا فرض جمع أعداد $4 + 7$ و $3 - 7$ و $2 - 7$ فعناه
 أنه يلزم جمع 8 وطرح 3 وجمع 7 وطرح 2 وحيث أن كيفية
 إجراء عملية الطرح والمجموع الجزئية لا تتغير فهذه العمليات المتوالية تؤل
 إلى جمع $8 + 7$ أي 15 آحاد وإلى طرح $3 + 2$ أي 5 آحاد
 وهاتان العملتان الأخيرتان تؤلان إلى جمع عدد 10 الذي هو باقي طرح
 عددي 15 و 5 بمعنى أنه يوضع قبل الباقي المذكور علامة $+$ الموضوع
 قبل الأعداد التي مجموعها أكبر من مجموع الأعداد الأخرى فاذن يكون مجموع
 الأعداد المفروضة هو $10 +$

وبكفي في تحصيل هذا المجموع أن تحصل عدد 15 الذي هو مجموع
 عددي 8 و 7 المسبوقين بعلامة $+$ ثم عدد 5 الذي هو مجموع
 عددي 3 و 2 المسبوقين بعلامة $-$ ثم تطرح 5 من 15 وتضع
 قبل الباقي وهو 10 علامة $+$ الموضوع قبل العددين اللذين مجموعهما
 هو الأكبر

وأيضاً جمع أعداد $8 + 7$ و $3 - 7$ و $2 - 7$ يؤل إلى طرح $8 + 7$
 أي 15 آحاد وإلى جمع $3 + 2$ أي 5 آحاد وهذا يؤل إلى طرح عدد 10
 الذي هو باقي طرح عددي 15 و 5 بمعنى أنه يوضع قبل هذا الباقي
 علامة $-$ الموضوع قبل عددي 8 و 7 اللذين مجموعهما هو الأكبر

فمجموع الاعداد المقروضة حينئذ هو — ١٠

ويكفي في تحصيل هذا المجموع أن تحصل عدد ١٥ الذي هو مجموع عددي ٨ و ٧ المسبوقين بعلامة — ثم عدد ٥ الذي هو مجموع عددي ٣ و ٢ المسبوقين بعلامة + ثم تطرح ٥ من ١٥ ونضع قبل الباقي وهو ١٠ علامة — الموضوعة قبل العددين اللذين بمجموعهما هو الأكبر

(٢٤٧) إذا كان هناك صيغة مركبة من جملة اعداد مرتبطة ببعضها بواسطة علامتي + و — وأجريت العمليات المينية بهاتين علامتين بأن انتقلت على التوالي من حد الى تاليه فانك تصل بذلك دائما الى نتيجة موجبة أو سالبة أو صفرو هذه النتيجة تسمى بالصيغة المحولة الى الصورة الموحدة

ومن المعلوم انه يمكن تغيير وضع العمليات بدون أن تفسد النتيجة وانه على ذلك يمكن تطبيق القاعدة المقررة في غرة ٢٤٦ على جمع عدة اعداد موجبة وسالبة

ولنفرض مثلا صيغة ٨ — ٣ + ٧ — ٢ فاذا أردت أن تجري العمل على الوجه المقرر فاطرح أولا ٣ من ٨ وأضف عدد ٧ الى الباقي وهو ٥ فيحصل ١٢ ثم اطرح ٢ من ١٢ فيكون الباقي وهو ١٠ هو الصيغة الموحدة لعدد ٨ — ٣ + ٧ — ٢ وقد توصلوا الى هذه النتيجة بجمع اعداد ٨ و ٣ و ٧ و ٢ كافي الصورة الثالثة من غرة ٢٤٦

(تنبيه) * لما كانت النتائج واحدة سواء توصل اليها بتحويل الصيغة المركبة من اعداد منفصلة عن بعضها بعلامتي + و — الى الصورة الموحدة أو بالبحث عن مجموع هذه الاعداد المختصة بالعلامات الموضوعة قبلها نتج من ذلك انه يكفي في الاقتصار على بيان جمع عدة اعداد موجبة وسالبة أن نضع هذه الاعداد عقب بعضها بعلاماتها المختصة بها

(٢٤٨) متى علم مجموع عددين وعلم أحدهما فالطرح حينئذ عبارة

عن معرفة العدد الآخر وهو الباقي كافي غرة ١١ ويؤخذ من هذا التعريف أنه يكفي في تحصيل باقي الطرح أن تضع عقب المطروح منه المطروح مسبوقاً بعلامة غير علامته الأصلية فتكون النتيجة المحولة إلى السيف الموجهة هي الباقي المطلوب كافي غرة ٢٤٧

وذلك أنه إذا فرضنا طرح $-$ من $+$ فنجرب التعريف المذكور بلزم إيجاب سيف فيها المجموع إلى $-$ آل أمره إلى $-$ ومن المعلوم أنه يتوصل إلى ذلك بوضع $+$ عقب $-$ لان $-$ $+$ $-$ مضافاً إلى $+$ يعطى المجموع وهو $-$ حيث أن $+$ $+$ $+$ يعبر $-$ فاذن يكون $-$ $+$ $-$ هو الباقي المطلوب

ويمكن التحقق من ذلك بملاحظة أنه حيث كان $-$ يساري $-$ $+$ $+$ $+$ ينتج من هذا أنه يكفي في طرح $-$ من $-$ أن نطرح $-$ من $-$ $+$ $+$ $+$ وهو يفيد $-$ $+$ $-$ وهذا الباقي يؤد إلى $-$ كافي غرة ٢٤٧

(٢٤٩) الضرب عبارة عن تحصيل عدد يسمى حاصل المواقف من عدد آخر يسمى مضروباً كتأليف عدد ثالث يسمى مضروباً فيه من الاتحاد كافي غرة ٨٢ وحيث أن علامة الحاصل لا تتوقف على أعلى علامات العوامل دون مقاديرها العددية يكفي تعيين علامة الحاصل في صورة ما إذا كان المضروب فيه عدداً صحيحاً وينتج من ذلك صورتان

الأولى إذا كانت علامة المضروب فيه $+$ فعلامة الحاصل هي عين علامة المضروب لان المضروب فيه $+$ كان مؤثلاً من جمع عدة أحاد لم أن يكون حاصل الضرب مؤثلاً من عدة أعداد مساوية للمضروب وقد سبق في غرة ٢٤٦ أن مجموع الأعداد المتحدة العلامة لا بد أن يكون مسبوقاً بعلامة تلك الأعداد

فقال مثلاً حاصل ضرب $+$ $+$ في $+$ هو $+$ لانه

حيث كان المضروب فيه وهو $+$ ٢ يدل على جمع ٢ أحاد الخاصل ضرب $+$ ٣ في $+$ ٢ يتصل بتأليف مجموع عددين مساويين لعدد $+$ ٢ ويفيد $+$ ٢ $+$ ٢ أي $+$ ٦ ويقال أيضا حاصل ضرب $-$ ٣ في $+$ ٢ هو $-$ ٦ لانه يلزم تصحيحه تأليف مجموع عددين مساويين لعدد $-$ ٢ وهو يفيد $-$ ٢ $-$ ٢ أي $-$ ٦ كافي الصورة الاولى من غرة ٢٤٦

الثانية * اذا كانت علامة المضروب فيه $-$ فعلاية الحاصل تخالف علامة المضروب لانه حيث كان المضروب فيه المقروض سالبا صححوا واضاف من طرح علامة آحاد الخاصل بتأليف بطرح المضروب عدة مرات وهذا يؤل كافي غرة ٢٤٨ الى استخراج مجموع عدة أعداد مساوية للمضروب ومبوبة بعلاية مخالفة لعلامة المضروب فاذن يكون هذا المجموع الدال على الحاصل المطلوب مسبوقا بعلاية مخالفة لعلامة المضروب

فيقال مثلا حاصل ضرب $+$ ٣ في $-$ ٢ هو $-$ ٦ لانه حيث كان المضروب فيه وهو $-$ ٢ يدل على طرح ٢ أحاد الخاصل ضرب $+$ ٣ في $-$ ٢ يتصل بطرح المضروب وهو $+$ ٣ مرتين الا انه يكفي في طرح $+$ ٣ وضع $-$ ٢ فاذن يكون الحاصل المطلوب هو مجموع عددين مساويين لعدد $-$ ٢ اعني $-$ ٢ $-$ ٢ أي $-$ ٦

ويقال أيضا حاصل ضرب $-$ ٣ في $-$ ٢ هو $+$ ٦ لانه حيث كان المضروب فيه يدل على طرح ٢ أحاد الخاصل ضرب $-$ ٣ في $-$ ٢ يتصل بطرح المضروب وهو $-$ ٣ مرتين وهو يفيد $+$ ٣ $+$ ٣ أي $+$ ٦ ويعرف بما تقدم أن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلاية واحدة تكون علامته $+$ وأن حاصل ضرب العددين المسبوقين بعلايتين مختلفتين تكون علامته $-$

(تنبيه) * لا صعوبة في أن يستتج من هذه القاعدة الأخيرة انه في صورة ما اذا كانت عوامل الحاصل سالبة تكون علامة هذا الحاصل $+$ او $-$

على حسب ما إذا كان عدد العوامل زوجاً أو فرداً وعليه فحاصل ضرب هذه العوامل الأربعة وهي — ٢ — و — ٣ — و — ٤ — و — ٥ — هو + ١٢٠ وحاصل ضرب هذه العوامل الثلاثة وهي — ٢ — و — ٣ — و — ٤ — هو — ٢٤

(٢٥٠) متى علم حاصل العددين المسمى مقسوماً وعلم أحدهذين العددين المسمى مقسوماً عليه فالقسمة حينئذ عبارة عن معرفة العدد الآخر المسمى خارج القسمة كما في غرة ٢٥ ويؤخذ من هذا التعريف ومن قاعدة العلامات في الضرب أن خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة واحدة تكون علامته + وأن خارج قسمة العددين المسبوقين بعلامة مختلفة تكون علامته —

فعلى هذا يكون $\frac{1}{2} + = \frac{1}{2} +$ و $\frac{1}{2} - = \frac{1}{2} -$ و $\frac{1}{2} + = \frac{1}{2} -$ و $\frac{1}{2} - = \frac{1}{2} +$ فان كل قسمة من تلك القسم تجد فيها المقسوم ناتجاً عن ضرب المقسوم عليه في خارج القسمة

• (الفصل الرابع) •

(في بيان اللوغاريتمات السالبة)

(٢٥١) يسهل علينا الآن أن نبين أنه متى أجريت عملية الجمع والطرح بموجب قواعد غرة ٢٤٦ و ٢٤٨ فخواص غرة ٢٤١ تجري في اللوغاريتمات الموجبة والسالبة المعينة بهاتين المتواليتين غير المحدودتين وهما

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10000 & 1000 & 100 & 10 & 1 & 0.1 & 0.01 & 0.001 & 0.0001 & 0.00001 & 0.000001 & 0.0000001 & 0.00000001 & 0.000000001 & 0.0000000001 & 0.00000000001 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10000 & 1000 & 100 & 10 & 1 & 0.1 & 0.01 & 0.001 & 0.0001 & 0.00001 & 0.000001 & 0.0000001 & 0.00000001 & 0.000000001 & 0.0000000001 & 0.00000000001 \end{array}$$

ويان ذلك أنه إذا ضربنا عدة حدود في بعضهما من المتواليات الهندسية وجعلنا الحدود المتتالية لها من المتواليات العددية كان الحاصل والجمع حدين متقابلين في هاتين المتواليتين وحيث أن أعداد ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ الخ هي القوى المتتالية لعدد ١٠ فلما نضع المتواليتين على هذا المنوال

$$\frac{1}{10} : \frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{10} : \frac{1}{10} : \frac{1}{10} : \frac{1}{10} : \frac{1}{10} : \frac{1}{10} : \frac{1}{10}$$

$$- 0.05 - 0.04 - 0.03 - 0.02 - 0.01 - 0.01 - 0.01 - 0.01 - 0.01 - 0.01$$

فعلى هذا اذا اعتبرنا مطلق حدين من المتواليه الهندسيه كحدى $\frac{1}{10}$

و ١٠ مثلاً كان حاصل ضربهما هو $\frac{10 \times 1}{10}$ (كافى غرة ٨١)

أو $\frac{1 \times 1}{10 \times 10}$ (كافى غرة ٢٤) أو $\frac{1}{10}$ (كافى غرة ٧٣)

وحيث ان الحدين المقابلين لهما من المتواليه العدييه هما ٥ و ٢ فمجموعهما يساوى ٥ + ٢ أى ٢ - كافى الصورة الثانيه من غرة ٢٤٦ فيظهر ان حاصل الضرب وهو $\frac{1}{10}$ والمجموع وهو ٢ - حادان متقابلان

في المتواليتين

ويمكن أن يستنتج مما تقدم بواسطه براهين كبراهيم غرة ٢٤١ ان خواص غرة ٢٤١ تصلح للمتواليتين السابقتين ولنمثل لذلك فنقول

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج حاصل ضرب 10^5 فى $\frac{1}{10}$

فاجمع عددى + ٥ و - ٢ اللذين هما الوغاريتما العاميين وحيث ان المجموع هو + ٣ كافى الصورة الثانيه من غرة ٢٤٦ فعدد 10^3 المقابل له هو الحاصل المطلوب

المثال الثانى أن يكون المطلوب استخراج خارج قسمة 10^3 على $\frac{1}{10}$

نخذ عددى + ٣ و - ٢ اللذين هما الوغاريتما هذين العددين ثم أطرح - ٢ من + ٣ فيكون الباقي + ٥ كافى غرة ٢٤٨

فيكون عدد 10^5 المقابل للوغاريتم + ٥ هو خارج القسمة المطلوب

فهو واقع بين حدين متسايلين منها ولو غار يتم واقع بين الحدين المقابلين لهما
من المتوالية العددية وحيث ان التفاضل بين هذين الحدين الاخيرين أصغر
من المقدار التقريبي المفروض فكل منهما يدل على الاوغارتم المطلوب

(تنبيه) • يكفي في الاقتصار على استخراج لوغار يتم أى عدد صحيح مفروض
ومعرفته بدون واسطة أن تبحث بالتوالي عن الوسط الهندسى بين كل حدين
من متوالية هندسية جديدة محتويين على العدد المبحث عن لوغار يتم
وتبحث أبناعن الوسط العددي بين كل حدين مقابلين لهما من متوالية
عددية جديدة فكل وسط عددي يكون لوغارتم الوسط الهندسى المقابل له .

مثلا • اذا كان المطلوب استخراج لوغارتم عدد ٣ بحيث يعطى تقريبا
على جزء من ألف من الواحد فابحث أولا عن الوسط الهندسى بين حدى ١

و ١٠ من المتوالية الهندسية المحتويين على عدد ٣ فتجد ٧ و ١٠
او ٣ و ١٦٢ وهكذا من الأعداد الاعشارية فيكون الوسط العددي

وهو ٥٠ بين حدى ٠ و ١ من المتوالية العددية المقابلين للحدتين
السابقين هو لوغارتم ٣ و ١٦٢ وهكذا من الأعداد الاعشارية وحيث ان

عدد ٣ واقع بين ١ و ٣ و ١٦٢ وهكذا من الأعداد الاعشارية
فلوغارتمه يكون واقعا بين عددي ٠ و ٥٠ اللذين هما لوغارتم عدد ١

و ٣ و ١٦٢ وهكذا من الأعداد الاعشارية ثم ابحت عن عدد ٧٧٨
وهكذا من الأعداد الاعشارية الذى هو الوسط الهندسى بين ١ و ٣ و ١٦٢

وهكذا من الأعداد الاعشارية وعن عدد ٢٥ الذى هو الوسط
العددي المقابل له بين ٠ و ٥٠ فهذا الوسط الاخير هو لوغارتم

١ و ٧٧٨ وهكذا من الأعداد الاعشارية واذا استمرت على هذا العمل
رأيت بواسطة ابقاء ثلاثة أرقام اعشارية أن الاواسط الهندسية هي

٣ و ١٦٢ و ١ و ٧٧٨ و ٣ و ٢٧١ و ٣ و ٧٣٨ و ٢ و ٩٤٢ و ٣ و ٠٥٠
و ٢ و ٩٩٦ و ٣ و ٠٢٣ و ٣ و ٠٠٩ و ٣ و ٠٠٢ و ٣ و ٩٩٩

وأن الاواسط العددية المقابلة لها هي

٥٠٠ و ٢٥٠ و ٣٧٥ و ٤٣٧ و ٤٦٨ و ٤٨٤ و
 ٤٧٦ و ٤٨٠ و ٤٧٨ و ٤٧٧ و ٤٧٧
 وحيث ان عدد ٣ واقع بين حدى ٣٠٠٢ و ٢٩٩٩ من
 المتوالية الهندسية فلوغاريتمه يكون واقعا بين الحدين المتقابلين له حامن
 المتوالية العددية وهما ٢٤٧٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية
 و ٤٧٧ وهكذا من الاعداد الاعشارية وعليه فقد دار لوغارتم ٣
 التقريبي من جزء من ألف من الواحد هو ٤٧٧
 (٢٥٤) يكتب في ايجاد لوغارتمات الاعداد التى تكون أكبر وأصغر من
 الواحد أن تسخرج لوغارتمات الاعداد الأولية بالطريقة السابقة في غرة ٢٥٣
 بأن لا تدخل الا واسط الهندسية والعددية الا بين حدود ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠
 الخ و ٠ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ الخ من المتواليين لاصليتين حتى حصلت به هذه
 الطريقة المقادير التقريبية حسب الامكان للوغارتمات الاعداد الأولية التى
 هى ٢ و ٣ و ٥ و ٧ و ١١ و ١٣ و ١٧ و ١٩ و ٢٣ الخ نتج عن ذلك
 لوغارتمات الاعداد الاخرى بواسطة جوع وطروح وجيرة جدا وذلك
 لانه بتفصيل العدد العظيم الى عوامل أولية كما في غرة ٦٥ يكون
 لوغارتم هذا العدد مساويا لمجموع لوغارتمات عوامله كما في القاعدة الاولى
 من غرة ٢٤١ وبطرح لوغارتم المقام من لوغارتم البسط كما في التنبيه
 الاقل من غرة ٢٤١ يحصل لوغارتم الكسر سواء كان أكبر من الواحد
 أو أصغر منها

• (الفصل الخامس) •

(في بيان كيفية وضع جدول اللوغارتمات واستعماله)

(٢٥٥) جداول اللوغارتمات عند هم كثيرة وكل جدول منها يذكر من قبله
 تنبيهات تتعلق ببيان وضعه الخاص به فمن ثم رأينا أن تقتصر هنا على بيان وضع
 جدول اللوغارتمات الآتى فى آخر كتابنا هذا وبيان استعماله لانه فنقول
 ان هذا الجدول يحتوى على غارتمات الاعداد العشرة التى أولها ١

وآخرها ١٠٠٠٠ وهي لوغارتمات لها من الارقام خمسة اعشارية
وهذه الاعداد العجيبة مرسومة في الاعمدة المعنونة عنها بحرف ع
(الموضوع فوقها وهو رمز للاعداد العجيبة المذكورة) واجزاء لوغارتماتها
الاعشارية مرسومة على يسارها في الاعمدة المعنونة عنها بكلمة لوغا
(الموضوعة فوقها وهي مختصرة من لوغاريتيم) ولم توضع الاعداد التينية
في تلك الجداول نظرا الى انه لا صعوبة في أن يقوم مقامها استحضار أن العدد
التينيني للوغاريتيم العدد الصحيح يحتوى على عدة احاد فاصلة واحدا بقدر ما في
هذا العدد من الارقام كما تقدم في الامر الاول من غرة ٢٤٢
ولاجل أن يكون ما يحصل من الخطأ في هذه الصورة أم في صورة ما اذا لم يبق
من الارقام الا خمسة اعشارية بسيرا جدا استخراجها بطريقة غرة ٢٥٣
الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمات ثم حذفوا الرقم الاعشاري
الاخير بموجب قاعدة غرة ١٠٥ فصارت بذلك متساوية للوغارتمات تقريبية
من نصف مائة الى الواحد مثلا * لما كانت لوغارتمات اعداد
٣ و ٤ و ٥٣ هي ٤٧٧١٢١ و هكذا من الاعداد
الاعشارية و ٦٠٢٠٥٩ و هكذا من الاعداد الاعشارية
و ١٧٢٤٢٧٥ و هكذا من الاعداد الاعشارية كانت لوغارتمات هذه
الاعداد في الجدول هي

٤٧٧١٢ و ٦٠٢٠٦ و ١٧٢٤٢٨

ولاجل تحصيل الستة الاعشارية الاولى من اللوغارتمات تجري العمل
بموجب قاعدة غرة ٢٥٣ وتستمر على ذلك حتى يصير التفاصل بين
كل حدين متتاليين من المتوالية العددية اصغر من ٠٠٠٠٠٠١
ولا يوجد في المتواليات الهندسية المتتالية عد من الاعداد العجيبة الواقعة
بين ١٠ و ١٠٠ و ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ لان الاواسط الهندسية
الداخلية بين الحدود كلها اصماء غير أنه اذا وقع عدد من الاعداد العجيبة بين
حدين متتاليين من المتوالية الهندسية الاخيرة دل كل من الحدين

المقابلين لهما من المتواليات العددية على أن مقدار لوغاريتم هذا العدد الصحيح
تقريبى من ٠.٠٠٠٠٠٠١ لان التفاضل بين هذين الحدين أقل من
٠.٠٠٠٠٠٠١

والتفاضل بين لوغاريتمى كل عدد من صحيحين متتاليين واقع بين ١٠٠٠
و ١٠٠٠٠ مرسوم فى العمود الموضوع فى الجهة اليسرى من عمود
اللوغاريتمات محاذيا للمساافة التى بين اللوغاريتمين وهو معنون عنه بصرف
(الموضوع فوقه) وأول رقم على يمين هذا التفاضل يدل على جزء من مائة ألف
من الواحد

وبهذه الكيفية ترى أن التفاضل بين لوغاريتمات عددى ٣٢٨٥ و ٣٢٨٤
هو ١٤ من مائة ألف من الواحد أى ١٤ ٠.٠٠٠

وأما التفاضلات التى بين لوغاريتمات الأعداد الصحيحة التى تكون أصغر
من ١٠٠٠ فلا وجود لها فى الجدول لعدم الحاجة الى استعمالها كما
سأبقى

(٢٥٦) يكفى فى الاستعداد لأجراء العمليات بواسطة جدول اللوغاريتمات
معرفة حل هاتين المسئلتين

المسئلة الأولى • أن يكون المطلوب إيجاد لوغاريتم عدد مقروض
(وفيه عدة صور)

الصورة الأولى • أن يكون لعدد المقروض صحيحا وأصغر من ١٠٠٠٠
فى هذه الصورة يكون الجزء العشارى للوغاريتم موجودا فى الجدول
ويكون العدد التيبينى مشعلا على عدة أحاد ناقصة واحدا بقدر ما فى العدد
المقروض من الأرقام كافى الأمر الثانى من غمرة ٢٤٢

فمبنى ذلك ترى أن لوغا ٨٧٨٥ = ٣٩٤٣٧٤ ولوغا ٢١٥٩ =
٣٢٣٤٢٥ ولوغا ٩ = ٠.٩٥٤٢٤

(الصورة الثانية) • أن يكون العدد المقروض صحيحا وكبير من ١٠٠٠٠
فالعدد التيبينى للوغاريتم هذا العدد المقروض هو فى هذه الصورة معلوم

من قبل كما في الامر الاول من غرة ٢٤٢ فيقتصر حيث ذهلي البحث عن
الجزء الاعشاري من هـ هذا اللوغاريتم وحيث ان الامر الثاني من غرة ٢٤٢
ينتج أن الجزء الاعشاري من لوغاريتم أى عدد ~~كان لا يتغير~~ بقسمة هـ ذ
العدد على قوة ١٠ فلما منع من ترجيع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشاري
من لوغاريتم أى عدد وقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بأن توضع الشرطة
عقب الارقام الاربعة الاول الموجودة على عين العدد المبحث عن لوغاريتم
(ولمعمل لذلك فنقول)

المثال الاول أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩٨ فنقول
ان عدد هـ هذا اللوغاريتم التبيقي ٤ ويرتبه الاعشاري هو عين جزء
لوغاريتم ٢١٥٩٨ لان لوغا ٢١٥٩٨ = لوغا (١٠ × ٢١٥٩٨)
= لوغا ٢١٥٩٨ + لوغا ١٠ = لوغا ٢١٥٩٨ + ١

فيكتفى حينئذ البحث عن الجزء الاعشاري من لوغا ٢١٥٩٨
وحيث ان لوغار ٢١٥٩ هو ٣٢٣٤٢٥ فلا بد من تعيين ما يجب
اضافته الى هذا اللوغاريتم الاخير ليحصل لوغاريتم ٢١٥٩٨
ويبقى التنبيه قبل اجراء هذا العمل على انه يلزم ان يفرض أن التفاضلات التي
بين الاعداد والتفاضلات التي بين لوغاريتمات هـ ذه الاعداد بينهم ما تناسب
وما ينشأ عن هـ ذ القرض من الخطأ يكون صغيرا بـ ~~د~~ كبر الاعداد
المذكورة فلذا أرجعنا المسئلة الى إيجاد لوغاريتم أى عدد يقع بين
١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ وبذلك يحصل دائماً مقدار اللوغاريتم المطلوب
من المناسبة فيكون تقريرا جراً من مائة ألف من الواحد فإذا نلزم عند
استخراج الحد الرابع من المناسبة اهمال الاجزاء التي يكون أقل من
أجزاء من مائة ألف من الواحد

فعلى هذا يقال حيث ان التفاضل بين لوغاريتمات عددي ٢١٥٩ و ٢١٦٠
هو ٢٠ من مائة ألف ٢٠٠٠٠٠٠٠ فإذا أضيف واحد من
الاحد الى عدد ٢١٥٩ لزم أن يضاف ٢٠٠٠٠٠٠٠ الى عدد

٢٣٣٤٢٥ الذي هو لوغاريتم عدد ٢١٥٩ فمما قد ارمضنا
من الاعداد الى عدد ٢٣٣٤٢٥ الذي هو لوغاريتم عدد ٢١٥٩
في صورتها اذا اضيف ٠.٨ الى عدد ٢١٥٩ فنقول اذا رُمِ الى
المجهول بحرف x تركب هذه المناسبة (المعنون عنها بالنسبة الاولى) وهي
١ : ٠.٢٠ : ٠.٨ : x وينتج من هذا أن

$$x = ٠.٠٠٠١٦$$

واذا اُضيف ٠.٠٠٠١٦ الى ٢٣٣٤٢٥ كان المجموع وهو ٢٣٣٤٤١ هو
لوغاريتم ٢١٥٩.٨ وحيث أن لوغا ٢١٥٩.٨ = لوغا ٢١٥٩.٨
+ ١ فلورغاريتم ٢١٥٩.٨ هي ٢٣٣٤٤١

(تنبيه) يعرف بالمناسبة الاولى كيفية تحصيل ما يلزم اضافة الى لوغاريتم
الجزء الصحيح من العدد المفروض بأن يضرب الجزء الاعشاري من هذا العدد
المفروض في التفاضل المبين في الجدول بين لوغاريتي العددين الصحيحين
المتاليين المحتويين على العدد المفروض

المثال الثاني أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم ٢١٥٩.٨٠٠٠ فيكون
٠. ٢١٥٩.٨ = ٢١٥٩.٨ × ١٠٠٠ فاذن يكون لوغا
٢١٥٩.٨٠٠. = لوغا ٢١٥٩.٨ + لوغا ١٠٠٠ = لوغا
٢١٥٩.٨ + ٣ = ٧.٣٣٤٤١

وبالجملة فيمكن في استخراج لوغاريتم العدد الصحيح المنتهي باصفار أن تستخرج
لوغاريتم هذا العدد بقطع النظر عن تلك الاصفار المنتهي بها ذلك العدد ثم تزيد
على العدد المنتهي بهذا اللوغاريتم الاخير عدة آحاد بقدر عدد الاصفار كما في
الامر الثاني من غمرة ٢٤٢

المورد الثالثة أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم كسر من الكسور
فتم طرح لوغاريتم المقام من لوغاريتم البسط فيكون الباقي هو اللوغاريتم المطلوب
كما في غمرة ٢٤١

وعليه فاللوغاريتم يكون موجبا او سالبا على حسب كسر الكسر او صفرا

عن الواحد (ولنحمل لذلك فنقول)

المثال الاول • ان يكون المطلوب تعيين لوغاريتم $\frac{2478}{9}$ فابحث عن
لوغاريتم 2478 و 9 فجددهما 3054133 و 0.95424
ثم اطرح اللوغاريتم الثاني من الاول فيكون الباقي وهو 2058709
هو اللوغاريتم المطلوب

المثال الثاني • أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم $\frac{9}{2478}$ فيكون
لوغا $\frac{9}{2478} = 9 -$ لوغا $2478 = 0.95424 -$
 $3054133 = 2058709$

(تنبيه) • قد استبان أن طريقة العمل في استخراج لوغاريتم الكسر الذي
يكون اصغر من الواحد تدول الى طرح لوغاريتم البسط من لوغاريتم المقام
ووضع علامة - قبل الباقي

الصورة الرابعة • أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم عدد اعشاري
وحيث كان العدد الاعشاري يساوي الكسر الاعتيادي الذي بسطه
العدد الاعشاري بقطع النطر عن الشرطة ومقامه الواحد الذي يليه من
الجهة اليمنى اصفاريه درالارقام التي على يمين الشرطة كما في غرة (٩٣)
فلوغاريتم العدد الاعشاري يستخرج بالبحث أولاً عن لوغاريتم العدد
الصحيح الناتج بعد حذف الشرطة من العدد المفروض وبان بطرح من هذا
اللوغاريتم احدى بقدر ما في العدد المفروض من ارقام الاعشارية لان
لوغاريتم الواحد المتبوع بعدة اصفار عبارة عن عدد مركب من عدة
اخذ بقدر عدد تلك الاصفار كما في الامر الاول من غرة ٢٤٢ (ولنحمل لذلك
فنقول)

المثال الاول • أن يكون المطلوب استخراج لوغاريتم 21098
فيكون لوغا $21098 = \frac{21098}{1000} =$ لوغا $21098 -$
لوغا $1000 = 21098 - 3$

فاذن يكفي البحث عن لوغاريتم 21098 ثم طرح ثلاثة احمدها حيث ان

لوغا $21098 = 433441$ (كما في المثال الاول من الصورة الثانية)

فاذن لوغا $21098 = 133441$

(تنبية) • العدد التيبقي للورغاريت العدد الاعشاري الذي يكون اكبر من الواحد يحتوي على احاد ناقصة واحدا بقدر ما في الجزء الصحيح من هذا العدد من الارقام والجزء الاعشاري من لوغاريت أى عدد لا يتغير بتقديم الشرطة عن موضعها الى عدة خانات في الجهة اليمنى او اليسرى من هذا العدد كما في الامر الثاني من عمدة ٢٤٢

وعليه ففى صورة ما اذا كان المطلوب البحث عن لوغاريت عدد اعشاري اكبر من الواحد يمكن دائما ان جميع المسئلة الى تعيين الجزء الاعشاري من لوغاريت العدد الاعشاري الواقع بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ بتأخير الشرطة عقب الارقام الاربعة الاول من الجهة اليسرى من العدد الاعشاري المبحوث عن لوغاريت

وحينئذ فلا بد ان يجد لوغاريت 21098 يلاحظ ان العدد التيبقي لهذا الوغاريت هو ١ وان الجزء الاعشاري منه هو عين الجزء الاعشاري من لوغاريت 21098 ويبحث حينئذ عن الجزء الاعشاري من لوغا 21098 فيرى بموجب ما سبق في المثال الاول من الصورة الثانية ان هذا الجزء الاعشاري هو 33441 وحيث تبين ان العدد التيبقي للوغا 21098 هو ١ فلوغا $21098 = 433441$ وبم هذه الطريقة تجد لوغاريتات اعداد 21098 و 21098 و 8780 و 8780 هي 33441 و 433441 و 294374 و 294374

المثال الثاني • ان يكون المطلوب استخراج لوغاريت 21098 فلوغا $21098 = 433441$ فلوغا $21098 = 1000000$ فلوغا $21098 = 7$ وحيث ان لوغا $21098 = 433441$ فلوغا $21098 = 0.0021098$

$$١٤٣٣٤٤١ - ٧ = - ٢٦٦٥٥٩ \text{ كما في غمرة } ٢٤٥$$

(تنبيه) * لك أن تضع لوغاريتم ٠٠٠٢١٥٩٨ على وجه آخر بان
تلاحظ ان $٣٣٤٤١ - ٤ = ٧ = ٣٣٤٤١ + ٧ - ٤ = ٣٣٤٤١ -$
 $٣ + ٣ = ٣٣٤٤١$ واذا وضعت علامة -
فوق عدد ٣ التبيين دلت على ان هذا العدد دون غيره سالب
بحيث يلزم ان الجزء الاعشارى وهو ٠٣٣٤٤١ يضاف الى
٣ -

فموجب هذا التنبيه يكون لوغا $٠٠٠٢١٥٩٨ = - ٢٦٦٥٥٩$
 $= ٣٣٣٤٤١$ ويظهر ان لوغاريتم العدد الاعشارى الذى هو اصغر من
الواحد يوضع على وجهين مختلفين

الاول اذا اريد ان اللوغاريتم يكون كـ له سالباً بطريقة العمل قول
الى البحث عن الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد الصحيح الناتج بعد حذف
الشرطة من العدد المقروض وطرح هذا الجزء الاعشارى من ١٠٠٠٠٠
(وهو يؤخذ الى ان يطرح من ١٠ اول رقم من هذا الجزء الاعشارى من
الجهة اليمنى ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) فيكون الباقي
هو الجزء الاعشارى من اللوغاريتم المطلوب ويكون العدد التبيينى لهذه
اللوغاريتم محتوي على عدة احادية كما هو موضح من الامثلة بين الشرطة وأول
رقم اعشارى معنوى من العدد المقروض

مثلاً * اذا كان المطلوب تعيين لوغاريتات عدد ٠٠٢١٥٩٨
و ٠٠٢١٥٩٨ و ٠٠٠٢١٥٩٨ فابحث عن عدد ٣٣٤٤١
الذى هو الجزء الاعشارى من لوغاريتم ٢١٥٩٨ وطرح ٣٣٤٤١
من ١٠٠٠٠٠ فيكون الباقي وهو ٦٦٥٥٩ هو الجزء الاعشارى
من اللوغاريتات المطلوبة وحيث ان ٠ و ١ و ٣ هى اعدادها
التبيينية فاللوغاريتات هى - ٢٦٦٥٥٩ و - ٢٦٦٥٥٩ و
و - ٢٦٦٥٥٩

الوجه الثاني اذا أردنا ان العدد التيني وحده هو الذي يكونه الباقر بقية
العمل تول الى البحث عن الجزء الاعشارى من لوغاريتم العدد الصحيح الناتج
بعد حذف الشرطة من العدد الاعشارى المقروض ويحصل له هذا الجزء
الاعشارى عدد تينى سالب يحتوى على عدة احاد زائدة واحدة بقدر
ما يوجد من الاصغار بين الشرطة واول رقم اعشارى معنوى من العدد
المقروض

مثلا * اذا كان المطلوب استخراج لوغاريتات اعداد ٢١٥٩٨ و ٣٣٤٤١
و ٢١٥٩٨ و ٠٠٠٠٢١٥٩٨ و ٠٠٠٠٠٢١٥٩٨ فابحث عن عدد ٢١٥٩٨
الذى هو الجزء الاعشارى من لوغاريتم ٢١٥٩٨ فبعد اللوغاريتمات
المطلوبة هي

٢١٥٩٨ و ٢١٥٩٨ و ٢١٥٩٨

(تنبيه) * اللوغاريتمات التى اعدادها التينية دون غيرها سالبة في
استعمالها خاصة هي انه مهما كانت قوى عدد ١٠ التى يضرب فيها
اعدادها يقسم عليها اعدادها التى تكون اكرادها صغر من الواحد الناتجة
من ذلك يكون لها لوغاريتات موجبة الاعشارى لا تفيدها ولا تانى ذلك في
الاعداد التى تكون اصغر من الواحد في صورة ما اذا كانت اللوغاريتمات
المستعملة كلها سالبة

ومقتضى هذا التنبيه انه اذا لم تختلف الاعداد الصحيحة الا فى الاصغار الموضوعة
على يمينها ولم تختلف الاعداد الاعشارية الا فى وضع الشرطة تكون لوغاريتات
هذه الاعداد متعددة الجزء الاعشارى

وعليه فيقال حيث ان لوغاريتم ٢١٥٩ هي ٣٣٤٢٥ و ٣
فلوغاريتات اعداد ٢١٥٩٠٠٠٠ و ٢١٥٩ و ٢١٥٩ و ٠٠٠٢١٥٩
و ٢١٥٩ و ٠٠٠٠٠٢١٥٩ هي ٣٣٤٢٥ و ٧ و ٢٣٣٤٢٥ و ٢
و ٢٣٣٤٢٥ و ٢٣٣٤٢٥

(٢٥٧) المسئلة الثانية أن يكون المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه

لونغاريتم مقروض (وفيها عدة صور)

• (الصورة الاولى) • اذا كان اللونغاريتم المقروض موجباً فإنه ينسب الى عدد اكبر من الواحد ووجب ما سبق في الصورة الاولى من غرة ٢٤٢ ترى أن العدد التبييني اذا اضيف اليه واحد يدل على عدد الارقام الموجودة في الجزء الصحيح من العدد الذي ينسب اليه اللونغاريتم المقروض (وفي ذلك صورتان)

• (احدهما) • أن يكون العدد التبييني للونغاريتم المقروض ٣ فيكون العدد الذي ينسب اليه اللونغاريتم المقروض واقما بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ فلاجل ايجاده هذا العدد يبحث عن الجزء الاعشاري من اللونغاريتم المقروض في الائمة المعنونة بكامة لونغاريتم الاجزاء الاعشارية من لونغاريتمات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة

فتجى وجدت في الجدول الجزء الاعشاري من اللونغاريتم المقروض رأيت العدد المطلوب موضوعاً على عين هذا الجزء الاعشاري في العمود المعنون بحرف ع

فهم هذه الطريقة تجد هذه اللونغاريتمات وهي ٣٠٠٠٠٤٣ و ٣٠٩٤٣٧٤ و ٣٢٣٤٢٥ و ٣٩٩٩٣٩ منلائق نسب الى اعداد ١٠٠١ و ٨٧٨٥ و ٢١٥٩ و ٩٩٨٦

واذا التجدد في الجدول الجزء الاعشاري من اللونغاريتم المقروض فهو بالضرورة واقع بين الجزئين الاعشاريين من لونغاريتم عددين متواليين من الاعداد ذات الارقام الاربعة لان هذين الجزئين الاعشاريين يتزايدان من صفر الى ٩٩٩٩٩ وأصغر هذين العددين العشريين المتواليين يدل على الجزء الصحيح من العدد الاعشاري الذي ينسب اليه اللونغاريتم المقروض

فاذا أردت تفصيل الجزء الاعشاري من العدد المطلوب فأجر العملية على الوجه السابق في الترة المتقدمة بان تفرض دائماً أن تفاضلات الاعداد بينها

وبين تفاضلات لوغارتميات تناسب (يعنى أن النسبة بين تفاضلات الاعداد كالنسبة بين تفاضلات اللوغارتميات) والخطا الناشئ عن هذا القرض انما هو لزوم الاقتصاد عند استخراج الحد الرابع من تناسب على البحث عن رقم الاعشار وربما كان هذا الرقم غير صحيح

• (مثلا) • اذا كان المطلوب معرفة العدد الذى يقرب اليه لوغاريتيم ٢٣٤٤١ د فالجزء الاعشارى وهو ٢٣٤٤١ لا يوجد له فى الاعداد المعنونة بكلمة لوغا بين الاجزاء الاعشارية من لوغارتميات الاعداد الصحيحة ذات الارقام الاربعة وانما يوجد بين جزئى ٢٣٤٢٥ و ٢٣٤٤٥ الاعشاريين من لوغاريتيم عددى ٢١٥٩ و ٢١٦٠ فاذن يكون لوغاريتيم ٢٣٤٤١ منسوب الى عدد ٢١٥٩ مضافا اليه كمية مجهولة اصغر من الواحد يرزى اليه بحرف سـ

ولاجل معرفة سـ يؤخذ من العمود المعنون بحرف و تفاضل ٢٠ من مائة الف اى ٠٠٠٢٠ الذى هو التفاضل بين لوغا ٢١٥٩

ولوغا ٢١٦٠ ويبحث عن تفاضل ٠٠٠١٦ الواقع بين اللوغاريتيم المشروض واللوغاريتيم الجدولى الذى هو اصغر منها ثم يقال اذا كان

فى صورة ما اذا اضيف ٠٠٠٢٠ الى لوغاريتيم ٢١٥٩ يلزم اضافة ١ الى ٢١٥٩ فامة دارما يلزم اضافته الى ٢١٥٩ فى صورة

ما اذا اضيف ٠٠٠١٦ الى اللوغاريتيم العدد المذكور اعنى ٢١٥٩ فتول حينئذ التناسبة المعنون عنها بالتناسبة الثانية وهى ٠٠٠٢٠

١ : ٠٠٠١٦ :: سـ الى ههنا التناسبة وهى

٢٠ : ١ :: ١٦ : سـ كما فى عمدة ٢٠٤

وينتج من هذا أن سـ = ٠٠٨

فاذن يكون لوغاريتيم ٢٣٤٤١ د منسوب الى عدد ٢١٥٩ و ٠٨

(تنبية) • التناسبة الثانية تدل على أن الجزء الاعشارى من العدد المطلوب يتحصل بأخذ التفاضل بين اللوغاريتيم المشروض واصغر اللوغارتميات الجدولية

المحتوية عليه وبسمة هذا التفاضل على التفاضل الجدولي الواقعيين
اللوغاريتميين المحتويين على اللوغاريتم المقروض

• (ثانيه ١٠) • أن لا يكون العدد التبييني للوغاريتم المقروض ٣ وهذه
الصورة ترجع الى المقدمة بأن تزيد على العدد التبييني ما يحتاج اليه من
الاحاد وتنقص منه ذلك حتى يساوي ٣ لكي يوجد بواسطة الجدول
ما يمكن وجوده من ارقام العدد المطلوب ثم تبحث عن العدد الذي ينسب اليه
اللوغاريتم الجديد وحيث ان هذا العدد يساوي العدد المقروض مضروباً
او منسوباً على قوة ١٠ المرموز اليها به عدد الاحاد التي زدتها على العدد
التبييني اوقفه ثم امنه كما في الامر الثالث من غرة ٢٤٢ يسـ لـ حيث قد
استخرج العدد الذي يتسبب اليه اللوغاريتم المقروض بان تقسم العدد
المحصل على قوة ١٠ او تضربه فيها وذلك بنقل الشرطة عند خانة ١ الى
الجهة اليسرى او اليمنى بقدر الاحاد التي زدتها على العدد التبييني اوقفه
منه (ولنمثل لذلك فنقول)

• المثال الاول • أن يكون المطلوب إيجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم
١٠٣٣٤٢٥ فرداثنين من الاحاد على العدد التبييني وهو ١ فيجد
لوغاريتم ١٠٣٣٤٢٥ الناتج من ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩
ثم انقسم هذا العدد الاخير على ١٠٠ بسبب الاثنين اللذين
زدتهما على العدد التبييني وهو ١ للوغاريتم المقروض فخارج القسمة
وهو ٢١٥٩ هو العدد الذي يتسبب اليه لوغاريتم ١٠٣٣٤٢٥
لانك اذا ضربت الى العدد المطلوب بحرف سه وجدت

١٠٣٣٤٢٥ = لوغاسه + ٢ = لوغاسه + لوغاسه ١٠٠ = لوغاسه (سه × ١٠٠)
• (تبيه) • اذا فرضنا أن العدد التبييني ٣ فالجزء الاعشاري وهو ٣٣٤٢٥
من اللوغاريتم المقروض يوجد في الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات الاعداد
العصية ذات الارقام الاربعة واما اذا أبقينا العدد التبييني على اصله وهو ١
فان هذا الجزء الاعشاري لا يوجد في الاجزاء الاعشارية من لوغاريتمات

الاعداد الصحيحة ذات الرقعة

• المثال الثاني • ان يكون المطلوب ايجاد العدد الذي ينسب اليه لوغاريتم ٧٢٣٤٤١ فانتقص ٤ احاد من العدد التبييني وهو ٧ فتجد لوغاريتم ٣٢٣٤٤١ الناتج عن ذلك ينسب الى عدد ٢١٥٩٨٨ كما في الصورة الاولى السابقة (وهي صورة ما اذا كان العدد التبييني ٣) ثم اضرب هذا العدد الاخير في ١٠ اي ١٠٠٠٠ ببسب الاحاد الاربعة التي نقصتها من العدد التبييني وهو ٧ فاصل الضرب وهو ٢١٥٩٨٠٠٠ هو العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المقروض وهو ٧٢٣٤٤١ لانك اذا عرضت الى العدد المطلوب بحرف سه وجدت

$$٣٢٣٤٤١ = \text{لوغاسه} - ٤ = \text{لوغاسه} - \text{لوغا} ١ = \text{لوغا} \left(\frac{\text{سه}}{١٠} \right)$$

• المثال الثالث • ان يكون المطلوب ايجاد الاعداد التي تنسب اليها اللوغاريتمات ٥٠٣٣٤٢٥ و ٢٠٣٣٤٢٥ و ٤٠٣٣٤٢٥ و ٥٠٣٣٤٢٥ فابحث عن عدد ٢١٥٩ المقابل للوغاريتم ٣٢٣٤٢٥ فينتج عن ذلك ان الاعداد المطلوبة هي

$$٢١٥٩ \text{ و } ٢١٥٩٠ \text{ و } ٢١٥٩٠٠ \text{ و } ٢١٥٩٠٠٠$$

• المثال الرابع • ان يكون المطلوب ايجاد الاعداد التي تنسب اليها اللوغاريتمات ٠٣٣٤٤١ و ١٠٣٣٤٤١ و ٢٠٣٣٤٤١ و ٤٠٣٣٤٤١ و ٧٢٣٤٤١ فابحث عن عدد ٢١٥٩٨ المقابل للوغاريتم ٣٢٣٤٤١ فينتج عن ذلك ان الاعداد المطلوبة هي

$$٢١٥٩٨ \text{ و } ٢١٥٩٨٠ \text{ و } ٢١٥٩٨٠٠ \text{ و } ٢١٥٩٨٠٠٠$$

• (تبيينه) • العمليات المتقدمة تؤول الى فرض أن العدد التبييني للوغاريتم المقروض ٣ والى البحث عن العدد الذي ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد ثم انفصل بالشرطة مبتدئا من جهة هذا العدد اليسرى عدة ارقام زائد واحد اقل من الاحاد الموجودة في العدد التبييني للوغاريتم المقروض فاذا لم يكن في عدد الارقام اللازمة لوضع الشرطة كفاية عوضت ذلك بوضع

الاصفار وتقطع النظر عن الشرطة في صورة ما اذا لم تكن متبوعة بأرقام اعشارية

• (الصورة الثانية) • اذا كان اللوغاريتم المقروض كله سالبا فزد عليه من الاحاد ما يحتاج اليه حتى يكون الناتج كله موجبا ويكون عدده التبييني ٣ (بمعنى انك تزيد على ما في العدد التبييني اربعة آحاد) ثم ابحث عن العدد الذي يقسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد واقسمه على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الاحاد الزيدة على اللوغاريتم المقروض (بمعنى انك تنقل الشرطة الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما زيد من الاحاد على اللوغاريتم المقروض) فتكون النتيجة دالة على العدد الذي يقسب اليها اللوغاريتم المقروض لانه يقتضي الامر الثالث من غرة ٢٤٢ اذا زيدت آحاد على العدد التبييني للوغاريتم المقروض تحصل لوغاريتم جديد يقسب الى العدد المطلوب مضروبا في قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الاحاد الزيدة على العدد التبييني

مثلا • اذا كان المطلوب تعيين العدد الذي يقسب اليه لوغاريتم ٢٦٦٥٥٩ الذي هو سالب هي سالبة كله فزد ٤٠٤ اى ٦ آحاد على ٢٦٦٥٥٩ فتجد اللوغاريتم الناتج وهو ٣٠٣٤٤١ يقسب الى عدد ٢١٥٩٨ وهو هذا العدد الاخير يساوى حاصل ضرب العدد المطلوب في ١ كما في الامر الثالث من غرة ٢٤٢ فاذن يحصل العدد الذي يقسب اليه اللوغاريتم المقروض بقسمة ٢١٥٩٨ على ١ بمعنى انك تنقل الشرطة ست خانات الى جهة ٢١٥٩٨ اليسرى بحيث يكون لوغاريتم ٢٦٦٥٥٩ منسوب الى عدد ٢١٥٩٨

• (تنبيه) • طريقة العمل السابقة معصرة في طرح الجزء الاعشاري للوغاريتم المقروض من ١٠٠٠٠٠ (بان تطرح من ١٠ اول رقم من جهة هذا الجزء الاعشاري الباقي ومن ٩ جميع الارقام الاعشارية الباقية) وفي كون الباقي بقدر كثره اعشاري من لوغاريتم عدده التبييني ٣

وفي البحث عن العدد الاعشارى الذى ينسب اليه هذا اللوغاريتم الجديد
وفي نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد الاعشارى اليسرى ليكون
الناتج مشقلا على عدة اصفارين الشرطة واقل رقم اعشارى معنوى بقدر
ما فى العدد التبيينى للوغاريتم المفروض من الاحاد

وعليه فلاجعل ايجاد الاعداد التى تنسب اليها اللوغاريتمات — ٦٦٥٥٩ ر٠

و — ٦٦٥٥٩ ر١ و — ٦٦٥٥٩٢ ر٢ طرح ٦٦٥٥٩ من ١٠٠٠٠٠

فيكون ٣٣٤٤١ هو الباقي وحيث ان ٣٣٤٤١ ر٣ هو لوغاريتم

٢١٥٩٨ فالاعداد المطلوبة هي ٢١٥٩٨ ر٠ و ٢١٥٩٨ ر٠٠٠٠٢١٥٩٨

و ٢١٥٩٨ ر٠٠٠٠٢١٥٩٨

• (الصورة الثالثة) • اذا كان العدد التبيينى هو السالب فقط فزد عليه عدة

احاد حتى يصير موجبا و — او يا ٣ (بمعنى انك تفرض ان الجزء الاعشارى

من اللوغاريتم المفروض مساويا لعدد تبيينى موجب يساوى ٣)

ثم ابحث عن العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم الجديد واقسم هذا العدد

على قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الاحاد المازيدة على العدد التبيينى (بمعنى انك

تنقل الشرطة الاعشارية الى الجهة اليسرى عدة خانات بقدر ما زيد من الاحاد

على العدد التبيينى) فتدل النتيجة على العدد الذى ينسب اليه اللوغاريتم

المفروض لانك اذا زدت عدة آحاد على العدد التبيينى من اللوغاريتم المفروض

تتصل لوغاريتم جديد ينسب الى العدد المطلوب مضروبا فى قوة ١٠

المرموز اليها بعدد الاحاد المازيدة على العدد التبيينى السالب من اللوغاريتم

المفروض كما فى الامر الثالث من غرة ٢٤٢

مثلا • المطلوب ايجاد العدد الذى ينسب اليه لوغاريتم ٣٣٤٤١ ر٣

فهو مقتضى ما تقر فى التنبيه التالى للمثال الثانى فى الصورة الرابعة من غرة ٢٥٦

يكون $٣٣٤٤١ ر٣ = ٣ - ٣٣٤٤١ ر٣$

فاذا زيد حيث نذ ٦ على ٣٣٤٤١ ر٣ صارت النتيجة

$٦ - ٣٣٤٤١ ر٣$ او $٣٣٤٤١ ر٣ + ٣$ اى $٣٣٤٤١ ر٣$

واللوغاريتم الجدي وهو ٣٣٣٤٤١ ينسب الى العدد المطلوب مضروباً في ١ فيبحث حينئذ عن عدد ٢١٥٩٨ الذي يقابل لوغاريتم ٣٣٣٤٤١ ثم يقسم ٢١٥٩٨ على ١ فتكون النتيجة وهي ٠.٠٠٢١٥٩٨ هي العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم المفروض وهو ٣٣٣٤٤١

• (تقيسه) • طريقة العمل السابقة تؤل الى فرض أن الجزء الاعشاري من اللوغاريتم المفروض مـ بوق بعدد تبييني مقداره ٣ والى البحث عن العدد الذي ينسب اليه اللوغاريتم الجدي والى نقل الشرطة عدة خانات الى جهة هذا العدد اليسرى حتى تحموى النتيجة فيما بين الشرطة وأول رقم اعشاري معنوي على عدة مائة فارتفع واحد عن عدد الاحاد الموجودة في العدد التبييني السالب من اللوغاريتم المفروض

فعلى هذا اذا أردت ايجاد الاعداد التي تنسب اليها اللوغاريتمات ٣٣٤٤١ و ٣٣٤٤١ و ٣٣٤٤١ و ٣٣٤٤١ و ٣٣٤٤١ فابحث عن عدد ٢١٥٩٨ الذي يقابل لوغاريتم ٣٣٤٤١ فينتج من ذلك أن الاعداد المذكورة هي ٠.٠٠٢١٥٩٨ و ٠.٠٠٢١٥٩٨ و ٠.٠٠٢١٥٩٨ و ٠.٠٠٢١٥٩٨ و ٠.٠٠٢١٥٩٨

(٢٥٨) ماذا كرناه من الامثلة يكفي في كون الطالب يصير فيه اهلية وصلاحيه لاستخراج لوغاريتم اي عدد مفروض ولايجاد العدد الذي ينسب اليه اي لوغاريتم مفروض وانما أرجعنا المسئلة فيما سبق الى ابراء العملية على لوغاريتمات الاعداد المتحصرة بين ١٠٠٠ و ١٠٠٠٠ لان هذه الطريقة لها خاصية بيان ما عليه جدول اللوغاريتمات الذي وضعناه في آخر الكتاب من درجة الصحة وكمال الضبط والدقة بحيث جريتنا في العمل على هذه الطريقة فيقال

(اولاً) • اذا أردت ايجاد لوغاريتم عدد مفروض فالتناسب المعنون عنده بالنسبة الاولى كما في السورة الثانية من غمرة ٢٥٦ لا ينتج الا برأ من مائة

الف من احاد الوغاريتم المفروض به. في ان الوغاريتم المطلوب يحصل بحيث
يبلغ تقريبا جزأ من مائة ألف من الواحد

(ثانيا) حيث ان الوغاريتمات الجداولية ليس لها من الارقام الاعشارية
سوى خمسة ففاديرها لا تعرف الا بعدد تقريبي من نصف جز من مائة ألف

من الواحد كما في غرة ٢٥٥ والخطأ الناتج من الارقام الاعشارية المتروكة
هو عبارة عن أنه في صورة ما اذا أريد ايجاد العدد الذي يذهب اليه الوغاريتم
مفروض عدده التبييني ٣ قد لا يتبع من الجدول الأربعة ارقام اعشارية
على عيين العدد المطلوب بمعنى انه في بعض الاحيان لا تدل المتناسبة المعنونة عنها
بالتناسبية الثانية كما في الصورة الاولى من غرة ٢٥٧ على رقم اعشاري من

ارقام العدد الذي يذهب اليه الوغاريتم المفروض

وذلك لانه حيث كان التقاضل الاصغريين كل لوغاريتمين جدولين متساويين
يساوي ٠.٠٠٠٠٤ فقط دار ٠.٠٠٠٠٤ والمذكور الذي هو

خطا الوغاريتم من الوغاريتمات يحدث في العدد المقابل لهذا الوغاريتم خطأ
يكون جزء من مائة الف من الواحد

فاذن عدد ٠.٠٠٠٠١ الذي هو خطأ أي لوغاريتم كان يمكن
أن يحدث في العدد المقابل لهذا الوغاريتم خطأ قدره تقريبا ١/٢ أي ٠.٢٥

وعليه نلاحظ الوغاريتم اذا كان نصف جز من مائة الف من الواحد يمكن
ان يحدث في العدد المقابل لهذا الوغاريتم خطأ يساوي نصف ٠.٢٥ أي

يساوي ٠.١٢٥

فاذن الخطأ الحادث في العدد الذي يذهب اليه المقدار التقريبي للوغاريتم
المفروض يمكن أن يبلغ ٠.١٢٥ تقريبا وحسب دقة مدبر الخطأ

لاعشار احاد العدد المطلوب

فاذا أردت ايجاد العدد الذي يذهب اليه الوغاريتم ليس عدده التبييني ٣
فزد او نقص من هذا الوغاريتم عدة آحاد بحيث يكون الوغاريتم الجديد

موجبا ويكون عدده التبييني ٣ ثم ابحث عن العدد الذي يذهب اليه

هذا اللوغاريتم الجديد (وقد سبق انه لا يمكن التعويل الاعلى صحة الارقام
الاربعة الاول من يسار العدد المحصل) واقسم هذا العدد الاخيراً واضربه
في قوة ١٠ المرموز اليها بعدد الاحاد التي زدتها ونقصتها من اللوغاريتم
المفروض والنتيجة هي المقدار التقريبي للعدد الذي يسب اليه اللوغاريتم
المفروض والمقدار التقريبي هو ما لا يلزم فيه التعويل في سائر الاحوال الاعلى
صحة الارقام الاربعة الاول المبدوءة بأول رقم معنوى من جهة النتيجة
اليسرى وان شئت قلت وهو الاقرب بكامل الضبط انه عبارة عن كون الخطا
دائماً أقل من واحد من آحاد المنزلة المرموز اليها بالرقم الاخير من هذه الارقام
الاربعة

فاذا لم تكف هذه الدرجة للمقدار التقريبي وجب العـدول عن استعمال
جدولنا اللوغاريتمية

(٢٥٩) اذا أردت تفصيل لوغاريتم كسر من الكسور وأخذت التفاضل
بين لوغاريتم البسط والمقام الجدولين فان الخطا الحاصل في لوغاريتم الكسر
لا يمكن أن يزيد على جزء من مائة ألف من الواحد وهذه الخاصية ناتجة عن كون
جدولنا ذات الارقام الخمسة الاعشارية يرى فيها أن اعظم خطأ يمكن حدوثه
في كل لوغاريتم جدولي يساوى نصف واحد من آحاد المنزلة الخامسة
الاعشارية أى يساوى ٠.٠٠٠٠٠٥ (كما في غمرة ٢٥٥) وهاتين
ندقق النظر على التوالي في الصورتين اللتين يكون فيهما الخطا الكلى كبيراً جداً
فنعقول متى كان لوغاريتم البسط كبيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ كان
لوغاريتم المقام صغيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ وينتج من قاعدة غمرة ١٤
أن التفاضل بين اللوغاريتمين يكون كبيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ مرتين
أى بقدر جزء من مائة ألف ولا بد أن يكون الخطا الكلى الذي يحصل
في لوغاريتم الكسر أكبر من ذلك أصلاً

ومتى كان لوغاريتم البسط صغيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ كان لوغاريتم
المقام كبيراً بقدر ٠.٠٠٠٠٠٥ فيكون التفاضل بين هذين اللوغاريتمين

صغيراً بقدر ٥٠٠٠٠٠٠٠٠. مرتين أى بقدر جزء من مائة ألف وحيث
ان خطاً لوغاريتيم الكسرى في الصورتين المذكورتين كبير جداً فاللوغاريتيم
المختص لا يكسر لا يمكن أن يكون أكبر أو أصغر من جزء من مائة ألف
وبالمجمله ففى قابلية بين لوغاريتين جسدولين على طريقة الجمع والطرح فان
الخطا الكلى لا يزيد على حاصل ضرب جزء من مائة ألف من الواحد فى عدد
ما استعملته من اللوغاريتات

ومتى وجدت فى الجدول المستعملة لوغاريتات محتوية على عدة أرقام
اعشارية فان الخطا لا يمكن أن يكون أكبر من حاصل ضرب واحد اعشارى
من آحاد المنزلة الاخيرة الباقية فى العدد الكلى لللوغاريتات المستعملة
فى المجموع والمطروح

(٢٦٠) ونذكر هنا عدة أمثلة مع الاهتمام فيها بتحصيل الرقم الخامس المعنوى
من العدد المطلوب بواسطة تناسب الثانى المتقدم فى الصورة الاولى من غرة
٢٥٧ لنبين أن هذا الرقم غالباً غير صحيح ولا جمل الاختصار رمز بحرف سـ الى
العدد المطلوب تحصيل مقداره التقريبي فنقول

* (المثال الاول) * المطلوب تحصيل حاصل ضرب ٢٤٥٦٧٨٩٢ فى
١٠٢٣٤٥٦٧٨٩

فنقول ان لوغاريتى العاملين هما ٥٣٨٦٧ و ٩١٥٢ و مجموعهما
٦٣٠١٩ و عدد ٢٦٧٧ الذى ينسب اليه لوغارتم ٦٣٠١٩ هو
المقدار التقريبي لعدد سـ

وبيثان ٢٦٧٦٤٠٩٤٨٨١٨٧٨٨ هو المقدار الحقيقى لعدد سـ
فاستعمال اللوغاريتات لا يعطى الا الأرقام الاربعه الاولى التى على يسار
الحاصل المطلوب

وهـ ورة العمل توضع هكذا

$$\text{لوغا } ١٠٢٣٤٥٦٧٨٩ = ٥٣٨٦٧$$

$$\text{لوغا } ٢٤٥٦٧٨٩٢ = ٩١٥٢$$

$$\text{مجموع} = ٦٣٠١٩ = \text{لوغا } ٢٦٧٧$$

وهكذا من الاعداد الاعشارية

• (المثال الثاني) • المطلوب تعيين خارج قسمة ٤٢٦٧٦٤٠٩٤٨٨١٨٧٨٨ على ٣٤٥٦٧٨٩٢ فنقول اما لو غارتم المقسوم فهو ٠٦٣٠١٨ واما لو غارتم المقسوم عليه فهو ٠٥٣٨٦٧ فاذا طرحنا اللوغارتم الثاني من الاول كان الباقي وهو ٠٠٩١٥١ دال على لو غارتم عدد ٠ وعدد ١٢٣٤٥ الذي يتسبب اليه لو غارتم ٠٠٩١٥١ يعطى المقدار التقريبي لعدد ٠ وخارج القسمة الحقيقي هو ١٢٣٤٥٦٧٨٩

• (المثال الثالث) • المطلوب ايجاد خارج قسمة ١٣٢٦٧٨ على ٠٠٠٥٦٧ فنقول اما لو غارتم المقسوم فهو ٠٨٧٧٢١ واما لو غارتم المقسوم عليه فهو ٠٢٤٦٤٢ فنطرح اللوغارتم الثاني من اللوغارتم الاول فيكون الباقي هو ٠٨٧٧٢١ + ٠٢٤٦٤٢ كما في عمدة ٢٤٨ او ١٣٦٩٢١ وعدد ٢٣٤٠ الذي يتسبب اليه هذا اللوغارتم الاخير هو المقدار التقريبي لخارج القسمة المطلوب وهو عدد ٠

• (قبية) • لاما نضع من عدم استعمال اللوغارتمات السالبة لانه حيث كان خارج القسمة المطلوب هو خارج قسمة ١٣٢٦٧٨ على ٥٦٧٠ فيكفي أن نطرح لو غارتم ٥٦٧٠ من لو غارتم ١٣٢٦٧٨ فيكون الباقي وهو ١٣٦٩٢٢ هو لو غارتم خارج القسمة المطلوب وينتج من ذلك أن هذا الخارج يكون ٢٣٤٠

• (المثال الرابع) • المطلوب تحصيل خارج قسمة

$$\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦} \text{ على } \frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$$

فتبحث عن لو غارتمتي كسرى $\frac{٩٧٢٤}{٥٦٧٦}$ و $\frac{٩٩٨}{٣٨٤٩}$ وحيث ان هذين اللوغارتمين هما ٠٢٣٣٨٠ و ٠٥٨٦٢٢ فاطرح اللوغارتم الثاني من الاول فيكون الباقي

٠٢٣٣٨٠ + ٠٥٨٦٢٢ او ٠٨٢٠٠٢ وعدد ٦٦٠٧٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لو غارتم ٠٨٢٠٠٢

هو المقدار التقريبي خارج القسمة المطلوب

* (تنبيه) * لا مانع من عدم استعمال اللوغاريتمات السالبة لانه حيث كان

خارج القسمة المطلوب وهو $\frac{2849 \times 9724}{998 \times 5676}$ فيكني تعيين خارج

قسمة 9724×2849 على 998×5676 ولهذا تؤخذ

لوغاريتمات اعداد 9724 و 2849 و 5676 و 998

ثم بطرح من مجموع اللوغاريتمات الاولين مجموع اللوغاريتمات الاخيرين فيكون

الباقى وهو 0.82002 دالا على لوغا \log و عدد 6723.76 وهكذا من

الاعداد الاعشارية الذي ينسب اليه لوغارتم 0.82002 هو المقدار

التقريبي لعدد \log

وحيث ان المقدار الحقيقي لعدد \log هو 6723.76 وهكذا من الاعداد

الاعشارية فاستعمال اللوغاريتمات يعطى الارقام الاربعة الاعشارية الاولى

من خارج القسمة

* (المثال الخامس) * المطلوب تحصيل القوة الرابعة عشرة لكسر $\frac{1}{2}$

فتبحث عن لوغارتم $\frac{1}{2}$ وهو 0.30103 و ثم تضربها في 14 فيكون

حاصل الضرب وهو 4.21462 دالا على لوغارتم عدد \log المطلوب

و عدد 1980 الذي ينسب اليه لوغارتم 4.21462 هو المقدار

التقريبي لعدد \log ومتى استخرجت من أول وهلة مقدار عدد \log

الحقيقي وجدته 19799 وهكذا من الاعداد الاعشارية بحيث لا تعطى

اللوغاريتمات الاارقين الاولين من يسار العدد المطلوب فيكون العدد المتحصل

وهو 1980 كبيرا جدا الآن الخطا يكون أصغر من واحد من آحاد المنزلة

الموز اليها بالرقم الرابع من عدد 1980 أى من 0.001 لان مقدار ما يلزم

زيادته على 19799 وهكذا من الاعداد الاعشارية لاجل ايجاد 1980

أصغر من 0.001

* (المثال السادس) * المطلوب تحصيل القوة الرابعة لكسر $\frac{1}{10}$

فخذ لوغارتم 10.9691 لكسر المذکور وضعه أربح رات

فتجد الحاصل بعد التضعيف وهو — ٤٣٨٧٦٤ دال على لوغا عدد سر وعدد
 ٤٠٩٦٠٠٠٠٠ ر. الذي ينسب اليه لوغارتم — ٤٣٨٧٦٤ هو مقدار عدد
 سر الحقيقي

*(المثال السابع) المطلوب تحصيل مكعب ٠٠٦٩٤ ر.

فنقول ان لوغارتم ٠٠٦٩٩ ر. هو — ٠١٨٧٧٧٦ ر. فاذا ضربنا هذا
 اللوغارتم في ٣ دلت النتيجة وهي — ٠٥٦٣٢٨ ر. على لوغا سر وينتج
 من ذلك أن سر = ٠٢٧٢٣٥ ر. ويكون ٠٢٧٢٣٥٩٤٤٩ ر. هو مقدار
 عدد سر الحقيقي

*(المثال الثامن) المطلوب تحصيل جذر مكعب $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ فاطرح لوغا ٢ من
 لوغا ٧٨٩٩ فالباقي وهو ٣٠٥٩٦٥٤ المسبوق بعلامة — هو لوغارتم
 $\frac{٢}{٧٨٩٩}$ ثم اقسام — ٣٠٥٩٦٥٤ على ٣ فخرج القسمة وهو — ١٠١٩٨٨٤
 يدل على لوغارتم عدد سر وعدد ٠٠٦٣٢٦ ر. وهكذا من الاعداد
 الاشارية الذي ينسب اليه لوغارتم — ١٠١٩٨٨٤ هو مقدار عدد سر
 التقريبي

*(المثال التاسع) المطلوب تحصيل الجذر التريعي لمكعب ١٢

فاضرب لوغارتم ١٢ في ٣ فتكون النتيجة وهي ٣٠٢٣٧٥٤ هي لوغارتم
 ١٢ ونصف ٣٠٢٣٧٥٤ وهو ١٥١١٨٧٧ يدل على لوغارتم جذر مربع ١٢
 وعدد ٤١٥٦٩ الذي ينسب اليه لوغارتم ١٥١١٨٧٧ هو المقدار
 التقريبي للجذر المطلوب

*(المثال العاشر) المطلوب تحصيل جذر مكعب القوة الرابعة لكسر $\frac{٢}{٣٥}$
 فنقول حيث ان لوغارتم $(\frac{٢}{٣٥})$ يساوي — ٤٣٨٧٦٤ كما في
 المثال السادس فثلث هذا اللوغارتم وهو — ١٤٦٢٥٤ يدل على
 لوغا سر وعدد ٠٠٣٤٤٧ ر. وهكذا من الاعداد الاشارية
 الذي ينسب اليه لوغارتم — ١٤٦٢٥٤ هو مقدار سر التقريبي

من جزء من مائة ألف من الواحد

(المثال الحادى عشر) المطلوب تحصيل الجذر الثامن لعدد ١٠
فنقول حيث ان لو غارتم ١٠ يساوى ١ فلو غارتم الجذر المطلوب هو $\frac{1}{8}$
اى ١٢٥٠. وعدد ١٢٣٣٥٠. وهكذا من الاعداد الاعشارية الذى
ينسب اليه لو غارتم ١٢٥٠. هو المقدار التقريبي للجذر المطلوب لان $\frac{1}{10} =$
 123350143 وهكذا من الاعداد الاعشارية كما فى المثال الرابع من
عمدة ١٨٦

(المثال الثانى عشر) المطلوب تحصيل الجذر الثامن عشر لعدد ٣٤
فاقسم لو غارتم ٣٤ على ١٨ فيكون خارج القسمة وهو ٠.٨٥٠٨
هو لو غارتم الجذر المطلوب وعدد ١٢١٦٤. وهكذا من الاعداد
الاعشارية الذى ينسب اليه لو غارتم ٠.٨٥٠٨. هو المقدار التقريبي للجذر
المطلوب

(الفصل السادس)

(فى المقتات الحسابية)

(٢٦١) المقيم الحسابى للو غارتم هو الباقي بعد طرح هذا اللوغارتم من عدد
١٠ وعليه فيقال حيث ان لو غارتم ٢ هو ٣٠١٠٣. فقيمته الحسابى هو
١٠ - ٣٠١٠٣. اى ٩٠٦٩٨٩٧
وقد استبان انه يكتفى فى تحصيل المقيم الحسابى لاي لو غارتم كان أن تطرح من
١٠ أول رقم معنوى وموضوع على عين اللوغارتم المقروض وتطرح من ٩ مابقى
من الارقام

ويكتفى فى الدلالة على المقيم الحسابى لاي لو غارتم كان أن تضع قبل هذا
اللو غارتم هذا الرمز وهو تم وعليه فاذا رمزت برمز تم لو غا ٢ دل ذلك
على المقيم الحسابى للو غارتم ٢ وحيث ان لو غا ٢ = ٣٠١٠٣
فاذن تم لو غا ٢ = ١٠ - ٣٠١٠٣ = ٩٠٦٩٨٩٧
(٢٦٢) اذا أردت أن تطرح لو غارتم من عدد مقروض واستبدلت عملية

هذا الطرح بزيادة المقيم الحسابي للوغارتم المقروض على العدد المذكور
وجدت المجموع مساويا للباقي المطلوب زائدا ١٠ آحاد لان هذا المجموع
كبير جدا وليس ~~كبير~~ بقدر مجزء اللوغارتم اللازم طرحه بل بقدر المقيم
الحسابي المزيديضا * ومقتضى تعريف المقيم الحسابي أن مجموع هذين
العديدين الأخيرين يساوي ١٠

فاذا أردت أن تطرح مثلا ٠.٩٥٤٢٤ من ٣.٥٤١٣٣ فعوضا
عن اجراء عملية هذا الطرح تزيد على ٣.٥٤١٣٣ مقيم ٠.٩٥٤٢٤ وهو
٩.٠٤٥٧٦ فتكون النتيجة وهي ١٢.٥٨٧.٩ كبيرة جدا بقدر ١٠ آحاد
ويكفي حينئذ في تحصيل الباقي المطلوب أن تنقص ١٠ آحاد من ١٢.٥٨٧.٩
وذلك لان ٣.٥٤١٣٣ - ٠.٩٥٤٢٤ = ٣.٥٤١٣٣ + ١٠ - ٠.٩٥٤٢٤

وحيث أن ١٠ - ٠.٩٥٤٢٤ هو المقيم الحسابي وهو ٩.٠٤٥٧٦ للوغارتم
٠.٩٥٤٢٤ فاذن يكون ٣.٥٤١٣٣ - ٠.٩٥٤٢٤ = ٣.٥٤١٣٣ +
تم ٠.٩٥٤٢٤ - ١٠

(٢٦٣) يتوصل بالقاعدة السابقة في غمرة ٢٦٢ الى الخواص الاتية وهي
أولا اذا زدت على لوغارتم بسط الكسر المقيم الحسابي للوغارتم المقام
وجدت المجموع دالا على لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ آحاد (وليفعل ذلك
فنعول)

* (المثال الاول) * أن نفرض كسر $\frac{٣٤٧٨}{٩}$

فاذا زدت على لوغا ٣٤٧٨ المقيم الحسابي للوغا ٩ وجدت المجموع
وهو ١٢.٥٨٧.٩ هو لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠ وذلك
لانه يكون لوغا $\frac{٣٤٧٨}{٩} = \text{لوغا } ٣٤٧٨ - \text{لوغا } ٩ = \text{لوغا}$
٣٤٧٨ + ١٠ - لوغا ٩ = ١٠ = لوغا ٣٤٧٨ + تم لوغا ٩ - ١٠

* (المثال الثاني) * أن نفرض كسر $\frac{٩}{٣٤٧٨}$

فاذا زدت على لوغا ٩ مقيم لوغا ٣٤٧٨ كان المجموع وهو ٧٠٤١٢٩١ وهو
لوغارتم هذا الكسر زائدا ١٠

* ثانيا لوغارتم الحد الرابع من أى متناسبة كانت يتحصل بزيادة المقيم الحسابي
للوغارتم الحد الاول على مجموع لوغارتمى الوسطين وينقص ١٠ أحاد من
النتيجة لان الحد الرابع من أى متناسبة كانت يساوى حاصل ضرب الوسطين
مقسوما على الحد الاول كما فى غرة ٢٠١

فاذا أردت أن تستخرج مثلاً الحد الرابع من متناسبة ٩٥٠٠٠٠٠ : ٣٢٣
:: ٣٠٤ : ؟ فرد على مجموع لوغارتمى الوسطين وهو ٩٩٢٠٧ ر المقيم
الحسابي للوغا ٩٥٠٠٠٠٠ وهو ٣٠٢٢٢٨ ر فوجد النتيجة وهى ٨٠١٤٣٥
دالة على لوغارتم سه زائدا ١٠ أى على لوغا (سه × ١٠) فاذا قسمت
على ١٠ العدد الذى ينسب اليه لوغارتم ٨٠١٤٣٥ كان خارج القسمة
وهو ٨٠١٠٣٣٥ ر وهكذا من الأعداد الاعشارية هو مقدار سه
التقريبي

(تنبيه) * يمكن اختصار هذا العمل لانه حيث كان ٨٠١٤٣٥ مساويا
للوغا سه زائدا ١٠ فبنقص ٥ من العدد التبعيني تكون النتيجة
وهى ٣٠١٤٣٥ هى لوغارتم سه زائدا ٥ وحيث كان لوغارتم
٣٠١٤٣٥ منسوبا الى ١٠٣٣٥ ر وهكذا من الأعداد الاعشارية فقدر
سه التقريبي يتحصل بنقل الشرطة خمس خانات الى الجهة اليسرى من
١٠٣٣٥ ر وهكذا من الأعداد الاعشارية فيكون هكذا ١٠٣٣٥ ر وهكذا
من الأعداد الاعشارية

* ثالثا * اذا وصل بك العمل الى المقابلة بين عدة لوغارتمات موجبة بطريقة
الجمع والطرح فاختصر العمل بأن تزيد على اناوغارتمات التى يلزم جمعها المتمات
الحسابية للوغارتمات التى يلزم طرحها وحيث كان المجموع المتحصل يزيد عن أصله
من العشرات بقدر ما أخذ من المتمات كما فى غرة ٢٦٢ فيكفى فى تمصيل
النتيجة أن تنقص من هذا المجموع عدة عشرات تساوى عدد المتمات الزائدة

(ولنحل لذلك فنقول)

• (المثال الاول) أن يكون المطلوب استخراج عدد من الذى هو خارج

قسمة $\frac{9724}{5676}$ على $\frac{998}{3849}$ بواسطة اللوغاريتمات

فلن أنستخرج لوغارتم من بطرح لوغارتم كسر المقسوم عليه

من لوغارتم كسر المقسوم وحيث ان لوغارتم كسر المقسوم عليه سالبة

فيقول الامر الى طرح عدد سالب لكن يجتنب استعمال اللوغاريتمات السالبة

بملاحظة أن خارج القسمة وهو من لما كان معبر عنه بكسر $\frac{3849 \times 9724}{998 \times 5676}$

كان لوغارتمه مساويا لمجموع لوغارتمى عدد 9724 وعدد 3849

ناقصا لمجموع لوغارتمى عدد 5676 وعدد 998 وعليه في كفى

في تحصيل لوغارتم من أن تزيد على لوغارتم عدد 9724 وعدد

3849 المتمات الحسية للوغاريتمى عدد 5676 وعدد 998

وتطرح 10 + 10 اى 20 من المجموع وهو 20.82002 فيصير هكذا 20.82002

وعدد 67.72 الذى يقب اليه لوغارتم 20.82002 هو المقدار التقريبي

لخارج القسمة المطلوب وهذا مطابق للنتيجة المتحصلة في المثال الرابع من غرة

٢٦٠

• (المثال الثانى) أن يكون المطلوب تحصيل من الذى هو خارج قسمة

9724×3849 على 5676×9980000

نزد على مجموع لوغارتمى عدد 9724 وعدد 3849 المتمات

الحسية للوغاريتمى عدد 567600 وعدد 9980000 فحصل

المجموع وهو 14.82002 دال على لوغارتم من زائدا 20

فيحصل اذن لوغارتم من بطرح 20 من 14.82002

وحيث ان الباقي بعد الطرح يتوصل به الى لوغارتم سالب فالاولى تحويل

العدد التبيينى وهو 14 الى 3 بان تطرح 11 آحاد من لوغارتم

20.82002 فيكون الباقي وهو 3.82002 هو لوغارتم

خارج القسمة وهو من زائدا 9 آحاد لان قد نقصت 11 آحاد

بجيت اذ اقسام عدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ المقابل للوغارتم ٣٤٣٦٧٢ على
 ١٠ كان خارج القسمة وهو ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو مقدار سره
 التقريبي

وعدد ٢٧٣٣٥٩٤٤٩ هو مقدار سره الحقيقي
 • (المثال الخامس) • أن يكون المطلوب تحصيل سره الذي هو جذر مكعب

كسر $\frac{2}{7899}$

فزد على لوغا ٢ مقيم لوغا ٧٨٩٩ فيه يكون المجموع وهو ٦٤٠٣٤٦
 هو لوغارتم $\frac{2}{7899}$ زائدا ١٠ فاذا قسمت ٦٤٠٣٤٦ على ٣
 كان خارج القسمة وهو ٢١٣٤٤٨ مساويا للوغا سره زائدا $\frac{1}{3}$

أي مساويا للوغارتم سره $\sqrt[3]{10}$ وذلك لانه ينتج من خواص

نمرة ٢٤١ أن لوغا (سره $\sqrt[3]{10}$) = لوغا سره + لوغا $\sqrt[3]{10}$

= لوغا سره + $\frac{1}{3}$ لوغا ١٠ = لوغا سره + $\frac{1}{3}$ لوغا ١٠ = لوغا سره + $\frac{1}{3}$

ويمكن تحصيل لوغا سره بطرح خارج القسمة وهو ٢١٣٤٤٨ من

كسر $\frac{1}{3}$ المحول الى كسر اعشاري الآن هذا العمل يطول ويؤدي

الى نتيجة مألوفة وهو خطأ عظيم لان الغرض من التمامات الحساسة انما هو

اجتناب مثل ذلك

ويحصل أيضا مقدار سره بقسمة العدد الذي يقب اليه لوغارتم ٢١٣٤٤٨

على $\sqrt[3]{10}$ غير أن هذه العملية غامضة صعبة فيجب اجتنابها بملاحظة انه

اذا كان اللوغارتم الذي يلزم قسمته على ٣ بدلا عن كونه كبيرا بقدر ١٠

أكبر من مكرر عدد ٣ الذي هو علامة الجذر المطلوب بقدر ٦

مثلا يكون ثلث هذا اللوغارتم الذي يكبر بقدر ٢ منسوب الى سره $\times 100$

كافي الامر الثالث من نمرة ٢٤٢ بجيت اذ اقسام العدد المقابل لهذا
 اللوغارتم الجديد على ١٠٠ دل خارج القسمة على سره

ولاجل ابراء العملية على هذا المتوال تلاحظ أنه حيث كان لوغارتم ٦٤٠٣٤٦

كبيراً بقدر ١٠ آحاداً إذا صغرته بقدر ٤ آحاد كان الباقي وهو
 ٢٤٠٣٤٦ مساوياً للوغا $\frac{2}{7899}$ زائداً ٦ آحاداً وعدده ٨٠١١٥
 الذي هو ثلث ٢٤٠٣٤٦ يساوي لوغا ٢ زائداً ٢ وحيث أن
 لوغارتم ٨٠١١٥ ينسب إلى عدد ٦٣٢٦٢ وهكذا من الأعداد
 العشرية فنقدار ٢ التقريبي بقصاصة ٦٣٢٦٢ وهكذا من الأعداد
 العشرية على ١٠٠ فيكون ٢ = ٦٣٢٦٢. وهكذا من الأعداد
 العشرية

• (المثال السادس) أن يكون المطلوب تحصيل جذر مكعب $(\frac{2}{30})^3$
 فلاجل تعيين العدد المجهول وهو ٢ تزيد على لوغا ٢ مقام لوغا ٣٥
 وحيث كل المجموع هو لوغارتم $\frac{2}{30}$ زائداً ١٠ فعدد ٣٥٦١٢٣٦
 الذي هو أربعة أضعاف ذلك المجموع يدل على لوغارتم $(\frac{2}{30})^4$ زائداً ٤٠
 ثم تنقص ٣٤ آحاداً من ٣٥٦١٢٣٦

وحيث أن الباقي وهو ١٦١٢٣٦ هو لوغارتم $(\frac{2}{30})^6$ زائداً ٦
 فعدد ٥٢٧٤٥ الذي هو ثلث هذا الباقي هو لوغارتم ٢ زائداً ٢
 ولما كان لوغارتم ٥٢٧٤٥ ينسب إلى عدد ٣٤٤٧٠ وهكذا
 من الأعداد العشرية تبين أن ٢ = ٣٤٤٧٠. وهكذا من الأعداد
 العشرية

(٢٦٤) وبالجمله ففى استعملت القممات الحسية فى استخراج جذر درجه
 قوة أى كسر كان فاللوغارتم الذى يلزم قسمته على علامة الجذر يكون كبيراً
 بقدر ١٠ عدة مرات وقبل أن تقسم هذا اللوغارتم على علامة الجذر المطلوب
 استخراج زده على عدده التبيينى أو انقص منه عدة آحاد حتى يصير العدد
 التبيينى الجديدي كبيراً بقدر مكررت تلك العلامة وإذا قسمت بهذه الطريقة
 اللوغارتم الجديدي على العلامة المذكورة تحصل لوغارتم يكون عدده
 التبيينى كبيراً بقدر عدد حقيقى من الآحاد مساوياً لخرج قسمة مكرره هذه

العلامة عليهم اثم البحث عن العدد المقابل لهذا اللوغا وتم الجهد واقل الشرطه
الى جهة هذا العدد اليسرى عدة خانات بقدر ما يزيد من الاحاد في العدد
التبيني للوغا ثم الاخير فتكون النتيجة هي المقدار التقريبي للجذر المطلوب

• (الفصل السابع) •

(في استعمال اللوغاريتمات لاجل اختصار العمليات المتعلقة بالارباح المركبة)

(٢٦٥) لنفرض في المسائل الآتية أن سعر المال في السنة ٥ في المائة
وأن ارباح الارباح تعتبر سنة فسنة كما سبقت الاشارة الى ذلك في غمرة ١٤٠

• (المسئلة الاولى) • المطلوب ايجاد ما تعادله ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا
في آخر ثلاث سنوات (راجع المسئلة الخامسة والعشرين من غمرة ١٤٠)
فاذا رمزنا بحرف س الى عدد فرنكات المبلغ المطلوب ولا حظنا أن القرنك
فرنك

الواحد الخال يعادل في آخر كل سنة $\frac{21}{100}$ (كافي غمرة ١٤٠) أي يعادل

١٠٠ كان س = $480000 \times (1.05)^3$ كافي غمرة ١٤١ وينتج من
ذلك أن لوغا س = لوغا ٤٨٠٠٠٠ + ٣ لوغا ١٠٥ = $5.6814481 = 5.6814481$
وأن س = ٥٥٥٦٦٢

وحيث ان مقدار س الحقيقي هو ٥٥٥٦٦٠ (كافي غمرة ١٤٠) فان الخطا
الناتج عن استعمال اللوغاريتمات هو فرنكان

• (المسئلة الثانية) • المطلوب معرفة مقدار ما يعادله مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك
الموجبل بثلاث سنوات وأربعة أشهر (راجع المسئلة السادسة والعشرين
في غمرة ١٤٢)

فيقال قد تقدم في غمرة ١٤٢ أن ٤٨٠٠٠٠ فرنك تعادل في آخر ثلاث
فرنك

سنوات وأربعة اشهر $480000 \times 1.05 \times \frac{71}{100}$ فاذن يكون س =
 $480000 \times 1.05 \times \frac{71}{100}$

وينتج من هذا أن لوغا س = لوغا ٤٨٠٠٠٠ + ٣ لوغا ١٠٥

+ لوغا $(\frac{71}{10}) = ٥٧٥١٩٩$ وأن $٥٦٤٩٢٥ =$
 وحيث ان مقدار ٥٦٤٩٢١ هو الحقيقي هو ٥٦٤٩٢١ كافي غرة ١٤٢ فالخطا
 الناشئ عن استعمال اللوغاريتمات هو ٤ فرنكات
 • (المسئلة الثالثة) • المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقتها مبلغ
 ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٥٥٦٦٠

فاذا عرفنا بحرف ٤٨٠٠٠٠ فرنك
 فاذا عرفنا بحرف ٤٨٠٠٠٠ فرنك

يعادل بعدمضى ٤٨٠٠٠٠ من السنين ١٠٠×٤٨٠٠٠٠ كافي غرة ١٤١
 وحيث ان هذا المبلغ الاخير يلزم أن يعادل ٥٥٥٦٦٠ فرنك فاذا ن يكون
 $٤٨٠٠٠٠ \times ١٠٠ = ٥٥٥٦٦٠$ وينتج من ذلك أن

$٤٨٠٠٠ \times \frac{٥٥٥٦٦}{٤٨٠٠٠٠} = ١٠٠$ وأن $١٠٠ =$ لوغا $١٠٠ =$ لوغا $٥٥٥٦٦ -$ لوغا ٤٨٠٠٠
 $٠.٠٦٣٥٧ =$

وحيث ان لوغا $١٠٠ = ٠.٢١١٩$ فاذا قسمنا ٠.٠٦٣٥٧ على
 ٠.٢١١٩ دل خارج القسمة وهو ٣ على ٠.٢١١٩

• (المسئلة الرابعة) • المطلوب معرفة عدد السنين التي اذا استغرقتها رأس مال
 ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا

فاذا عرفنا بحرف ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا
 $٥٦٤٩٢١ = ١٠٠ \times$ وينتج من هذا أن $١٠٠ =$ لوغا ٥٦٤٩٢١

وان $٤٨٠٠٠٠ = ١٠٠$ لوغا $٥٦٤٩٢١ -$ لوغا ٤٨٠٠٠٠
 $٠.٧٠٧٥ =$ وان $٠.٧٠٧٥ = \frac{٠.٧٠٧٥}{٠.٢١١٩} = \frac{٠.٧٠٧٥}{٠.٢١١٩} = ٣.٣٣$

فرك
 وهكذا من الاعداد الاعشارية فعلى ذلك يلزم ان رأس مال ٤٨٠٠٠٠
 يوضع للاسترباح مدة ٣ سنوات بحيث يكون ربحه مركبا ثم يوضع أيضا
 للاسترباح مدة بعض أشهر بحيث يكون ربحه بسيطاً ويرى من اعداد الاشهر

بصرف ز

فرنك

وحيث ان ٤٨٠٠٠٠ اذا وضعت لان ترجع ربحا مساويا لثمنه في آخر ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا كما في المسئلة الاولى من هذا الفصل فيلزم حينئذ البحث عن عدد الاشهر التي يلزم أن يوضع فيها رأس مال ٥٥٥٦٦٠ ليربح فرنك

ربحا بسيطا حتى يصير ٥٦٤٩٢١ فرنكا أعني ليكون ربحه البسيط ٥٦٤٩٢١ - ٥٥٥٦٦٠ أي ٩٢٦١ فرنكا

ولكن حيث إن الربح البسيط للفرنك الواحد في الشهر الواحد هو $\frac{1}{٢٤}$ كاسبق في المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة فالربح البسيط للفرنك الواحد في مدة فرنك

ز من الاشهر هو $\frac{1}{٢٤} \times ز$ و يربح ٥٥٥٦٦٠ البسيط في ز من فرنك

الاشهر هو $\frac{1}{٢٤} \times ز \times ٥٥٥٦٦٠$ فاذن يكون ز $\times \frac{٥٥٥٦٦٠}{٢٤} = ٩٢٦١$

وينتج من ذلك أن ز = $\frac{٢٤ \times ٩٢٦١}{٥٥٥٦٦٠} = \frac{٢٤ \times ٩٢٦١}{٥٥٥٦٦٠}$ ولوغا ز = $٩٢٦١ + لوغا ٢٤ - لوغا ٥٥٥٦٦٠ = ٠.٦٠٢٠٦$ و ز = ٤ فاذن يكون الزمن المطلوب ٣ سنوات و ٤ أشهر

• (المسئلة الخامسة) • المطلوب تعيين الزمن الذي يلزم أن يوضع فيه للاسترباح رأس مال يؤخذ منه في السنة خمسة فرنكات على كل مائة ليربح ضعف مقداره الحال

وهذا يؤول الى البحث عن معرفة مقدار الزمن الذي يعادل فيه الفرنك الواحد ٢ فاذا رمزنا بحرف س الى عدد السنين المطلوب يكون (١٠٠٥) = ٢ كما في غرة ١٤١ وينتج من هذا أن س = $١٠٠٥ \times لوغا (١٠٠٥)$ = $لوغا ٢$ وأن س = $\frac{لوغا ٢}{لوغا ١٠٠٥} = \frac{٠.٣٠١٠٣}{٠.٠٢١١٩} = ١٤.٢٢$

وهكذا من الأعداد العشرية فاذن يكون الزمن المطلوب مركباً من ١٤ سنة وبعض أشهر (أقل من ١٢) يرمز إليها بحرف ز

فرنك^{١٤}
وحيث ان الفرنك الحال يعادل في ظرف ١٤ سنة ١ × ١٠٠
فيلزم حيقئذ البحث عن عدد الأشهر التي يوضع فيها هذا المبلغ الأخير ليبرح ربحاً بسيطاً حتى يصير فرنكين

وحيث ان ربح الفرنك الواحد في مدة ز من الأشهر هو $\frac{ز}{٢٤٠}$ من الفرنكات
كافي المسئلة الرابعة من هذا الفصل فالفرنك الواحد يعادل في آخر ز من

الأشهر $(١ + \frac{ز}{٢٤٠})$ من الفرنكات فاذن $١٠٠ \times (١ + \frac{ز}{٢٤٠})$ تعادل بعد مضي
ز من الأشهر $(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) \times ١٠٠$ فرنك^{١٤}

وحيث ان هذا المبلغ الأخير يلزم أن يساوي ٢ من الفرنكات لزم أن
 $(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) \times ١٠٠ = ٢$ وينتج من هذا ان لوغا $(١ + \frac{ز}{٢٤٠})$

+ لوغا $(١٠٠) =$ لوغا ٢ وان لوغا $(١ + \frac{ز}{٢٤٠}) =$ لوغا ٢ - لوغا (١٠٠)
 (١٠٠) من الفرنكات = لوغا ٢ - لوغا $(١٠٠) = ٠.٠٠٤٣٧$

وحيث ان لوغارتم ٠.٠٠٤٣٧ ينسب الى عدد ١٠١٠ فيكون

$\frac{ز}{٢٤٠} + ١ = ١٠١٠$ وينتج من ذلك أن $\frac{ز}{٢٤٠} = ١٠١٠ - ١$
وان $ز = ٢٤٠ \times ١٠٠ = ٢٤٠٠٠$

شهر
فاذن يربح رأس المال ضعف مقداره في نهاية ١٤ سنة و ٢٤٠
وهكذا من الأعداد العشرية أعني بعد مضي ١٤ سنة وشهرين و ١٢
يوماً تقريباً

(المسئلة السادسة) اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فكم مقدار

شهر

ما يربحه بعد مضي ١٤ سنة و ٢٤

فيقال ان رأس المال المذكور وهو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضي ١٤

فرنك ١٤

سنة ١٠٠ × ١٠٥ كما في عمدة ١٤١

فرنك

وحيث ان ربح الفرنك الواحد في الشهر الواحد هو $\frac{١}{٢٤}$ كما سبق في المسائلالمتعلقة بالفوائد البسيطة فربح الفرنك الواحد في مدة ٢٤ شهر هو $\frac{١}{٢٤}$

فرنك

× ٢٤ اي $\frac{١}{١٠٠}$

شهر فرنك فرنك فرنك

وعليه فالفرنك الحالي يعادل بعد مضي ٢٤ + $\frac{١}{١٠٠}$ اي ١× $\frac{١٠١}{١٠٠}$

فرنك ١٤

فاذن رأس المال وهو ١٠٠ فرنك الذي كان يعادل ١٠٥ × ١٠٠

شهر فرنك

بعد مضي ١٤ سنة يعادل بعد مضي ١٤ سنة و ٢٤ ١٠٠

فرنك

١٤

١٤

× ١٠٥ × $\frac{١٠١}{١٠٠}$ اي ١٠٥ × ١٠١ فاذن يكون سه =

١٤

١٠١ × ١٠٥

وينتج من هذا أن لو غا سه = ١٤ لو غا ١٠٥ + لو غا ١٠١

= ٢٥٣٠٠٩٨ وأن سه = ١٩٩٠٩٧ وهكذا من الاعداد

فرنك

الاعشارية فاذن يكون المبلغ المطلوب هو ١٩٩٠٩٧ وهكذا من الاعداد

الاعشارية اي ٢٠٠ فرنك تنقص ٣ سنتيمات

شهر

فاذن رأس المال يتضاعف تقريبا بعد مضي ١٤ سنة و ٢٤
 • (المسئلة السابعة) • اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فمات دارما يعادله
 بعد انقضاء قرن تام

فاذا رمزنا بحرف r الى فرنكات المبلغ المطلوب كان $r = 100$
 $\times 100 = 100$ ولوغا $r = 100$ ولوغا $100 + 100 = 100$ ولوغا $100 = 100$
 $100 = 100$ و $100 = 100$

فرنك

فاذن رأس المال الذي هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضي قرن بتمامه ١٣١٥٢
 • (المسئلة الثامنة) • اذا كان رأس المال ١٠٠ فرنك فمات مقدار ما يعادله
 بعد مضي ٥٠ سنة

فاذا رمزنا الى فرنكات المبلغ المطلوب بحرف r كان $r = 100$
 وينتج من هذا أن لوغا $r = 100$ ولوغا $100 + 100 = 100$ ولوغا $100 = 100$
 $100 = 100$ وأن $r = 100$

فاذن رأس المال الذي هو ١٠٠ فرنك يعادل بعد مضي ٥٠ سنة
 فرنك

١١٤٦٨

• (المسئلة التاسعة) • اذا كان رأس المال الذي هو ٤٨٠٠٠٠ فرنك
 يعادل بعد مضي ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنك فمات مقدار ما يعادل
 المال

فاذا رمزنا بحرف r الدال على عدد الفرنكات الى قيمة الفرنك الواحد
 في آخر السنة الاولى كان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل في آخر السنة
 الثالثة ٤٨٠٠٠٠ $\times r$ من الفرنكات فاذن يتصل ٤٨٠٠٠٠
 $\times r = 555660$ وينتج من هذا أن لوغا $r = 100$ وأن $r = 100$

فرنك

وبناء على ذلك يقال حيث ان الفرنك الواحد يعادل بعد مضي سنة ١٠٥

فرنك

فيبلغ ١٠٠ فرنك يعادل في آخر السنة الاولى ١٠٥ فيكون ربح

المائة فرنك في السنة الواحدة ٥ فرنكات فاذن يكون سعر المال ٥ على

المائة في كل سنة

• (تنبيه) • اذا علم رأس المال وعلمت قيمته بعد مضي عدد معلوم من السنين

والاشهر ياخذ الارباح كما سبق في عمدة ١٤٠ فالعمليات الحسابة لانكفي

في معرفة سعر المال وانما المرجع في ذلك الى علم الجبر اذ به تحل المعادلات ذات

الجهول الواحد المنسوب الى الدرجة المرموز اليها بعدد السنين رائدا واحدا

• (الباب التاسع) •

• (قد كرسائل بترن بم الطالاب) •

• (القاعدة الثلاثية البسيطة) •

• (المسئلة الاولى) • اذا كان معنطقة من الجوخ العال قدر ما ثلاثون مترا وعرضها $\frac{9}{11}$ ومنها ٧٢٠ فرنكا فغن خمسين مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$

فاذا فرضنا أن العرض واحد كان غن المتر من الجوخ الوسط هو $\frac{10}{11}$ من غن المتر من الجوخ العال

وحيت ان غن الثلاثين مترا من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{9}{11}$ هو ٧٢٠ فرنكا فغن المتر الواحد من الجوخ المذكور الذي عرضه $\frac{9}{11}$ هو بجره فرنك

من ٣٠ من ٧٢٠ اى ٢٤

فرنك

وغن المتر من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{1}{11}$ هو الجزء التاسع من ٢٤ فرنك فرنك

او $\frac{24}{9}$ اى $\frac{8}{3}$ وغن المتر من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو ٨ فرنك فرنك
فى $\frac{8}{3}$ اى $\frac{74}{3}$

فرنك

وغن المتر من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو $\frac{10}{11}$ من $\frac{74}{3}$ اى ٢٠ فرنكا فاذا غن الخمسين مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو فرنك

ح فى ٢٠ اى ١٠٠٠ فرنك

• (المسئلة الثانية) • اذا كان هناك عـ لان متفاوتان فى الصعوبة فرنك

بان كانت النسبة بينهما كنسبة ٢ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ فى نظير عـ ل ١٢ مترا من أحدهما فمقدارها يلزم دفعه من الفرنكات

في اجرة عمل ١٠ أمتار من العمل الثاني

فرنك

فيقال حيث ان اجرة الاثني عشر مترا من العمل الاول هي ٧٢٣٦ فاجرة

فرنك

عمل المترا الواحد هي $\frac{٧٢٣٦}{١٢}$ ولكن اذا لم نرخص الى صعوبة هذا العمل بعدد ٣

بأن رخصنا اليها باواحد بمعنى اننا صغرناها عن اصلها ثلاث مرات فان اجرة المترا

فرنك

الواحد من ذلك العمل لا تزيد على $\frac{٧٢٣٦}{٣ \times ١٢}$ وحيث ان صعوبة العمل الثاني

فرنك

يرخص اليها بعدد ٤ فاجرة المترا الواحد منه هي $\frac{٤ \times ٧٢٣٦}{٣ \times ١٢}$ واجرة عشرة

فرنك

الامتار هي $\frac{١٠ \times ٤ \times ٧٢٣٦}{٣ \times ١٢}$ فاذا رخصنا أن عدد ٤ عامل لعدد ١٢

وأن ٧٢٣٦ يقبل القسمة على ٩ كما في غرة ٤٣ آت هذه الكمية

فرنك

فرنك

الى $٨٠٤ = ١٠ \times ٨٠٤٠$

(المسئلة الثالثة) اذا كان العملان متقاربين في الصعوبة بان كانت النسبة

فرنك

بينهما كنسبة ٣ الى ٤ ودفع مبلغ ٧٢٣٦ في نظير عمل ١٢ مترا

فرنك

من أحدهما ومبلغ ٨٠٤٠ في نظير عمل عدة أمتار من العمل الثاني

فما يكون عدد هذه الامتار

فيقال قد سبق في المسئلة التي قبلها أن اجرة المترا الواحد من العمل الثاني هي

فرنك

فرنك

فرنك

$\frac{٤ \times ٧٢٣٦}{٣ \times ١٢} = ٨٠٤$ فاذا قسمنا حيث ان الاجرة بقامها وهي ٨٠٤٠

متر

فرنك

على عدد ٨٠٤ الذي هو اجرة المترا الواحد تحصل عدد الامتار وهو ١٠

(حصص تناسبية)

• (المسئلة الرابعة) • اذا اشرك ثلاثة تجار ومكثوا في الشركة ٣ سنوات وكان أحدهم قد وضع أولا ١٢٠٠٠ فرنك وبعد مضي ١٥ شهرا وضع ٤٥٠٠ فرنك والثاني وضع أولا ١٨٠٠٠ فرنك وبعد مضي سبعة أشهر أخذ ٧٦٠٠ فرنك والثالث وضع ٩٦٥٠ فرنك مكثت المدة المذكورة وهي ثلاث سنوات وبلغ الربح الكلي ٢٩٠٤٥ فرنك فاحصه كل واحد منهم من هذا الربح

أما التاجر الأول فإنه وضع أولا ١٢٠٠٠ فرنك مكثت في الشركة مدة ٣ سنوات أو ٣٦ شهرا ثم وضع ٤٥٠٠ فرنك لم يكت في الشركة الامدة ٣٦ — ١٥ اى ٢١ شهرا وهذا المبلغان يربحان بقدر

ما يربح ٣٦ في ١٢٠٠٠ فرنك اى ٤٣٢٠٠٠ و ٢١ في ٤٥٠٠ اى ٩٤٥٠٠٠
في مدة شهر واحد بحيث تكون حصة التاجر الاول من الربح هي عين ما يربحه

فرنك فرنك فرنك
لو وضع ٤٣٢٠٠٠ + ٩٤٥٠٠ اى ٥٢٦٥٠٠ في مدة شهر واحد

فرنك
وأما التاجر الثاني فإنه وضع ١٨٠٠٠ مكثت في الشركة سبعة أشهر
فرنك فرنك فرنك
ثم أخذ منها ٧٦٠٠ فلم يكت الباقي وهو ١٨٠٠٠ — ٧٦٠٠ اى ١٠٤٠٠
في الشركة الامدة ٣٦ — ٧ اى ٢٩ شهرا فيلزم أن يربح هذا المبلغان

فرنك فرنك فرنك
بقدر ما يربحه ١٨٠٠٠ × ٧ + ١٠٤٠٠ × ٢٩ اى ٤٢٧٦٠٠
في مدة شهر واحد

فرنك
وأما التاجر الثالث فإنه وضع ٩٦٥٠ مكثت في الشركة ٣٦ شهرا فيكون

فرنك فرنك
ربحها بقدر ما يربحه ٩٦٥٠ × ٣٦ اى ٣٤٧٤٠٠ في مدة شهر واحد
لحينئذ تكون الحصص المطلوبة من الربح هي عين خارج قسمة الربح الذي

هو ٢٩٠٤٥ فرنكا على ثلاثة شركاء رؤس أموالهم الموزعة هي

فرنك فرنك فرنك
٥٢٦٥٠٠ و ٤٢٧٦٠٠ و ٢٤٧٤٠٠

وحيث ان مجموع المبالغ الثلاثة هو ٢٠١٥٠٠ فربح هذا المجموع

فرنك
٢٩٠٤٥ يبلغ

وعليه فربح الفرنك الواحد $\frac{٢٩٠٤٥}{٢٠١٥٠٠}$ أي ٠.٣ فاذن تكون

فرنك فرنك
حصص الشركاء الثلاثة من الربح هي ٠.٣ × ٥٢٦٥٠٠ و ٠.٣ ×

فرنك فرنك فرنك
٤٢٧٦٠٠ × ٠.٣ و ٢٤٧٤٠٠ × ٠.٣ أي ١٥٧٩٥ و ١٢٨٢٨ و ١٠٤٢٢

ولاشك أن مجموع هذه الحصص الثلاثة يساوي الربح وهو ٢٩٠٤٥ فرنكا

فرنك
(المسئلة الخامسة) • اذا قوم وسق سقينة مثلا يبلغ ٨٠٠٠٠٠

وضمن هذا الوسق من التلف بأن اشترط انه عند حصول التلف يدفع الضامن

فرنك
في مقابلة كل فرنك من قيمة التلف ٠.١٧ وعرض للسقينة في سيرها

ما أتلف من وسقها ما قيمته ٧٠٠٠٠ فرنك فاعقد اربا يلزم الضامن دفعه

فرنك
لتاجر له في هذا الوسق التلف بضاعة قيمتها ٦٠٠٠٠

فرنك فرنك
يقال حيث ان البضائع التي قيمتها ٨٠٠٠٠٠ تلف منها ما قيمته ٧٠٠٠٠

فرنك فرنك
فأالفرنك الواحد من هذه القيمة يخصه من التلف $\frac{٧٠٠٠٠}{٨٠٠٠٠٠}$ أي $\frac{٧}{٨٠}$

فرنك فرنك
فببلغ ٦٠٠٠٠ من القيمة المذكورة يخصه من التلف ٦٠٠٠٠ في $\frac{٧}{٨٠}$ أي ٥٢٥٠

وحيث ان التاجر المذکور تلف من بضائع ما قيمته ٥٢٥٠ فرنك فيلزم
 الضامن أن يدفع له ٥٢٥٠ في ١٧ - اى ٨٩٢٥٠ فرنك

• (المسئلة السادسة) • المطلوب تقسيم ٢٢٩٠ الى أربع حصص مستوفية
 للشروط الآتية وهى أن تكون

الحصة الاولى : الثانية :: ٣ : ٢

والاولى : الثالثة :: ٥ : ٧

والثانية : الرابعة :: ٨ : ٩

فينتج من التناسبتين الاوليين انه اذا كانت الحصة الاولى ١ كانت الثانية $\frac{2}{3}$
 والثالثة $\frac{5}{3}$ واذا أردت معرفة الحصة الرابعة فربك هذه التناسبة
 وهى ٨ : ٩ :: $\frac{2}{3}$: الحصة الرابعة فينتج من ذلك أن الحصة الرابعة
 $\frac{2}{3} = \frac{18}{27}$

فاذن يلزم أن الحصة المطلوبة تكون متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{3}$
 و $\frac{2}{3}$ فاذا ضربت هذه الاعداد فى ٣ × ٥ × ٤ وذلك لا يغير مقدار
 نسبها وجدت الحصة المطلوبة متناسبة مع اعداد ٦٠ و ٤٠ و ٨٤ و ٤٥
 وحيث ان مجموع هذه الاعداد الاربعة الاخيرة هو ٢٢٩ فالحصة المطلوبة
 تحصل بواسطة هذه التناسبات وهى

٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى

و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية

و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٨٤ : الحصة الثالثة

و ٢٢٩ : ٢٢٩٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة

واذا قسمت حدى النسبة الاولى من كل متناسبة من هذه التناسبات ات تلك
 التناسبات الى التناسبات الآتية وهى

١ : ١٠ :: ٦٠ : الحصة الاولى

و ١ : ١٠ :: ٤٠ : الحصة الثانية

و ١ : ١٠ :: ٤٨ : الحصة الثالثة
 و ١ : ١٠ :: ٤٥ : الحصة الرابعة
 وينتج من هذه المناسبات الاخيرة أن الحصص المطلوبة هي ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠
 ومن المعلوم أن الاعداد المذكورة اعني ٦٠٠ و ٤٠٠ و ٨٤٠ و ٤٥٠ مستوفية للشروط المسئلة لان مجموعها يساوي عدد ٢٢٩٠ المطلوب تقسيمه الى الحصص المذكورة ويكون
 ٦٠٠ : ٤٠٠ :: ٣ : ٢ و ٦٠٠ : ٨٤٠ :: ٥ : ٧
 و ٤٥٠ : ٤٠٠ :: ٩ : ٨
 * (المسئلة السابعة) * هلك هالك عن زوجة حامل وترك من الاموال
 فرنك

٧٨٠٠ و اوصى قبل وفاته انهم اذا وضعت ذكرا أخذت ٣١٢٠ فرنكا
 واخذت الغلام الباقي وهو ٤٦٨٠ واذا وضعت أنثى أخذت ٣٢٥٠ فرنكا
 واخذت البنت الباقي وهو ٤٥٥٠ فوضعت ذكرا واتى فما كيفية تقسيم
 المال على وفق غرض الموصي

فالجواب أن يقال ان هذه المسئلة تؤل الى تقسيم التركة وهي ٧٨٠٠
 فرنك الى ثلاث حصص تكون النسب بينها على وفق منطوق الوصية
 فعلى هذا اذا اعتبرنا أن حصص الام والغلام والبنت كالحصة الاولى والثانية
 والثالثة تحصل معناها فان المناسبتان وهما

الحصة الاولى : الثانية :: ٣١٢٠ : ٤٦٨٠
 والحصة الاولى : الثالثة :: ٣٢٥٠ : ٤٥٥٠

فاذا قسمنا كلامن ٣١٢٠ و ٤٦٨٠ على قاسمهما المشترك الاعظم
 وهو ١٥٦٠ ثم قسمنا كلامن ٣٢٥٠ و ٤٥٥٠ على قاسمهما
 المشترك الاعظم وهو ٦٥٠ تحصل معناهما متباينان معكافئتان للمناسبتين
 السابقتين وهما

الحصة الاولى : الثانية :: ٣ : ٢

الحصة الاولى : الثالثة :: ٧ : ٥

والفرض حينئذ تقسم ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص تكون نسبة الاولى منها الى الثانية كنسبة ٢ الى ٣ ونسبة الاولى الى الثالثة كنسبة ٥ الى ٧

ولاجل ذلك نبحث عن المصروف في صورة ما اذا كانت الاولى منها واحدا فنجدها
هاتين المتناسبتين وهما

٢ : ٣ :: ١ الى الحصة الثانية و ٥ : ٧ :: ١ الى الحصة الثالثة

وحيث ان الحد الرابع من هاتين المتناسبتين هو $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ في الصورة المذكورة اعني صورة ما اذا كانت الحصة الاولى ١ تكون الثانية $\frac{2}{3}$ والثالثة $\frac{5}{7}$ فيلزم حينئذ ان تكون الحصص المطلوبة متناسبة مع اعداد ١ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ فاذا ضربنا هذه الاعداد الثلاثة في ٢ × ٥ (وذلك لا يغير تناسباتها) كانت

الحواصل المطلوبة هي ١٠ و ١٥ و ١٤

فكانت المسئلة حينئذ الى تقسيم ٧٨٠٠ فرنك الى ثلاث حصص متناسبة

مع اعداد ١٠ و ١٥ و ١٤ فعلى هذا اذا كان العدد

المفروض ١٠ + ١٥ + ١٤ اي ٣٩ تكون الحصص ١٠

و ١٥ و ١٤ وحيث ان العدد المطلوب قسمته كبر عدة مرات فالحصص

يلزم ان تكبر ايضا بقدر كبر العدد المذكور حتى تبقى على نسبتها وحينئذ فالحصص

الجهولة هي الحدود الاربعة من هذه التناسبات وهي

٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٠ : سم و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٥ : سم

و ٣٩ : ٧٨٠٠ :: ١٤ : سم

ولاجل اختصار العمل تقسم حدى النسبة الاولى من كل متناسبة على ٣٩

فتحصل هذه التناسبات وهي

١ : ٢٠٠ :: ١٠ : سم و ١ : ٢٠٠ :: ١٥ : سم و ١ : ٢٠٠ :: ١٤ : سم

٢٠٠ : ١٤ :: سم

وجبت ان الحدود الاربعة من هذه التناسبات هي ٢٠٠٠ و ٣٠٠٠ و ٢٨٠٠ و ٢٠٠٠ فرنك

و ٢٨٠٠ فالخصص المطلوبه هي ٢٠٠٠ و ٣٠٠٠ و ٢٨٠٠ وهي انصباء الام (أعنى زوجة الميت) والغلام والبنت وهذا التقسيم مستوف اشروط المسئلة لان مجموع الخصص المذكورة هو ما تركه الاب المتوفى أعنى ٧٨٠٠ فرنك وهي متناسبة على هذا الوجه

٢٠٠٠ : ٣ : ٢٨٠٠ و ٢٠٠٠ : ٢٨٠٠ : ٢٠٠ : ٢٨ : ٥ : ٧

(الارباع البسيطة)

(المسئلة الثامنة) اذا كان رأس المال ٤٨٠٠٠٠ فرنك وعادل بعدمضى ٤٠ شهرا ٥٦٠٠٠٠ فرنك فما مقدار ما يعادله مبلغ

٨٦٤٨١ فرنك اوضع للاسترباح بسعر المبلغ الاول ومكث ٨٠ شهرا فالجواب أن يقال قد سبق في المسئلة الحادية والعشرين (في المسائل المتعلقة بالفوائد البسيطة) أن سعر المال في السنة الواحدة ٥ في المائة ويؤخذ من

ذلك ان ربح الفرنك في مدة ٨٠ شهرا هو $\frac{1}{4}$ وعليه فربح ٨٦٤٨١ فرنك

هو ٨٦٤٨١ في $\frac{1}{4}$ اي ٢٨٨٢٧ فاذن يكون مبلغ ٨٦٤٨١ فرنك

نقدا يعادل بعدمضى ٨٠ شهرا ٨٦٤٨١ + ٢٨٨٢٧ اي

١١٥٣٠٨ من الفرنكات

(المسئلة التاسعة) اذا أضيف الى رأس المال ارباعه حتى عادل بعد مضي خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا وعادل بعدمضى ١٦ شهرا ١٣١٢ فرنكا

فما مقدار رأس المال وسعر المال

فالجواب أن يقال حيث ان التفاضل بين ١٢٣٥ و ١٣١٢ هو ٧٧ والتفاضل بين ٥ و ١٦ هو ١١ فحينئذ رأس المال المطلوب يزيد في ١١ شهرا

فرنك

فرنك

٧٧ فرنكا في الشهر الواحد $\frac{٧٧}{١١}$ اي ٧ وفي خمسة اشهر ٥ في ٧
اي ٣٥ فرنكا

وحيث ان رأس المال الأصلي بعد مضي ٥ اشهر يعادل ١٢٣٥
فرنك فرنك

فرنكا فراس المال المطلوب هو - حيث ١٢٣٥ - ٣٥ اي ١٢٠٠ فرنك
فرنك

وحيث ان ربح ١٢٠٠ في مدة خمسة اشهر هو ٣٥ فرنكا فربح
فرنك

١٢٠٠ فرنك في الشهر الواحد هو $\frac{٣٥}{٥}$ اي ٧ فرنكات وربح ١٢٠٠
فرنك

فرنك في ١٢ شهرا هو ٧ في ١٢ وربح ١٠٠ فرنك في ١٢ شهرا
فرنك

هو $\frac{١٢ \times ٧}{١٢}$ اي ٧ فرنكات وعليه فسر المال في السنة الواحدة
هو ٧ في المائة فاذا كان المال الموضوع للاسترباح بهذا المبلغ وجدت

مبلغ ١٢٠٠ فرنك نقدا يعادل بعد مضي خمسة اشهر ١٢٣٥ فرنكا
وبعد مضي ١٦ شهرا ١٣١٢ فرنكا

• (الارباح المركبة) •

• (المسئلة العاشرة) • اذا كان على شخص دين قدره ٤٨٠٠٠٠ فرنك
موجب بسنتين و ١١ شهرا فأراد قضاءه بمبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك حواله مؤجلة

بست سنوات وثلاثة اشهر فما قيمة هذه البوالة

فالجواب ان يقال حيث ان التفاضل بين ٦ سنوات وثلاثة اشهر وستين و ١١
شهرا هو ٣ سنوات واربعة اشهر فالمسئلة حيث تقول ان تعيين ما يعادل

مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك المؤجل بأجل معلوم بعد مضي ٣ سنوات
واربعة اشهر فنقول قد سبق في المسئلة السادسة والعشرين (في المسائل

المتعلقة بالارباح المركبة) ان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعد مضي

ثلاث سنوات واربعه اشهر ٥٦٤٩٢١ فرنكا

وعليه فتكون قيمة البوليصة ٥٦٤٩٢١ فرنكا

• (المسئلة الحادية عشرة) • اذا كان هناك مبلغ رأس مال قدره ٥٦٤٩٢١ فرنكا ~~كما~~ مؤجلا بثلاث سنوات واربعه اشهر فمامقدار ما يعادله نقدا من الفرنكات

فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة السادسة والعشرين (في المسائل المتعلقة بالارباح المركبة) أن القرنك الحال يعادل بعدمضى ٣ سنوات واربعه

اشهر $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ فاذا قسمنا حينئذ ٥٦٤٩٢١ على $\frac{٥٦٤٩٢١}{٤٨٠٠٠٠}$ كان خارج القسمة وهو ٤٨٠٠٠٠ هو عدد فرنكات رأس المال المطلوب كما في عمدة ١٣٧

• (المسئلة الثانية عشرة) • مامقدار الزمن الذي فيه مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل ٥٦٤٩٢١ فرنكا بأخذ الارباح المركبة سنة فسنة

فالجواب أن يقال اذا اضيف ربح كل سنة على التوالي الى رأس المال فان مبلغ ٤٨٠٠٠٠ فرنك نقدا يعادل بعدمضى سنة ٥٠٤٠٠٠ فرنك وبعد

مضى سنتين ٥٢٩٢٠٠ فرنك وبعد ثلاث سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا وبعد اربع سنوات ٥٨٣٤٤٣ فرنكا وحيث ان العدد المقروض وهو

٥٦٤٩٢١ محصور بين ٥٥٥٦٦٠ و ٥٨٣٤٤٣ فالزمن المطلوب هو بالضرورة محصور بين ٣ و ٤ من السنين

وحيث كان رأس مال ٤٨٠٠٠٠ فرنك يعادل بعدمضى ٣ سنوات ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فيكتفي البحث عن عدد الاشهر التي اذا وضع فيها مبلغ

٥٥٥٦٦٠ فرنكا ليربح ربحا بيطا مامقداره ٥٦٤٩٢١ فرنكا فيلزم أن يكون ربح ٥٥٥٦٦٠ فرنكا في مدة الاشهر المطلوبة هو

فرنك فرنك

٥٦٤٩٢١ — ٥٥٥٦٦٠ أي ٩٢٦١ فرنكا

فرنك

وحيث ان ربح ٥٥٥٦٦٠ في مدة اثني عشر شهرا هو جزء من عشرين من ٥٥٥٦٦٠ اى ٢٧٧٨٣ فيقال حينئذ

حيث ان رأس المال هو ٥٥٥٦٦٠ فرنكا فالربح الذى مقداره ٢٧٧٨٣ فرنكا يكون مقدار زمنه اثني عشر شهرا والربح الذى مقداره

فرنك واحد يكون مقدار زمنه $\frac{١٢ \text{ شهرا}}{٢٧٧٨٣}$ والربح الذى مقداره ٩٢٦١

فرنكا يكون مقدار زمنه $\frac{١٢ \text{ شهرا}}{٢٧٧٨٣} \times ٩٢٦١$ اى اربعة اشهر

وحيث ان مقدار الزمن المطلوب هو ثلاث سنوات واربعة اشهر

• (المسألة الثالثة عشرة) • اذا كان على مدين مبلغ ١١٠٠٠ فرنك

يدفع ربحها فى كل سنة ٢٢٠٠ فرنك فاراد أن يؤدى ما عليه من ربح

ورأس مال فى طرف سنتين بان يدفع ذلك على مرتين متساويتين فى نهاية كل

سنة من السنتين فكم مقدار المدفوع فى كل مرة مع مراعاة الارباح المركبة

سنة سنة

فالجواب أن يقال حيث ان ربح ١١٠٠٠ فرنك فى كل سنة هو ٢٢٠٠ فرنك

فرنك فرنك

فربح الفرق الواحد فى كل سنة هو $\frac{٢٢}{١١}$ اى $\frac{٢}{١}$ بحيث يكون الفرق

فرنك فرنك فرنك

الواحدة تقدا يعادل فى رأس كل سنة ١ + $\frac{١}{٥}$ اى $\frac{٦}{٥}$ وعليه فبلغ

فرنك

١١٠٠٠ فرنك تقدا يساوى فى آخر السنة الثانية $١١٠٠٠ \times (\frac{٦}{٥})^٢$

(كفى غمرة ١٤١) اى يساوى ١٥٨٤٠ فرنكا فيعادل حينئذ مجموع

الدفعتين المقومتين فى هذه المدة الاخيرة ١٥٨٤٠ فرنكا لكن الدفعة

الاولى التى حصلت فى آخر السنة الاولى تعادل فى آخر الثانية $\frac{٦}{٥}$ قيمتها

والدفعة الثانية تعادل فى آخر السنة الثانية $\frac{٦}{٥}$ قيمتها فيعادل حينئذ مجموع

الدفعتين

الدفعتين المقومتين في آخر السنة الثانية $\frac{3}{4}$ زائدة $\frac{5}{10}$ اي $\frac{11}{10}$ من
الدفعة الاولى

فعلى هذا حيث ان $\frac{11}{10}$ من الدفعة الاولى تعادل ١٥٨٤٠ فرنك
فرنك

نحمن الدفعة الاولى يعادل $\frac{15840}{11}$ اي ١٤٤٠ فرنك والدفعة

الاولى حيث تعادل ٥ في ١٤٤٠ فرنك اي ٧٢٠٠ فرنك

فاذن يدفع المدين في آخر السنة الاولى ٧٢٠٠ فرنك ويبقى عليه ربح
١١٠٠٠ فرنك وهو ٢٢٠٠ فرنك وحيث لا يلزمه الادفع ٥٠٠٠ فرنك

على رأس المال وهو ١١٠٠٠ فرنك الذي صار قدره ٦٠٠٠ فرنك
فلا يراى حينئذ في السنة الثانية الا مبلغ ١٢٠٠ فرنك الذي هو ربح

٦٠٠٠ فرنك الباقية على المدين واذا اضيف هذا الربح الى ٦٠٠٠ فرنك
كان المجموع ٧٢٠٠ فرنك وهذا القدر هو الباقي الذي يلزم دفعه في آخر

السنة الثانية وبهذه الدفعة الثانية التي قدرها ٧٢٠٠ فرنك الحاصل
دفعها في السنة المذكورة يتم قضاء ما بقى من الدين * والمسائل التي من هذا

التقيل تسمى مسائل دفع رأس المال مع الفائدة

(المسئلة الرابعة عشرة) * عرض على اخذ التجار ٣٠ مترا من الجوخ
العال الذي عرضه $\frac{9}{11}$ على أن الثمن ٧٢٠ فرنك فقد اوعرض عليه

ايضا ٥٠ مترا من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ على أن الثمن ١٢٠٠
فرنك مؤجلة بستين فلوفرضنا أن العرض في الجنتين واحد لكان غن المتر

الواحد من الجوخ الوسط $\frac{10}{11}$ من غن المتر الواحد من الجوخ العال والموضوع
هنا أن سعر المال في كل سنة ١٠ في المائة وأن ارباح الادباج تعتبر سنة

فسنة والمطلوب أن التاجر يعرف اي الاخرين أتفع له

فموجب الشروط المذكورة في الصورة الاولى وهي ثلاثون مترا من الجوخ
فرنك

العال الذي عرضه $\frac{9}{11}$ منها ٧٢٠ نقدا يكون غن المتر الواحد من هذا

فرنك

الجوخ الذي عرضه $\frac{9}{11}$ جراً من ثلاثين من ٧٢٠ اى ٢٤ وعن المتر الواحد من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{1}{11}$ هو جزء من تسعة من

فرنك فرنك فرنك

٢٤ اى $\frac{24}{9}$ اى $\frac{8}{3}$ وعن المتر الواحد من الجوخ العال الذي عرضه $\frac{8}{11}$

فرنك فرنك

هو ٨ فى $\frac{8}{3}$ اى $\frac{72}{3}$

فرنك

وعن المتر الواحد من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو $\frac{10}{11}$ من $\frac{72}{3}$

اى ٢٠ فرنك

ويستند من ٥٥ متراً من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ هو ٥٠

فرنك فرنك

فى ٢٠ اى ١٠٠٠ نقداً

فاذا أخذت أرباح الارباح على حساب ١٠ على ١٠٠ فى كل سنة

فرنك فرنك

ظهر أن ١٠٠٠ نقداً تعادل ١٢١٠ فى سنتين

ومن ذلك يعلم أن الخمسين متراً من الجوخ الوسط الذي عرضه $\frac{8}{11}$ المؤجل

فرنك

عندها يستبين يكون عندها على التاجر ١٢١٠ بموجب شروط الصورة الاولى

فرنك

و ١٢٠٠ بموجب شروط الثانية وحيث قد فالصورة الثانية هى الانفع للتاجر

• (مخرج الموانع) •

• (المسئلة الخامسة عشرة) • ما مقدار ما يلزم اضافته من الماء الى اثني عشر

ليتر من الشراب الذي عن الليتر منه ١٥ صولدياً حتى يصير عن الليتر منه

بعد المزج ٩ صولديات والقرض أن الماء لا قيمة له

• (الحل الاول) • حيث ان عن الليتر من المزج المطلوب وهو ٩ صولديات

اذا ضرب فى عدد ليرات هذا المزج يلزم أن يساوى عن المزج بقائه

وهو ١٢ في ١٥ اى ١٨٠ صوليا بعدد الليترات يتصل بقسمة
 ١٨٠ صوليا على ٩ صوليات فيكون الخارج ٢٠
 وحينئذ بعدد لترات الماء المطلوبة ٢٠ - ١٢ اى ٨
 • (الحل الثاني) • أن يقال ان الليتر الذى غنسه ١٥ صوليا وياع بتسعة

صل صل صل
 صوليات بخضر ١٥ - ٩ اى ٦ والليتر من الماء الذى يضاف الى

الشراب وياع بتسعة صوليات يريج ٩ فعلى هذا يجبر الريح الحارة

فى صورة ما اذا خرجت تسعة لترات من الشراب الذى غن الليتر منه ١٥
 بستة لترات من الماء لانه اذا بيع الليتر من المزج بتسعة صوليات كانت

الخطارة ٩ فى ٦ اى ٥٤ وكان الريح ٦ فى ٩ اى ٥٤
 وحيث ان ٦ هى $\frac{7}{9}$ او $\frac{2}{3}$ التسعة فقدر ما يلزم اضافته من الماء الى اثني

عشر لترات من الشراب الذى غن الليتر منه ١٥ لاجل تركيب المزج

المطلوب هو $\frac{2}{3}$ اثني عشر لترا اى ٨ لترات
 • (المثلة السادسة عشرة) • اذا كان هنالك عدة انواع من الشراب غن الليتر

من احدها • ومن الثانى ١٠ ومن الثالث ١٤ ومن الرابع ٢٤
 وأردنا أن نركب منها مزجا باخذ مقادير تناسية منها بحيث يصير غن الليتر من

المزج ١٢ فما تكون هذه المقادير

فالجواب أن يقال اذا مضعنا من هذه الانواع مزجين بان ركبنا أحدهما

معان الليتر منه دون ١٢ وركبنا الاخر معان الليتر منه اكثر من

١٢ وجدنا غن الليتر من المزج الاول اقل من ١٢ وغن الليتر من المزج

الثاني اقل من ١٢ قصير المسئلة حجة هكذا اما المقدار الذي يلزم اخذه من كل من هذين المزجين لتكوين مزج ثالث يكون غن الليتر منه

١٢

فالجواب أن يقال اذا كان الماخوذ مثلا من نوع الشراب الذي غن الليتر منه

٥ اربعة لترات وعما غن الليتر منه ١٠ ستة لترات كان غن الليتر من هذا

المزج الاول ٨ كافي غمة ١٤٣ ويكون محتويا على $\frac{4}{1}$ من الليتر

الذي غنه ٥ وعلى $\frac{7}{1}$ من الليتر الذي غنه ١٠

وكذلك اذا كان الماخوذ من نوع الشراب الذي غن الليتر منه ١٤ سبعة

لترات وعما غن الليتر منه ٢٤ ثلاثة لترات كان غن الليتر من هذا المزج الثاني

١٧ ويكون محتويا على $\frac{7}{1}$ من الليتر الذي غنه ١٤ وعلى $\frac{3}{1}$

من الليتر الذي غنه ٢٤

فيتم ذلك يكون المطلوب ايجاد المقادير المناسبة التي يلزم اخذها من نوع الشراب

الذي غن الليتر منه ٨ ومن نوع الشراب الذي غن الليتر منه ١٧ ليتكون

من مزجها بعضهما مزج ثالث يكون غن الليتر منه ١٢ وحيث ان كل ليتر

صل ٨ وبيع باثني عشر صولديا ربع ٤ كما أن كل ليتر منه ١٧ صل

ويع باثني عشر صولديا بخسر ٥ فبنا على ذلك إذا أردنا أن الربح يجبر صل

الحساسة يكفي أن نأخذ ٥ لترات من النوع الذي غن الليتر منه ٨ صل

و ٤ لترات من النوع الذي غن الليتر منه ١٧ فيكون غن الليتر من صل

صل

هذا المزج ١٢

ولاصحوبة في معرفة ما احتوى عليه هذا المزج الأخير من لترات كل نوع من أنواع الشراب المفروضة وذلك أن الليتر الواحد من المزج الأول الذي غن

الليتر منه ٨ يحتوى على $\frac{4}{11}$ من الليتر الذي غننه ٥ وعلى $\frac{7}{11}$ من صل

صل

الليتر الذي غننه ١٠ وحيث أن الليترات الخمسة من المزج الأول تحتوى على

صل

صل

$\frac{2}{11}$ من الليتر الذي غننه ٥ وعلى $\frac{3}{11}$ من الليتر الذي غننه ١٠

صل

والليتر الواحد من المزج الثاني الذي غن الليتر منه ١٧ يحتوى على $\frac{7}{11}$ صل

صل

صل

من الليتر الذي غننه ١٤ وعلى $\frac{4}{11}$ من الليتر الذي غننه ٢٤ وحيث أن

فالليترات الأربعة من المزج الثاني تحتوى على $\frac{28}{11}$ من الليتر الذي غننه

صل

صل

١٤ وعلى $\frac{12}{11}$ من الليتر الذي غننه ٢٤

صل

وحيث أن الليترات التسعة من المزج الثالث الذي غن الليتر منه ١٢

مركبة من ٥ لترات من النوع الذي عن الليتر منه ٨ ومن ٤ لترات

من النوع الذي عن الليتر منه ١٧ ^{صل} فهي حينئذ تحتوي على $\frac{2}{3}$ من الليتر

الذي عنه ٥ وعلى $\frac{2}{3}$ من الليتر الذي عنه ١٠ وعلى $\frac{2}{3}$ من الليتر

الذي عنه ١٤ وعلى $\frac{1}{3}$ من الليتر الذي عنه ٢٤ ^{صل}

فاذا ضربت ذلك في ١٠ وجدت التسعين ليتر من المزج المطلوب

فحتوى على ٢٠ ليتر من النوع الذي عن الليتر منه ٥ وعلى ٣٠ ليتر

من النوع الذي عن الليتر منه ١٠ وعلى ٢٨ ليتر من النوع الذي

عن الليتر منه ١٤ وعلى ١٢ ليتر من النوع الذي عن الليتر منه ٢٤ ^{صل}

حينئذ ~~كل~~ ليتر من هذا المزج يحتوي على $\frac{2}{9}$ من الليتر الذي عنه ٥

وعلى $\frac{2}{9}$ من الليتر الذي عنه ١٠ وعلى $\frac{2}{9}$ من الليتر الذي عنه ١٤ ^{صل}

وعلى $\frac{1}{9}$ من الليتر الذي عنه ٢٤ ^{صل}

وبهذه الطريقة يمكن تركيب عدد معلوم من اللترات التي عن كل ليتر منها ١٢

بان نأخذ من أنواع الشراب بمقادير تناسبية حسب ما ذكرناه عدة لترات منها

ماثنه ٥ ومنها ماثنه ١٠ ومنها ماثنه ١٤ ومنها ماثنه ٢٤ ^{صل}

وحل مثل هذه المسائل ~~بكون~~ بطرق مختلفة فلذا قيل انها مسائل مطلقة

(بمعنى ان حلها غير مقيد بطريقة مخصوصة)

(المسئلة السابعة عشرة) • المطلوب تركيب مزيج يبلغ مقداره ٣٦٥

صل

صل

ليتر من أربعة انواع من الشراب عن الليتر من احدها ٥ ومن الثاني ١٠

صل

صل

صل

ومن الثالث ١٤ ومن الرابع ٢٤ بحيث يصير عن الليتر منه بعد الخلط ١٢

فيقال قد سبق في المسئلة المتقدمة انه يمكن تركيب الليتر من المزج المطلوب

صل

صل

باخذ $\frac{2}{9}$ من الليتر الذي عنه ٥ و $\frac{3}{9}$ من الليتر الذي عنه ١٠

صل

صل

و $\frac{28}{9}$ من الليتر الذي عنه ١٤ و $\frac{12}{9}$ من الليتر الذي عنه ٢٤

فاذا ضربت ذلك في ٣٦٠ رأيت انه يمكن تركيب ٣٦٠ ليتر من

صل

المزج المطلوب باخذ ٨٠ ليتر مما عن الليتر منه ٥ و ١٢٠ ليتر

صل

صل

مما عن الليتر منه ١٠ و ١١٢ ليتر مما عن الليتر منه ١٤ و ٤٨

صل

ليتر مما عن الليتر منه ٢٤ وبظن البراهين المتقدمة تحصل النتائج

الآتية (في المسائل التي سذكرها)

• (المسئلة الثامنة عشرة) • اذا كان مع تاجر نوعان من الشراب عن الليتر

فرنك

فرنك

من احدهما ٩ د • ومن الثاني ٨ د • فما المقادير التي يلزمه اخذها

من كل نوع منهما لاجل الخلط حتى يصير مقداره المزج ١٠٠ ليتر عن كل ليتر

فرنك

منها ٨٧ د •

فالجواب أن يقال المزج المطلوب يكون مركباً من ٧٠ ليتر مما عن الليتر منه

فرنك ٩ ر . ومن ٣ ليرامثلين الليتر منه ٨ ر .
 • (المسئلة التاسعة عشرة) • اذا كان هناك نوعان من الشراب غن الليتر من

فرنك ٩ ر . ومن الثاني ٨ ر . وأردنا أن نركب منهما مزجا باخذ
 فرنك

مقادير تناصية منهم ما بحيث يصير غن الليتر من هذا المزج ٨٧ ر . فها تكون
 هذه المقادير

فرنك ٩ ر . يلزم أن تكون
 فالجواب أن يقال ان كمية الشراب الذي غن الليتر منه ٩ ر . يلزم أن تكون
 ١٣ من المزج الكلى

• (المسئلة العشرون) • اذا كان مع أحد التجار ٧٠ ليرام من الشراب
 فرنك

الذي غن الليتر منه ٩ ر . فامقدار ما يلزم اضافته من الشراب الذي غن
 فرنك

الليتر منه ٨ ر . حتى يصير غن الليتر من المزج ٨٧ ر .
 فالجواب أن يقال ان عدد الليترات المطلوبة هو $\frac{٢}{٧٠}$ من ٧٠ اي ٣٠

• (المسئلة الحادية والعشرون) • ما مقدار ما يلزم اضافته من الماء الى ١٠٨
 فرنك

ليترات من الشراب الذي غن الليتر منه $\frac{١١}{١٢}$ حتى يصير غن الليتر من المزج ٩ ر .
 فالجواب أن يقال ان المزج يلزم أن يكون مركبا من ١١٠ ليرات بحيث

يلزم أن يكون مقدار المضاف الى ١٠٨ ليرات من الشراب ليترين من الماء
 • (المسئلة الثانية والعشرون) • اذا كان هناك أربعة انواع من الشراب

فرنك ٩ ر . ومن الثاني ١٠ ر . ومن الثالث ١٤ ر .
 فرنك

ومن الرابع ٢٤ ر . وأردنا أن نركب منها مزجا باخذ مقادير تناصية منها

فرنك

بحيث يصير عن الليتر من المزج ١٢ ر • فأتكون هذه المقادير
فالجواب أن يقال حيث أن اثنان كل ليتر من أنواع الشراب قبل التركيب
وبعد هي ٥ و ١٠ و ١٤ و ٢٤ و ١٢ ستة المقادير
التناسبية المطلوبة هي عين ما تقدم في المسئلة السابعة عشرة فيقتد كل ليتر من
فرنك

المزج المطلوب يخصه $\frac{٢}{٩}$ مماثن الليتر منه ١٠٥ ر • و $\frac{٣}{٩}$ مماثن
فرنك

الليتر منه ١٠ ر • و $\frac{٢٨}{٩}$ مماثن الليتر منه ١٤ ر • و $\frac{١٢}{٩}$ مماثن
فرنك

الليتر منه ٢٤ ر •

• (المسئلة الثالثة والعشرون) • المطلوب تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليتر
ياخذ مقادير تناسبية من أربعة أنواع من الشراب عن الليتر من أحدها
فرنك فرنك فرنك

٥٠ ر • ومن الثاني ١٠ ر • ومن الثالث ١٤ ر • ومن الرابع
فرنك فرنك

٢٤ ر • بحيث يكون عن الليتر من المزج ١٢ ر •

فالجواب أن يقال حيث أن المقادير التناسبية هنا هي عين ما تقدم في المسئلة
السابقة فإذا ضربنا في ٣٦٠ كميات الشراب التي يتركب منها كل ليتر من
المزج المطلوب ظهر أنه يمكن تركيب مزج قدره ٣٦٠ ليتر من ٨٠ ليتر
فرنك فرنك

مماثن الليتر منه ١٠٥ ر • ومن ١٢٠ ليتر مماثن الليتر منه ١٠١ ر • ومن
فرنك فرنك

١١٢ ليتر مماثن الليتر منه ١٤ ر • ومن ٨ ليتر مماثن الليتر منه ٢٤ ر •

• (خاط المعادن) •

• (المسئلة الرابعة والعشرون) • إذا كان مع حانغ سيدكان من الذهب عيار

أحدهما ٩٠ د . والثانية ٨٠ د . فإما قدر ما يلزم أخذه من القرامات من كل سبيكة لأجل تركيب مخلوط منهما قدره ١٠٠ غرام وعياره ٨٧ د .
 (الحل الأول) • حيث أن المائة غرام التي هي قدر المخلوط المطلوب يلزم أن تحتوى من الذهب على ٨٧ غراما فإن أخذت هذه المائة من السبيكة الأولى كانت محتوية من الذهب على ٩٠ غراما عوضا عن ٨٧ غراما بمعنى أن عيارها يزيد عن العيار الأول ٣ غرامات فيستعوض حينئذ عدد من غرامات الذهب الذي عياره ٩٠ د . من الخالص بمثل من غرامات الذهب الذي عياره ٨٠ د . بحيث لا تحتوى المائة غرام التي هي المخلوط الأعلى ٨٧ غراما من الذهب الخالص

واصلا إذا استعوضنا الواحد الذي عياره ٩٠ د . من الخالص بمثل من الذهب الذي عياره ٨٠ د . وجدنا كمية الذهب الموجودة في المائة غرام غرام

التي هي المخلوط تنقص في كل غرام بقدر ١ د . وعليه فيلزم أن نأخذ من الذهب الذي عياره ٨٠ د . من الخالص عدة غرامات بقدر مرات دخول غرام غرام

١ د . في ٣ فإذا قسمنا ٣ غرامات على ١ د . دل خارج القسمة وهو ٣٠ على أنه يلزم أن نستعوض ثلاثين غراما من المائة غرام التي عيارها ٩٠ د . من الخالص بثلاثين غراما من الذي عياره ٨٠ د .

فإن المائة غرام التي هي المخلوط المطلوب تكون مركبة من ١٠٠ - ٣٠ أي ٧٠ غراما من السبيكة الأولى التي عيارها ٩٠ د . من الخالص ومن ٣٠ غراما من السبيكة الثانية التي عيارها ٨٠ د . من الخالص

(الحل الثاني) • أن تجري العملية كما لو كانت كمية المخلوط مجهولة ثم تبحث عن المقادير التناسبية التي يجبها • تكون خامط نوعي الذهب فتجد كل غرام غرام

من هذا المخلوط يحتوي على ٧ د . من السبيكة الأولى وعلى ٣ د . من

السيكة الثانية كما في المسئلة الرابعة والثلاثين من غرة ١٤٤
وعليه فالمائة غرام التي هي المخلوط المطلوب تتركب بسبك ١٠٠
غرام
في ٧٠ ر. أى ٧٠ غراما من السيكة الاولى مع ١٠٠ في ٢٠ ر.
أى ٣٠ غراما من السيكة الثانية

• (المسئلة الخامسة والعشرون) • اذا كان مع صانغ سبك كان احدهما
مركبة من ٢٧٠ غراما من الذهب و ٢٠ غراما من النحاس
والثانية مركبة من ٤٠ غراما من الذهب و ١٠ من النحاس
فلمقدار ما يلزم أخذ من كل سيكة لاجل تركيب سيكة ثالثة زنتها ٦٠
غرام
غرام
غراما وتحتوى من الذهب على ٥٢٢ ومن النحاس ٧٨

فالجواب ان يقال يؤخذ من القاعدة التي ألقناها في مجت خلط المعادن
(غرة ١٤٤) أن عبارات السبائك الثلاثة بالنظر للذهب هي ٠٩٠
و ٠٨٠ و ٠٨٧ فتصير المسئلة حينئذ هكذا المقادير التناسبية
التي يحسبها يخلط نوع الذهب الذي عبارته ٠٩٠ ونوع الذهب الذي
عباره ٠٨٠ من الخالص لاجل تركيب ٦٠ غراما من نوع الذهب
الذي عبارته ٠٨٧

فالجواب أن يقال انه تقدم في المسئلة الرابعة والعشرين السابقة أن كل غرام
من المخلوط المطلوب يكون مركبا من ٧٠ ر. من السيكة الاولى
غرام

ومن ٢٠ ر. من السيكة الثانية فاذن تكون الستون غراما التي هي المخلوط
المطلوب مركبة من ٦٠ في ٧٠ ر. أى ٤٢ من السيكة الاولى
غرام غرام
ومن ٦٠ في ٢٠ ر. أى ١٨ من السيكة الثانية

• (المسئلة السادسة والعشرون) • اذا كان مع صانغ ٧٠ فراما من الذهب الذي عياره ٩٠ ر • من الخالص فما المقدار الذي يلزم اضافته اليه من الذهب الذي عياره ٨٠ ر • من الخالص حتى ينقص عيار الخليط المركب منهما بحيث يصير ٨٧ ر •

فالجواب أن يقال انه يبحث أولا عن المقادير التناسية التي بحسبها يدخل هذان النوعان في الخليط الذي عياره ٨٧ ر • من الخالص وقد سبق في المسئلة غرام

الرابعة والعشرين أن الغرام من الخليط المطلوب يحتوى على ٧ ر • من الذهب الذي عياره ٩٠ ر • وعلى ٣ ر • من الذهب الذي عياره ٨٠ ر •

ولكن حيث ان ٣ ر • هي $\frac{3}{4}$ من ٧ ر • فكمية الذهب الذي عياره ٨٠ ر • من الخالص يلزم أن تكون $\frac{4}{3}$ من كمية الذهب الذي عياره ٩٠ ر • فاذن يتركب الخليط المطلوب بخلط ٧٠ غراما من الذهب الذي عياره ٩٠ ر • من الخالص مع $\frac{4}{3}$ من ٧٠ غراما أى ٣٠ غراما من الذهب الذي عياره ٨٠ ر • من الخالص

• (المسئلة السابعة والعشرون) • ما المقدار الذي يلزم اضافته من الذهب الخالص الى ٣٣ غراما من الذهب الذي عياره $\frac{10}{11}$ من الخالص حتى يزيد عياره عن ذلك ويصير $\frac{4}{3}$

فالجواب أن يقال حيث ان $\frac{10}{11}$ من الخليط المقروض ذهب خالص فالباقي من هذا الخليط وهو $\frac{1}{11}$ يكون مركبا من مادة أخرى كالنحاس فتكون الثلاثة والتلاتون غراما من الخليط المذكور محتوية من النحاس على $\frac{1}{11}$ من ٣٣ غراما أى ١٨ غراما

ومضى أضفت من الذهب كمية مناسبة وجدت الخليط الجديد الناتج عن هذه الاضافة يحتوى من الذهب الخالص على أربعة اسباع زنه ومن

التحاس على ثلاثة اسباعها فبعد حينئذ الثمانية عشر غراما من التحاس
الموجودة في الخلوط المطلوب هي ثلاثة اسباع زنة هذا الخلوط بتمامه
غرام

فاذن تحصل زنته بقسمة ١٨ على $\frac{3}{7}$ فيكون الخارج ٤٢ غراما
وحينئذ يكون المقدار الذي يلزم اضافته من الذهب النخالص الى ٣٣ غراما
هو ٤٢ - ٣٣ أى ٩ غرامات

وذلك انه حيث كانت ٣٣ غراما من الخلوط المفروض محتوية على ١٨
غراما من التحاس وعلى ١٥ غراما من الذهب النخالص فبسبب
مع ٩ غرامات من الذهب النخالص يحصل ٤٢ غراما من الخلوط
محتوية على ١٨ غراما من التحاس وعلى ٢٤ من الذهب فاذن كل غرام

غرام غرام

من هذا الخلوط يحتوى على $\frac{24}{42}$ أى $\frac{2}{3}$ من الذهب النخالص
فاذن يكون عيار الخلوط بالنظر للذهب $\frac{2}{3}$

• (المسئلة الثامنة والعشرون) • ما المقدار الذى يلزم اضافته من التحاس
الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذى عياره $\frac{11}{12}$ حتى ينقص عياره
عن ذلك ويصير $\frac{9}{10}$

فالجواب أن يقال ان المائة والثمانية غرامات من الذهب الذى عياره $\frac{11}{12}$
غرام

من النخالص تحتوى على $108 \times \frac{11}{12}$ أى ٩٩ غراما من الذهب
الخالص فاذا أضفنا اليها كمية التحاس اللازمة وجدنا في الخلوط الناتج عن
الاضافة ٩٩ غراما من الذهب النخالص وحيث كان المطلوب أن عيار هذا
الخلوط يكون $\frac{9}{10}$ فبضرب زنته بتمامه بعد الخلط في $\frac{9}{10}$ يحصل ٩٩
غراما من الذهب المشتمل عليه ذلك الخلوط فاذا قسمنا حينئذ ٩٩ غراما
على $\frac{9}{10}$ فخرج القسمة وهو ١١٠ غرامات هو زنة الخلوط المطلوب
بتمامه فيلزم حينئذ أن نضيف الى ١٠٨ غرامات من الذهب الذى عياره

$\frac{11}{12}$ مقدار من النحاس يلع ١١٠ - ١٠٨ أى غرامين

غرام

وذلك انه حيث كانت ١١٠ من المخلوط المركب بهذه الكيفية هي

غرام

دائما محتوية على ٩٩ من الذهب فكل غرام من هذا المخلوط يحتوى

غرام غرام

على $\frac{99}{100}$ أى $\frac{9}{10}$ من الذهب الخالص فيكون حينئذ عيار هذا المخلوط

بالنظر الى الذهب $\frac{9}{10}$

• (قبيه) • لما كانت كمية النحاس التى يلزم اضافتها الى ١٠٨ غرامات

من الذهب الذى عياره $\frac{11}{12}$ حتى يتقص ذلك العيار ويصير $\frac{9}{10}$ مساوية

غرام

اغرامين أى $\frac{2}{1.8}$ من ١٠٨ أى $\frac{1}{0.6}$ من ١٠٨ كانت كمية

النحاس التى يلزم اضافتها الى سبيكة من الذهب الذى عياره $\frac{11}{12}$ حتى يتقص

ذلك العيار ويصير $\frac{9}{10}$ تساوى $\frac{1}{0.6}$ من وزن هذه السبيكة بنسبتهما

• (المسئلة التاسعة والعشرون) • اذا صنع سبك سبيكة زنتها ١٠٨

غرامات بسبك نقود اقدية بعضها ذهب وبعضها فضة فما المقدار الذى يلزم

اضافته من النحاس الى هذه السبيكة لاجل تركيب مخلوط يناسب النقود

الجديدة

فالجواب أن يقال حيث كان عيار النقود القديمة $\frac{11}{12}$ وعيار الجديدة $\frac{9}{10}$

فالمخلوط المطلوب يتركب حينئذ بسبك غرامين من النحاس مع ١٠٨

غرامات من السبيكة المفروضة كما فى المسئلة الثامنة والعشرين

• (المسئلة الثلاثون) • اذا كان مع صانع أربع سبائك من الذهب عيار

احداها ٥٠٥ ر. والثانية ١٠ ر. والثالثة ١٤ ر. والرابعة ٢٤ ر.

فما المقدار الذى يلزم اخذه من كل منها لاجل تركيب مخلوط عياره ١٢ ر.

فالجواب أن يقال انه ينظر البراهين السابقة فى المسئلة السادسة عشرة

فيكون تركيب غرام من الذهب عياره ١٢ ر. من الخالص وذلك

بأن يسبك الصائع $\frac{2}{9}$ من الذهب الذي عياره ٠.٠٥ من الخالص و $\frac{3}{9}$ غرام

مما عياره ٠.١٠ و $\frac{2}{9}$ مما عياره ٠.١٤ و $\frac{1}{9}$ مما عياره ٠.٢٤
 • (المسئلة الحادية والثلاثون) • إذا كان مع صائع أربع سبائك من الذهب
 عيار احداها ٠.٠٥ والثانية ٠.١٠ والثالثة ٠.١٤ والرابعة ٠.٢٤
 فما المقدار الذي يلزم أخذه من كل منها لاجل تركيب مخلوط من الذهب قدره
 ٣٦٠ غراما وعياره ٠.١٢ فالجواب أن يقال يؤخذ من المسئلة

المتقدمة انه يمكن تركيب العرام الواحد من المخلوط المطلوب بأخذ $\frac{2}{9}$ غرام

مما عياره ٠.٠٥ من الخالص و $\frac{3}{9}$ مما عياره ٠.١٠
 غرام غرام

و $\frac{2}{9}$ مما عياره ٠.١٤ و $\frac{1}{9}$ مما عياره ٠.٢٤ فإذا جسر بذلك
 في ٣٦٠ رأينا ان ٣٦٠ التي عيارها ٠.١٢ يمكن تركيبها بأخذ
 ٨٠ غراما من الذهب الذي عياره ٠.٠٥ من الخالص و ١٢٠
 غراما مما عياره ٠.١٠ و ١١٢ غراما مما عياره ٠.١٤ و ٤٨
 غراما مما عياره ٠.٢٤

• (المسئلة الثانية والثلاثون) • حيث عرفت بموجب ما تقدم في غرة ١٢١
 فيما يخص النقود والمعاملات تركيب قطع الفرنك من الفضة فيلزم الآن
 أن نستخرج منها قيمة الفضة والذهب الخالص في كل قطعة من القطع ذوات
 العشرين فرنكا ومن ذوات الأربعين أيضا وتستخرج كذلك وزن كل قطعة
 من قطع الصنفين فتقول قيمة الذهب هي $\frac{3}{4}$ من قيمة الفضة وتقطع الخضر عن
 قيمة الخامس الداخلة في هذه القطع

وقطعة الفرنك الواحد هي عبارة عن مخلوط من الفضة والخمس وزنه •

غرامات منها $\frac{9}{11}$ من الفضة الخالصة فعلى هذا كل $\frac{9}{11}$ من ٥ غرامات
من الفضة الخالصة تعادل فرنكا واحدا

ولكن حيث ان $\frac{9}{11}$ من ٥ تبلغ $\frac{9}{2}$ فاذن $\frac{9}{2}$ غرام من الفضة الخالصة
فرنك

تعادل فرنكا واحدا و $\frac{1}{2}$ غرام من الفضة الخالصة يعادل $\frac{1}{4}$ والغرام
فرنك

من الفضة الخالصة يعادل $\frac{2}{9}$ والغرام من الذهب الخالص يعادل $\frac{31}{9}$ من
فرنك فرنك

$\frac{2}{9}$ أى $\frac{31}{9}$ وحيث ان كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا
لا تتوى الاعلى $\frac{9}{11}$ من وزن من الذهب الخالص فالغرام الواحد من هذا

فرنك فرنك فرنك

المخلوط لا يعادل الا $\frac{9}{11}$ من $\frac{31}{9}$ أو $\frac{31}{11}$ أى ٢١
فرنك

وحيث ان ٢١ هو قيمة الغرام الواحد من هذا المخلوط فالفرنك الواحد

غرام غرام غرام فرنك غرام

هو قيمة $\frac{1}{31}$ أو $\frac{1}{31}$ و ٢٠ هى قيمة $\frac{20}{31}$ من هذا المخلوط
فاذن يكون وزن كل قطعة من قطع الذهب ذوات العشرين فرنكا هو $\frac{20}{31}$

غرام

من غرام أى ٦٤٥١٦١٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

غرام

أى ٦٤٥٦١ تقريرا وهذا هو وزن القطعة من ذوات العشرين فرنكا

كاسبق في غرة ١٢١

• (تنبيه) • الاول اذا كانت نقود الفضة والذهب تحتوى على جميع
ما ذكرناه من مقادير المعدن الخالص فيسبب هذه النقود تكون قيمة الغرام

فرنك

الواحد من الفضة الخالصة الناتجة من ذلك هو $\frac{2}{9}$ وقيمة الغرام الواحد

فرنك

من الذهب $\frac{31}{9}$ (ولا ينظر الى مصادر السبك لانها تقرىا تعوض بالتعويض المستخرج بهذا السبك)

ثم ان قيمة الذهب والفضة تتغير في التجارة ولا يلزم فيها احدا معينا فلذا كان الصاعقة في بعض الاحيان يحددون قاعدة في سبك نقود المعاملة

• (التبنيه الثاني) • كان يلزم أن يكون عيار النقود الجديدة من الذهب والفضة ٩٠٠ من الخالص وأن تكون زنة قطعة الذهب التي تساوي

غرام

٢٠ فرنكا ٦٦ ٥١ ٦٤ ر. وأن تكون زنة قطعة الفضة التي تعادل ٥ فرنكان ٢٥ غراما الا أن تعذرو وجود عيار ووزن على غاية من الضبط والعصاة ألزم الحكومة بالتساهل في عيار النقود ووزنها حيث سمحت أن يزداد أو ينقص في قطع الذهب ما مقداره ٠٠٠٢ ر. وفي قطع الفضة ما مقداره ٠٠٠٣ ر.

فبناء على ذلك يتنوع العيار في نقود الذهب من ٨٩٨ ر. الى ٩٠٢ ر. وفي نقود الفضة من ٨٨٧ ر. الى ٩٠٣ ر.

غرام

ويلزم ان القطعة من ذوات العشرين فرنكا تزن ٦٦ ٥١ ٦٤ ر. وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية وأن المقدار المتسامح فيه هو ٦٦ ٥١ ٦٤ ر. وهكذا

غرام

من الاعداد الاعشارية $\times ٠٠٠٢$ أي ٠٣ ١٢٩٠ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية فاذا طرحت وجمعت هذا المقدار المتسامح فيه على التوالي وجدت زنة القطعة من ذوات العشرين فرنكا تتنوع من

غرام

غرام

٦٤ ٣٨٧ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية الى ٦٤ ٦٤٥ ر. وهكذا من

الاعداد الاعشارية ووجدت زنة القطعة من ذوات الاربعين فرنكا تساوى
الذهب ويلزم أيضا ان زنة قطعة الفضة التى تساوى ٥ فرنكات هى
غرام ٢٥ غراما وان المقدار المتساخ فيه هو ٢٥×٠.٠٠٣ أى ٠.٧٥ ر.
غرام غرام
غرام غرام
فيستوع حينئذ وزن هذه القطعة من ٢٤.٩٢٥ الى ٢٥.٠٧٥ ر.

(مسائل مختلفة)

(المسئلة الثالثة والثلاثون) اذا أراد الخوجة ان يفرق على تلامذته
برتقانا فقال لهم اذا أعطيت كل واحد منكم ٦ برتقانات بقي لى ٧ واذا
لم أعط الا ٤ بقى ١٧ لما يكون عدد التلامذة وعدد البرتقان
فالجواب ان يقال اذا كان عدد البرتقان المراد تفرقة على التلامذة ينقص
بقدر ٦ - ٤ أى بقدر ٢ فعدد البرتقان الباقي يزيد بقدر ١٧
- ٧ أى بقدر ١٠ ولكن هذا العدد الاخير (يعنى ١٠) يلزم أن يكون
مساويا لعدد ~~٢~~ مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من التلامذة بحيث
ينقص من كل تلميذ برتقانتان فيحصل حينئذ عدد التلامذة بقسمة ١٠
على ٢ التى خارجها ٥ فاذا كان الخوجة يعطى ٦ برتقانات لكل
تلميذ من الخوجة فانه يفرق ٥ فى ٦ أى ٣٠ وحيث انه يبقى له ٧
برتقانات فيكون عدد البرتقان ~~٣٠~~ + ٧ أى ٣٧ وأما
اذا لم يعط الأربعة أعنى ٤ فى ٤ أى ٢٠ فانه يبقى له ٣٧ - ٢٠
أى ١٧ برتقانة

(المسئلة الرابعة والثلاثون) اذا حصل فى مركب من مرآكب الفرقين
ثقب يدخل فيه من الماء ٤ امتار مكعبة فى الساعة الواحدة ولم يحصل
الغور على هذا الثقب الا بعد ثلاث ساعات بحيث كان فى باطن المركب ١٤
مترا مكعبا من الماء حين أريد نزحها بطول بيتنا احدها متزح ٣.٧ مترا
مكعب فى الساعة الواحدة والثانية متزح ٢.٣ متر مكعب فى الساعة

الواحدة فاما مقدار الساعات التي يلزم تشغيل الطولبتين فيها حتى يحفظ باطن المركب من الماء

فالجواب أن يقال اذا حصل تشغيل الطولبتين معا فانهما ينزحان في الساعة الواحدة ٦ أمتار مكعبة من الماء بمعنى أنهما ينزحان في ظرف هذه المدة مترين مكعبين زيادة على المقدار الداخل من الماء في النقب المذكور فعلى هذا اذا أردت معرفة مقدار الزمن الذي يلزم استغراقه في تشغيل الطولبتين فاقسم ١٢ على ٢ الذي هو عدد الامتار المكعبة من الماء المنزوحة

في ساعة واحدة فيكون خارج القسمة وهو ٦ هو عدد الساعات المطلوب
* (المسئلة الخامسة والثلاثون) * المطلوب تقسيم سقيم واحد بين أربعة فقراء بأن يبدله بقطع اخرى من النقود تعطى لهم بحيث ينحصر كل فقير ربع السقيم المذكور

فالجواب أن يقال ان ما بين قيم قطع الليارد والسقيم من التفاضل هو الواسطة في حل هذه المسئلة وذلك بان تبدل السقيمات بلياردات ومن المعلوم أن كل صولدى يعادل ٤ لياردات وأن كل ٥ سقيمات عبارة عن صولدى واحد فعلى هذا يعطى كل فقير من الاربعة ليارد واحد ثم يرد كل منهم للمعطى سقيمات فيكون المدفوع لهم اربعة لياردات أى صولديا واحدا والمردود منهم اربعة سقيمات أى صولديا الاستيماء فينشد يكون المقدار المتصدق به عليهم ستيما واحدا لكل منهم ربيعة

* (المسئلة السادسة والثلاثون) * المطلوب إيجاد عدد مجموع نصفه وغنمه ٦٠ فالجواب أن يقال حيث ان مجموع كسرى $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{8}$ هو $\frac{5}{8}$ ينتج من ذلك ان $\frac{5}{8}$ العدد المطلوب هو ٦٠

فاذن $\frac{1}{8}$ العدد المطلوب يعادل خمس ٦٠ أى $\frac{7}{2}$ وعليه فكسر $\frac{8}{1}$ العدد المقروض يعادل ٨ في $\frac{7}{2}$ أى $\frac{8 \times 7}{2}$ أى ٢٨

ومن المعلوم أن نصف ٢٨ هو ١٤ وثن ٢٨ هو ٥٦ و١٢ مجموع ٤٨ و ١٢ هو ٦٠

• (المسئلة السابعة والثلاثون) • المطلوب ايجاد عددين يكون كل من مجموعهما وتفاضلهما معلوما

فالجواب أن يقال ان خواص عمدة ١٤ هي الواسطة في ايجاد العددين الجهولين ومن المعلوم أنه اذا كان كل من العددين الجهولين مساويا لنصف المجموع كان مجموعهما هو المجموع المقروض ولكن لا يكون بينهما تفاضل فلاجل أن يكون بينهما تفاضل بقدر التفاضل المقروض من غير أن يتغير المجموع يكفي أن يجعل أكبر العددين المطولين هو نصف المجموع زائدا نصف التفاضل وأن يجعل أصغرهما نصف المجموع ناقصا نصف التفاضل

• (المسئلة الثامنة والثلاثون) • هلك هالك عن ابن وبنت وزوجة وأوصى للابن بالنصف وللبنات الثلث وبالعشرة آلاف فرنك الباقية للزوجة فامقدار المال كله وما نصيب كل من الوالدين

فالجواب أن يقال اذا ضم نصيب الابن الى نصيب البنت تركب منهما $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ اي $\frac{7}{12}$ التركة فالعشرة آلاف فرنك الباقية للزوجة هي سدس فرنك فرنك

مال الميت فيكون المال كله حيثنذهو ٦ في ١٠٠٠٠ اي ٦٠٠٠٠ فرنك فرنك

فلا ابن النصف وهو ٣٠٠٠٠ وللبنت الثلث وهو ٢٠٠٠٠ وللزوجة فرنك

الباقى وهو ١٠٠٠٠

• (المسئلة التاسعة والثلاثون) • اذا كان هناك حنفيتان تصبان في حوض وكانت احدهما مغلوقة في $\frac{2}{3}$ ساعة والثانية في $\frac{3}{4}$ ساعة وكان مل مهبذا الحوض من الماء يستغرق في اخر اجه منه بواسطة ثقب مصنوع فيه ثلاث ساعات وفرضنا أن الحوض المذكور فارغ وأردنا ملاء بالحنفتين جميعا مع انفتاح ثقبه بحيث يجرى الماء من الثلاثة فامقدار الزمن الذي يستغرقه مل الحوض بهذه المناجاة

فالجواب أن يقال لو فرضنا أن الحنفية الاولى هي وحدها التي يجرى ماؤها

دون الحنفية الثانية والثقب لكات عملاً الحوض في طرف $\frac{2}{3}$ ساعة مرة واحدة وفي طرف ٣ ساعات مرتين وعملاً ثلثيه في طرف ساعة واحدة واما الحنفية الثانية فانها في طرف ساعة واحدة عملاً $\frac{2}{3}$ الحوض والثقب الذي هو المنفذ الثالث يفرغ في تلك المدة $\frac{1}{3}$ الحوض

فحينئذ اذا جرى الماء من المنافذ الثلاثة كان الجزء الذي يملأ من الحوض في طرف ساعة واحدة هو $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$ اي $\frac{3}{3}$ وحيث ان $\frac{3}{3}$ الحوض عملاً في ساعة واحدة فيملأ $\frac{1}{3}$ الحوض في $\frac{1}{3}$ ساعة وحينئذ فيملأ الحوض كله في ٣ في $\frac{1}{3}$ ساعة اي في $\frac{2}{3}$ ساعة

(المسئلة الاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة لكن سبق أحدهما الاخر بنحو ١٣٨ فرسخا وكان هذا السابق يقطع في كل ٤ ساعات ٣ فراسخ وكان سير الاول (بعد سبقه بهذه المسافة) قبل سير الثاني بأربعين ساعة وكان الساعي الثاني يقطع في كل ٧ ساعات ٦ فراسخ فامقدار الزمن الذي يدرك فيه الثاني الاول وامقدار المسافة التي بين مبدا سير كل منهما الى الغاية التي يتلاقيان فيها

فالجواب أن يقال يؤخذ من منطوق المسئلة أن الساعي الاول يقطع في الساعة الواحدة $\frac{2}{3}$ فرسخ والثاني $\frac{1}{3}$ فحينئذ الساعي الاول الذي سار قبل الثاني بنحو ٤٠ ساعة يقطع في هذه المدة (وهي الاربعون ساعة) ٤٠ في $\frac{2}{3}$ فرسخ اي ٣٠ فرسخا

فعل ذلك حين يتدنى الساعي الثاني في السفر ليكون الاول قد سبقه بنحو ١٦٨ فرسخا فاذن لا يدرك الثاني الاول الا اذا سار هذه المسافة أعني ١٦٨ فرسخا وحيث ان الساعين يتقاربان من بعضهما في طرف ساعة واحدة بقدر $\frac{1}{3}$ - $\frac{2}{3}$ اي $\frac{1}{3}$ من فرسخ وفي طرف $\frac{1}{3}$ ساعة بقدر $\frac{1}{3}$ من فرسخ وفي طرف ٢٨ في $\frac{1}{3}$ ساعة اي في طرف $\frac{28}{3}$ من ساعة بقدر فرسخ واحد وفي طرف ١٦٨ في $\frac{28}{3}$ من ساعة أي في طرف ١٥٦٨ ساعة

بمقدور ١٦٨ فرسخا فالساعي الثاني حيثئذ يدرك الساعي الاول بعد
 أن يستغرق في سيره ١٥٦٨ ساعة وهو في هذه المدة يقطع ١٥٦٨
 في $\frac{7}{1}$ فرسخا أي ١٣٤٤ فرسخا • واما الساعي الاول الذي ابتدأ
 في السير قبل الثاني بنحو ٤٠ ساعة فإنه يقطع في ظرف ١٦٠٨ ساعات
 مسافة ١٦٠٨ في $\frac{7}{2}$ فرسخا أي ١٢٠٦ فراسخ فالتمفاضل وهو
 ١٢٨ فرسخا بين المسافتين المقطوعتين وهما ١٣٤٤ فرسخا و ١٢٠٦
 فراسخ هو في الحقيقة مقدار المسافة التي بين مبدأ أي سفر الساعين
 • (المسئلة الحادية والاربعون) اذا توجه ساعيان الى جهة واحدة وسبق
 احدهما الاخر بمسافة ٢٠٠ فرسخ وكان السابق يقطع في كل ٤ ساعات
 ٣ فراسخ وسافر قبل صاحبه باربعة ساعات وكان الثاني يقطع في كل ٧ ساعات
 ٦ فراسخ فكم مقدار الساعات التي يلزم ان يستغرقها الثاني في السير حتى لا يتقي
 ينه وبين الاول الا ٦٢ فرسخا فقط

فالجواب أن يقال اذا كثرت العمليات السابقة وجدت الساعي الاول يقطع
 قبل سفر الثاني ٣٠ فرسخا فيكون سبقه للثاني بمسافة ٢٣٠ فرسخا
 فلاجل ان لا يكون الثاني متأخرا عن الاول الا بمسافة ٦٢ فرسخا فقط
 يلزم أن يقرب منه بمقدور ٢٣٠ - ٦٢ فرسخا أي بمقدور ١٦٨ فرسخا
 وقد سبق في المسئلة المتقدمة ان هذا القرب يحصل بعد مسيرة الساعي الثاني
 بمقدار ١٥٦٨ ساعة

• (المسئلة الثانية والاربعون) • اذا دلت الساعة على مجي وقت الزوال فاعدد
 المرات التي يتلاقى فيها عقرب الدقائق مع عقرب الساعات من الزوال الى نصف
 الليل وفي أي ساعة تكون كل مرة من تلاقهما

فالجواب أن يقال حيث ان وجه الساعة المعروف بالميزان مقسوم الى ٦٠
 دقيقة فاقل تلاق يحصل اذا دار عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة زيادة على
 عقرب الساعات أعني حين يكون تفاضل المسافتين اللتين يقطعهما العقربان
 ٦٠ دقيقة وحيث انه في كل ساعة يدور عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة

وعقرب الساعات خمس دقائق فالتفاضل بين المسافتين اللتين قطعتهما العقربان يكون حينئذ 50 دقيقة في ظرف ساعة واحدة ودقيقة واحدة في ظرف $\frac{1}{50}$ من ساعة و 60 دقيقة في ظرف $\frac{7}{50}$ أى في ظرف $\frac{12}{11}$ من ساعة فإذا قسمنا حينئذ 12 ساعة على 11 وجدنا الاجتماع الأول يحصل بعد أن يمضى من الزوال ساعة واحدة و 5 دقائق و $\frac{5}{11}$ من دقيقة وإذا استمر العقربان على هذا السير وجدنا المدة التي بين اجتماعيهما واقترانهما في كل مرة تساوى دائما $\frac{12}{11}$ ساعة فعلى هذا يحصل الاجتماع الحادى عشر في نصف الليل اعنى في ابتداء دوران العقربين

• (المسئلة الثالثة والاربعون) • اذا كان بريك فرنساوى (وهو نوع من السفن) يريد القبض على سفينة من سفن القرصان وكانت سفينة القرصان سابقة على البريك بنحو 64 كيلومترا أى 64000 متر وكان البريك يقطع في الساعة الواحدة 25 كيلومترا وسفينة القرصان تقطع 10 كيلومترا في الساعة الواحدة ايضا فامقدار الساعات التي يمكن فيها للبريك الضرب بالنار على القرصان مع فرض أن قوة مدافع البريك 500 متر فالجواب أن يقال اذا امكن وقوع الحرب بينهما فان السفينتين ~~يكونان~~ قد تناريتا من بعضهما بقدر 64000 مترا لا 500 مترا أى بقدر 63500 مترو حيث ان البريك يقطع في الساعة الواحدة 10 كيلومترا أى 10000 متر زيادة على القرصان ينتج من ذلك انه بعد مضى ساعة من السير يقرب البريك من سفينة القرصان بقدر 10000 متر فعلى هذا يقرب منها بقدر متر واحد في ظرف $\frac{1}{10000}$ من ساعة حينئذ يقرب منها بقدر 63500 متر في $\frac{63500}{10000}$ من ساعة اعنى في ظرف 6 ساعات و 21 دقيقة فاذن يمكن للبريك أن يشرع في الحرب بعد 6 ساعات و 21 دقيقة

• (المسئلة الرابعة والاربعون) • اذا اتفق ثلاثة من اللاعبين على أن كل من

ثبت عليه الغلب بفرض لكل من صاحبيه مقدار من الفرنكات به يتضاعف ما يأتى بهما فافترض أن كلا منهما حق عليه الغلب لكن على الترتيب (يعنى أن من لعب منهم أولاً وقع عليه الغلب في الدور الأول ومن لعب ثانياً وقع عليه الغلب في الدور الثانى والثالث فى الثالث) فبقى للأول ٢٤ فرنكا وللثانى ٢٨ فرنكا وللثالث ١٤ فرنكا فمقدار الدراهم التى كانت بيد كل واحد منهم قبل الشروع فى اللعب

فالجواب أن يقال مقتضى منطوق المسئلة أنه عند انتهاء الدور الثالث بقى بيد اللاعب الأول ٢٤ فرنكا وبيد الثانى ٢٨ فرنكا وبيد الثالث ١٤ فرنكا وذلك أنه لما وقع الغلب على الثالث فى الدور الثالث غرم صاحبيه من الفرنكات ما تضاعف به ما كان معه مما بعد انتهاء الدور الثانى وهما حينئذ لم يكن معهما من الفرنكات الا نصف ما كان بأيديهم ما عند انتهاء الدور الثالث اعنى ١٢ فرنكا و ١٤ فرنكا وكان بيد الثالث عند انتهاء الدور الثانى ٤٠ فرنكا غرم منها صاحبيه عند انتهاء الدور الثالث ٢٦ فرنكا وبقى بيده ١٤ فرنكا فعلى هذا يكون عند انتهاء الدور الثانى مع الأول ١٢ فرنكا ومع الثانى ١٤ فرنكا ومع الثالث ٤٠ فرنكا وبظهير ذلك يعرف أنه عند انتهاء الدور الأول كان مع اللاعب الأول ٦ فرنكات ومع الثانى ٤٠ فرنكا ومع الثالث ٢٠ فرنكا وقبل الشروع فى اللعب كان مع الأول ٢٦ فرنكا ومع الثانى ٢٠ فرنكا وضع الثالث ١٠ فرنكات

• (المسئلة الخامسة والاربعون) • سئل اب عن عمر ولده فقال عمرى ثلاثة أمثال عمر ولدى ومن منذ عشر سنوات كان عمرى خمسة امثال عمره فما يكون عمر الولد

فالجواب أن يقال اذا كان عمر الولد ٢٤ سنة كان عمر الاب ٧٢ سنة وكان عمر الولد منذ عشر سنوات ١٤ سنة وعمر الاب ٦٢ سنة وحيث ان خمسة امثال ١٤ تزيد على ٦٢ ثمانية فاطعاً حينئذ ٨

ولا يخفى ان عمر الولد الذي هو ٢٤ سنة اذا نقص سنة واحدة نقص الخطأ الذي هو ثمانية ستين وعليه فلاجل ازالة هذا الخطأ بالكلية يلزم أن تنقص من الاربعة والعشرين سنة اربع سنوات فيكون عمر الولد حينئذ ٢٠ والاب ٦٠ ومن منذ عشر سنوات كان عمر الولد ١٠ سنوات وعمر الاب خمسين سنة فاذا كان عمر الاب اذا ذلك خمسة أمثال عمر ولد

• (المسئلة السادسة والاربعون) • دخل رجل ذات يوم كنيسة ومعه مبلغ من النقود كله من القطع ذات القرنكين وتصدق على بعض الفقراء بصوليديت بقدر ما معه من تلك القطع التي تساوي كل واحدة منها قرنكين فجاءه المولى جل وعلا على ذلك بإبدال ذات القرنكين التي بقيت معه بقطع من ذات الخمسة فرنكات فصرف من هذه القطع التي كل واحدة منها تساوي ٥ فرنكات سبع قطعاً وعاد الى منزله بضعف ما كان معه عند دخوله الكنيسة فقام مقدار الدراهم التي كانت معه أولاً

فالجواب أن يقال لاجل الإيجاز في العملية نرعى الى المبلغ المجهول بصرف سه ونقول ان هذا الرجل الصالح تصدق من كل قطعة من القطع ذات الاربعين صولدياً بصوليدي واحد او $\frac{1}{2}$ مما كان معه اي $\frac{1}{2}$ سه فبقى معه حينئذ $\frac{29}{2}$ سه وحيث ان كل قطعة من القطع ذات القرنكين المركب منها هذا الباقي تغيرت بقطع أخرى من ذات الخمسة فرنكات بان صارت كل واحدة منها تساوي خمسة فرنكات و $\frac{5}{2}$ من ٢ فيكون حينئذ مع هذا الرجل بعد هذا التغيير $\frac{5}{2}$ مما بقى معه اعني $\frac{5}{2}$ من $\frac{29}{2}$ سه اي $\frac{29}{4}$ سه اي ٢ سه $+\frac{7}{16}$ سه لان $\frac{29}{16}$ تعادل $٢ + \frac{7}{16}$

وحيث انه صرف سبع قطع من القطع ذات الخمسة فرنكات اي ٣٥ فرنكا وعاد الى منزله بضعف سه اعني ومعه ٢ سه فالثلاثة والثلثون فرنكا التي صرفها هي حينئذ عبارة عن $\frac{7}{16}$ من سه

وحيث أن $\frac{7}{11}$ من ٣٥ تعادل ٢٥ فرنكا فيكون $\frac{1}{11}$ من ٣٥
معادلا $\frac{1}{11}$ من ٢٥ فرنكا أي ٥ فرنكات فإذاً يكون مبلغ ٣٥
المطلوب 16×5 فرنكات أي ٨٠ فرنكا

فإذاً يكون هذا الرجل قد دخل الكنيسة بأربعين قطعة من القطع ذات
الفرنكين وتصدق على الفقراء بأربعين صولداً أي فرنكين وبقي معه ٢٩
قطعة من القطع ذات الفرنكين فبذلها الله تعالى بمثلها من القطع ذات الخمسة
فرنكات وصرف سبع قطعاً من القطع الجديدة ودخل بيته بأثنتين وثلاثين قطعة
من القطع ذات الخمسة وهي تعادل من الفرنكات ١٦٠ فرنكا أي ضعف ٨٠
فرنكا التي دخل بها الكنيسة

• (المسئلة السابعة والأربعون) • المطلوب تركيب طول مستو من
قطع ذهب فيها مائتا صول الواحد منه ٢٠ فرنكا ومائتا صول الواحد
منه ٤٠ فرنكا بأن توضع عقب بعضها ملاصقة وكان مجموعها يبلغ
٤٥ قطعة وقطر الواحد من ذات العشرين ٢١ ميليمتراً وقطر ذات
الأربعين ٢٦ ميليمتراً فمما دار القطع التي يلزم أخذها من كل صنف من
هذين الصنفين حتى يكون مجموع أقطار الخمسة والأربعين قطعة مساوياً لمتر أي
١٠٠٠ ميليمتر

فالجواب أن يقال إذا أخذت ٤٥ قطعة من ذات العشرين فرنكا
مجموع أقطارها هو 45×21 ميليمتراً أي ٩٤٥ ميليمتراً مع أن
المطلوب ١٠٠٠ ميليمتر فيلزم حينئذ أن نضم إلى هذا المجموع ١٠٠٠ —
٩٤٥ أي ٥٥ ميليمتراً من غير أن تغير مجموع عدد القطع وحيث أن التفاضل
بين أقطار القطع ذات العشرين فرنكا والقطع ذات الأربعين هو ٥ ميليمترات
فيمكنني في ضم ٥ ميليمترات إلى مجموع طول أقطار ٤٥ قطعة أن
يستبدل قطعة من ذات العشرين فرنكا بقطعة من ذات الأربعين فيكبر حينئذ
هذا المجموع بقدر ٥٥ ميليمتراً أي 11×5 ميليمترات باستبدال
١١ قطعة من ذات العشرين فرنكا بأحدى عشرة قطعة من ذات الأربعين

فبذلك يتركب طول المتر بوضع ١١ قطعة من ذات الاربعين فرنسكا
و ٤٥ - ١١ اى ٣٤ قطعة من ذات العشرين متواليسة يعقب
بعضها بعضا

وحينئذ فمجموع أقطار ١١ قطعة من ذات الاربعين و ٣٤ قطعة
من ذات العشرين يساوى ١١×٢٦ ميلمترا + ٣٤×٢١
ميلمترا اى يساوى $٢٨٦ + ٧١٤$ ميلمترا اى ١٠٠٠ ميلمترا
اعنى مترا

(المسئلة الثامنة والاربعون) * أراد حاكم دار قلعة أن يكون له اقتدار
على مقاومة الحصار مدة ثلاثة ايام وكان عدد محافضى القلعة ١٢٠٠ نفس
وقد رأى عدد ما يفقد فى اليوم الاول ٨١ نفسا وأنه فى كل يوم من اليومين
الباقيين يفقد زيادة على اليوم الذى قبله ثلث ما فقد وفرض ايضا انه فى اليوم
الاول من الحصار ياخذ كل عسكري من الخبز عشرة اوقية ومن اللحم
اربع اواق ومن الخمر طوبج غانية وياخذ ايضا اثني عشر صولديارا من الخمر
زاد فى اليومين الباقيين حتى زاد لكل عسكري نصف نصيبه فى اليوم الاول
فما عدد العساكر التى تبقى بعد ايام الحصار الثلاثة وما مقدار ما استعملت من
الذخائر من كل صنف

فالجواب ان يقال حيث ان ما فقد فى اليوم الاول ٨١ نفسا فما فقد
فى اليوم الثانى هو $٨١ + \frac{٨١}{٣}$ اى ١٠٨ نفس وما فقد فى اليوم
الثالث هو $١٠٨ + \frac{١٠٨}{٣}$ اى ١٤٤ نفسا فاذن يكون مجموع
العساكر المفقودة $٨١ + ١٠٨ + ١٤٤$ او ٣٣٣ نفسا

ويكون عدد الباقي بعد الايام الثلاثة $١٢٠٠ - ٣٣٣$ اى ٨٦٧
واما ما استعملت من الخبز فيقال فى الجواب عنه حيث ان كل عسكري فى اليوم
الاول له ستة عشرة اوقية فمجموع ما يصرف فى اليوم الاول هو ١٢٠٠×١٦
اى ١٩٢٠٠ اوقية وحيث ان خرج اليوم الثانى زاد النصف
فيكون المجموع $١٦ + ٨$ اى ٢٤ اوقية وحيث ان عدد العساكر

الباقية في اليوم التالي هو ١٢٠٠ - ٨١ اى ١١١٩ فالخبر
 المنصرف في اليوم الثاني تكون زنة ٢٤ × ١١١٩ اى ٢٦٨٥٦
 اوقية فيكون عدد العساكر التي بقيت الى اليوم الثالث هو ١١١٩
 - ١٠٨ اى ١٠١١ ويكون خرج كل واحد منهم ٢٤ + ١٢
 اى ٣٦ اوقية فتكون زنة الخبر المنصرف في اليوم المذكور هي ٣٦
 × ١٠١١ اى ٣٦٣٩٦ اوقية وحينئذ فجموع المستهلك من الخبر
 في الايام الثلاثة هو ١٩٢٠٠ + ٢٦٨٥٦ + ٣٦٣٩٦ اى
 ٨٢٤٥٢ اوقية وبذلك يعلم ان المستهلك من اللحم ٦٠٢١٣ اوقية

ومن الخراطوج ٤١٢٢٦ ومن النقد ٦١٨٢٩ صوليا

• (المسئلة التاسعة والاربعون) • دخلت امرأة السوق بمقدار من البيض
 فباعته منه لانيسان نصفه ونصف بيضة ثم باعت لآخر نصف ما بقي منها ونصف
 بيضة ثم باعت لثالث نصف الباقي ونصف بيضة ومع ذلك كله لم تترك شيئا من
 البيض فبما مقدار البيض الذي أنته الى السوق

فالجواب أن يقال انه لاجل استخراج هذا العدد يبرهن عليه هكذا بأن يقال
 (اولا) اذا طرح من الباقي الثاني نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ لم يبق شي وحينئذ فالباقي
 الثاني هو عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ فيكون نصف الباقي الثاني $\frac{1}{4}$
 فاذن يكون الباقي الثاني ١

(ثانيا) اذا طرح من الباقي الاول نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ فحصل الباقي الثاني
 فاذن يكون الباقي الاول عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ١ اى زائدا $\frac{3}{2}$
 فيكون نصف الباقي الاول $\frac{3}{4}$ فيكون الباقي الاول حينئذ ٣

(ثالثا) اذا طرح من العدد المطلوب نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ فحصل الباقي الاول
 فاذن يكون العدد المطلوب عبارة عن نصفه زائدا $\frac{1}{2}$ زائدا ٣ اى زائدا $\frac{7}{2}$
 فيكون نصف العدد المطلوب $\frac{7}{4}$ وحينئذ فالعدد كله ٧

فباعته المرأة اولاً $\frac{7}{4}$ + $\frac{1}{2}$ او ٤ بيضات وعليه فالباقي معها ٣
 ثم باعت منه $\frac{3}{4}$ + $\frac{1}{2}$ او ٢ فيكون الباقي ١ ثم باعت منه $\frac{1}{2}$

+ $\frac{1}{4}$ أو ١ ولم يبق معها شيء فحينئذ بدأت المراجعة بجميع ما معها من البيض بدون أن تكسر منه بيضة واحدة

• (المسئلة الخمسون) • أرادت جمعية تجليلي بناء ورشة فابدى المعمار غرضين أحدهما العمارة بالاختشاب والثاني العمارة بالأجار وعلم قدر الكلفة ومدته مكنته واجرة التصليحات الأقوية السنوية ووقته ونسبة الكلفة الى اجرة التصليحات الآتية وسعر الرميح فما يكون العرض الذي يعود بالنفع على الجمعية أكثر من الآخر

فالجواب أن يقال حيث كان كبر الأعداد لا يؤثر في طبيعة البراهين يلزم أن تتخبط بحيث تكون بسيطة جدا وذلك لاجتناب العمليات الطويلة فلفترض أولا ان العمارة بالاختشاب تمكت ثلاث سنوات وأن التصليح الاول يكون

فرنك

في ابتداء السنة الثانية وتبلغ مصاريفه ١٤٥٨ وأن التصليح الثاني الذي يحصل في ابتداء السنة الثالثة يزيد على الاول الثالث • ثانيا ان العمارة بالأجار تمكت ست سنوات وان التصليح الاول يحصل في ابتداء السنة الرابعة وتبلغ

فرنك

مصاريفه ١٥٠٠ وأن التصليحات الآتية نحصل في رأس كل سنة وتزيد العشر • ثالثا ان مصاريف كل تصليح تدفع في ابتداء السنة التي تحصل فيها

فرنك

• رابعا أن كلفة البناء بالاختشاب تبلغ ٣٠٠٠ وأن كلفة البناء بالأجار

فرنك

٧٢٠٠ وانهم اتفقد بدفع متساوية في ابتداء كل سنة • خلافا أن ربح الورشة يكون على وجه بحيث تجدد الاموال في كل سنة وتربح ٢٠ في المائة وذلك مع مراعاة أرباح الارباح

وحيث ان العمارة بالاختشاب تمكت ثلاث سنوات والعمارة بالأجار ست سنوات فبعد مضي ست سنوات تعود العمارة الاولى مرتين والثانية مرة واحدة وبصير حينئذ تجديد الاثنى معا وعايه فيكفي اعتبار ذلك كالفهم

الى ذلك الوقت وبناء على هذا اذا كان جميع الدفع التي تقع في اثناء السنوات الست تحصل في ابتداء السنة الاولى فلا يلزم الاعمال بمجموعين أحدهما بالدفع الخاصة بالغرض الاول والثاني بالدفع الخاصة بالغرض الثاني فيكون المبلغ الاقل موافقا لما يعود بالنفع على الجمعية من كلا الغرضين وحينئذ يلزم أن يكون حساب جميع الدفع في ابتداء السنة الاولى

والدفع الخاصة بعمارة الاخشاب هي أولا يدفع في السنة الاولى ١٠٠٠ فرنك في نظير ثلث عن هذه العمارة الاقل ثانيا يدفع في السنة الثانية ١٠٠٠ فرنك

في نظير ثلث عن العمارة الثاني زائدا ١٤٥٨ لاجل التصليات الاولية
فرنك فرنك

فيكون المجموع الكلي ٢٤٥٨ فالنا ابجرة التصليات بزيادة الثلاث اعني ١٤٥٨
فرنك فرنك فرنك

$\frac{1458}{4}$ اي ١٩٤٤ ويلزم أن يضاف الى ذلك ١٠٠٠ في نظير الثلث
فرنك

الثالث من عن العمارة فيكون المجموع حينئذ ٢٩٤٤ غير أنه بعد مضي السنوات الثلاث الاولى تجدد العمارة بعد ذلك الثمن وبناء عليه تكون الدفع كل ثلاث سنوات واحدة لا تتغير وانما تحصل في اوقات مختلفة

وحيث علم مقدار الدفع المختلفة التي يلزم دفعها والوقت الخاص بكل من الغرضين وسعر الربح (اعني ٢٠ في كل ١٠٠) سهل علينا تصحيح قيمها الخاصة برأس السنة الاولى كما تقدم ذكره ولان ذلك يبين النتائج في هذا الجدول فنقول

فرنك	فرنك
ان ١٠٠٠ المدفوعة في رأس السنة الاولى تعادل نقدا ١٠٠٠	فرنك
وان ٢٤٥٨ المدفوعة في رأس السنة الثانية تعادل قبل سنة واحدة ٢٠٤٨ و ٣٣	فرنك
وان ٢٩٤٤ المدفوعة في رأس السنة الثالثة تعادل قبل سنتين ٢٠٤٤ و ٤٤	فرنك

فرنك فرنك

وان ١٠٠٠ المدفوعة في رأس السنة الرابعة تعادل قبل ثلاث سنوات ٥٧٨٧٠

فرنك فرنك

وان ٢٤٥٨ المدفوعة في رأس السنة الخامسة تعادل قبل اربع سنوات ١١٨٥٢٨

فرنك

وان ٢٩٤٤ المدفوعة في رأس السنة السادسة تعادل قبل خمس سنوات

فرنك فرنك

١١٨٣٦١٣ فتكون المصاريف المدفوعة في رأس السنة الاولى ٨٠٣٩٦٩٨

واذا جرينا على مثل هذه الطريقة يظهر لنا ان المصاريف الخاصة بالفرض

فرنك

الثاني تعادل في ابتداء السنة الاولى ٧١٨١٩٢ وحيث ان هذا المبلغ

اصغر من المبلغ المتقدم فينتج من ذلك ان العمارة بالايجار اكثر نفعا للجمعية

من العمارة بالاشباب

• (تنبيه) • ظهر لنا ان المبال الذي ذكرناه ان مدته العمارة الاولى التي هي

ثلاث سنوات وجدت مخصصة مرارا عديدة بالهبة في مدة العمارة الثانية

التي هي ست سنوات وان لم يكن الامر كذلك ينتخب اعضاء اعداد السنين

بحيث يكون قابلا للتقسيم على كل من المدتين وذلك لتجديد العمارتين معا في هذا

الوقت ونجري العمل على هذا المنوال

• (المسئلة الحادية والخمسون) • اجتمع خمسة اصحاب وأرادوا أن يتفقدوا

معاف تقدم الاول ٣ صون والثاني ٤ والثالث ٥ والرابع ٨ فصار

الجموع ٢٠ هننا وحيث ان انما من لم يقدم شيئا أعطى له سهم في نظير

ما بمخسة ١٦ فرنكا والمطلوب ترتيب مصروف كل منهم

وحيث ان الاصحاب الخمسة يلزم أن يدفعوا قد بعضهم في المصروف فيكون بينهم

فرنك

١٦ خمس المصروف الكلي وعليه فيكون السهم الكلي أو ثمن العشرين هجنا

فرنك

فرنك

فرنك

• × ١٦ أو ٨٠ فاذن يعادل كل سهم ٤ وينبأ على هذا

الثلاث ما خصهن من ذلك أعني ١٨ ١ كليا فحينئذ ياخذ كل من ربّات
الأدب وربّات الجمال بعد التفريق ٦ ١ كاليل
• (المسئلة الرابعة والخمسون) • المطلوب كيل ٤ لترات من التبيذ
بواسطة ٣ أوان أولها يسع ٨ لترات والثاني ٥ والثالث ٣ والقرص
ان الاواني كلها فارغة

فالجواب أن يقال انه لاجل الاختصار رمز للانا الذي يسع ٨ لترات
بحرف ١ وللانا الذي يسع ٥ بحرف ٢ وللانا الذي يسع ٣
بحرف ٣ وبعد ذلك نضع في انا ١ لترات وغلا ٣ من التبيذ
الموجود في ١ فيبقى ٥ لترات في ١ ويصير ٢ فارغا و
محتويا على ٣ لترات ثم نصب في ٢ الترات الثلاثة الكائنة في ٣
فيصير ٥ لترات في ١ و ٣ في ٢ ويصير ٣ فارغا ثم غلا ٣
من التبيذ الموجود في ١ فيبقى لتران في ١ و ٣ في ٢ و ٣ في ٣
ثم غلا ٣ يميز من الترات الثلاثة الكائنة في ٣ فيبقى لتر واحد في ٣
ويصير ٣ محتويا على ٥ لترات ويبقى لتران في ١ ثم نصب في ١ الترات
الخمسة الموجودة في ٢ ويبقى ٧ لترات في ١ ويصير ٣ فارغا
ويحتوى ٣ على لتر واحد ونصب في ٢ الترات الكائنة في ٣ فيصير ٧
لترات في ١ ولتر واحد في ٢ ويصير ٣ فارغا ثم غلا ٣ يميز من
الترات السبعة الموجودة في ١ فيصير في ٣ لترات ولتر واحد في ٢
واما انا ١ فانه لا يحتوي الا على الترات الاربعة التي يراد كيلها ويمكن
أن تحل هذه المسئلة بعدة اوجه

• (المسئلة الخامسة والستون) • المطلوب معرفة مجموع عدة اعداد
وبيان ذلك هو أن تكتب ثلاثة اعداد تكون مركبة من اربعة ارقام ثم تضع
تحت هذه الاعداد ثلاثة اعداد آخر تدل ارقامها على ما يلزم اضافته لكل من
ارقام الاعداد الثلاثة المقروضة لتعصيل ٩ فيصير مجموع الاعداد الستة
الناجبة ماويا ٣ في ٩٩٩٩ اي ٢٩٩٩٧

فاذا فرضت مثلا ان الاعداد المختارة هي

٢٢٢٢ و ١٢٠٥ و ٣٠٠٤

فضع تمام مقامها أعني ما يلزم اضافته لكل من هذه الاعداد وذلك لتحصيل
٩٩٩٩ والتممات هي

٧٧٧٧ و ٨٧٩٤ و ٦٩٩٥

وحينئذ يكون مجموع هذه الاعداد الستة مساويا ٣ في ٩٩٩٩ اي ٢٩٩٩٧ وعليه كان يمكن كتابة هذا المجموع قبل وضع الاعداد
الثلاثة الاولى وذلك وسيلة الى حل المسئلة المقرضة

المسئلة السادسة والثلاثون اذا وضعت ثلاثة اشياء مختلفة الجنس على
طاولة ثم أخذتها ثلاثة اشخاص كل واحد واحد فليكن جنس الشيء الذي
أخذ كل من الاشخاص الثلاثة

فالجواب أن يقال انه اذا فرض ان الاشياء الثلاثة عبارة عن غلاف وخاتم
وساعة يرمز لا واثلها وهي الغيز والخاه والسين بحروف غ و خ و س
ثم يؤخذ ٢٤ فلما وبعطى منها واحد للشخص الاول واثنان للثاني وثلاثة
للاول وثلاثة عشر الباقية على الطاولة فلاجل معرفة الشيء الذي
أخذه كل شخص نقول ان الشخص الذي اخذ الغلاف يأخذ من على الطاولة
فلو اباه ددما يوجد في يده والذي معه الخاتم يأخذ ضعف ما في يده من
الفلوس والذي معه الساعة يأخذ أربعة امثال ما في يده فيستل حينئذ عن
معدار ما بقي من الفلوس على الطاولة وهذا الباقي يصير ضرورة اعداد

١ ٢ ٣ ٥ ٦ ٧

وتنسب هذه الاعداد لهذه الالفاظ

عطا خبز غير خير سعر سماح

فالاول حرف من الكلمة المقابلة لعدد الفلوس التي تبقى على الطاولة هو أول
حرف من الشيء الذي أخذه الشخص الاول والحرف الثاني من الكلمة بعينها هو
أول حرف من الشيء الذي أخذه الثاني

مثلا اذا بصيت ستة اقلر فكل كلمة سعر الموضوع تحت الباقي الذي هو عدد ٦
تدل على ان الشخص الاول أخذ الساعة وان الثاني أخذ الغلاف
• (تنبيه) • نحقق هذه القاعدة سهل جدا عند التجربة لان الاشياء الثلاثة
لا يمكن تركيبها الا بست طرق مختلفة وبتطبيق القاعدة يظهر أن الستة الباقية
المقابلة هي ١ و ٢ و ٣ و ٥ و ٦ و ٧

• (رؤس مسائل برادهاها) •

• (المسئلة السابعة والخمسون) • سئل انسان من أرباب السخرية عن
تاريخ اليوم الحال من الشهر وعن الساعة الراهنة من اليوم فاجاب بجواب
مغلق مضموته اذا ضم على ثلث أيام الشهر السبق مضت نصف الايام الباقية
يقصـل تاريخ اليوم الحال من الشهر وأما الساعة فقدمضى نصف النهار
فاذا اخذت $\frac{3}{4}$ عدد الساعات الموجودة من هذا الوقت الى نصف الليل
تجد عددا يزيد عن ٤ بالكمية التي ينقص عدد ساعاتها الماضية من
نصف النهار بقدر ١٠ والمطلوب حينئذ تاريخ اليوم الحال من الشهر
والساعة الراهنة من اليوم (وفرض هذه المسئلة ان الشهر ثلاثون يوما)

جوابه تاريخ اليوم الحال من الشهر ١٣ والساعة الراهنة من اليوم
٩ بعد الزوال وتحل هذه المسئلة بواسطة فرضين كما سبق

• (المسئلة الثامنة والخمسون) • أراد انسان بيع حصان وبستان ودار
فرنك

واراد أن يأخذ ثمن جميعها ١٠٠٠٠ ومع هذا فغن البستان أربعة امثال
غن الحصان وغن الدار خمسة امثال غن البستان فما يكون غن كل من هذه

فرنك فرنك فرنك
فالجواب اما غن الحصان فهو ٤٠٠ وغن البستان ١٦٠٠ وغن الدار ٨٠٠٠
• (المسئلة التاسعة والخمسون) • ثلاثة اخوال أرادوا تعيش فبت أخذت لهم

فرنك
فقيرة فجمعوا ١٤٤ أعطى الاول منها على قدر طاقته والثاني اعطى أكثر
من الاول ثلاث مرات والثالث أعطى بقدرهما فما تكون عطية كل منهم

فالجواب

فرنك فرنك فرنك
فالجواب اعطى الاول ١٨ والثاني ٥٤ والثالث ٧٢

فرنك

• (المسئلة الستون) • رجل هرم غير مفرّج ترك ٥٥٠٠٠ خمس من بنات اخته وثلاثة من اولاد اخيه و ٢ من اخوته ويلزم أن تكون حصص بنات الاخت متساوية واولاد الاخ الثلاثة يتقاسمون بالسوية نصف مبلغ حصص بنات اخته الخمسة والاخوان يتقاسمون على السوية ثلث كل ما أخذته بنات الاخت الخمسة فامقادير الحصص المختلفة

فرنك

فالجواب ان كلام بنات الاخت يأخذ ٦٠٠٠ وكلام اولاد الاخ يأخذ ٥٠٠٠ وكلام الاخوين يأخذ ٥٠٠٠

فرنك

• (المسئلة الحادية والستون) • هلك هالك عن زوجة وابنين وثلاث بنات

فرنك

وترك من المال ١١٠٠٠ واوصى بان يكون نصيب الام ضعف نصيب احد الابنين وان يكون نصيب الابن الواحد ضعف نصيب احدى البنات فما كيفية التقسيم

فرنك

فرنك

فالجواب نصيب الام ٤٠٠٠ ونصيب الابن ٢٠٠٠ ونصيب

فرنك

البنات ١٠٠٠

• (المسئلة الثانية والستون) • اتفق أربعة من اللاعبين على ان الذي يحق عليه القلب يضاعف ما يد الثلاثة الاخر فبعد أربعة ادوار صار مع الاول

فرنك

فرنك

فرنك

فرنك

٧٢ ومع الثاني ٤ ومع الثالث ٢ ومع الرابع ٩ فما قدر الدرهم التي دخل بها كل منهم في اللعب مع العلم بأن الاول خسر في الدور الاول والثاني في الثاني والثالث في الثالث والرابع في الرابع

فرنك

فرنك

فالجواب انه عند دخولهم في اللعب كان مع الاول ٨ ٤ ومع الثاني ٢٤

فرنك فرنك

ومع الثالث ١١ ومع الرابع ٦
 • (المسئلة الثالثة والستون) • اتفق خمسة من اللاعبين على ان من يحق
 عليه الغلب يضاعف دراهم الاربعة الاخر فيه مضمي خمسة ادوار صار
 فرنك فرنك فرنك فرنك
 مع الاول ٨٠ ومع الثاني ٤٠ ومع الثالث ٢٠ ومع الرابع ١٠
 فرنك

ومع الخامس ٥ فمقدار الدراهم التي دخل بها كل في اللعب مع العلم
 بان الاول خسرت الدور الاول والثاني في الثاني والثالث في الثالث والرابع
 في الرابع والخامس في الخامس

فرنك فرنك فرنك
 فالجواب ان الاول كان معه ٨٠ والثاني معه ٤٠ والثالث معه ٢٠
 فرنك فرنك
 والرابع معه ١٠ والخامس معه ٥

فرنك

• (المسئلة الرابعة والستون) • دفع ٢٢٨٠٠ فداء ٧٧ ضابطا
 فرنك

ما بين يوزباشي وملازم اول وجعل فداء كل يوزباشي ٤٠٠ وكل
 فرنك

ملازم اول ١٥٠ فماعدد اليوزباشية والملازمين الاول
 فالجواب عدد اليوزباشية ٤٥ وعدد الملازمين ٣٢

• (المسئلة الخامسة والستون) • سئل هرم من عمره فاجاب بقوله كان
 عري وقت زواجي ثلث عري الآن ومضيت الربع بعد زواجي قبل ان ارضق
 بسلام عمره ٤٥ سنة فما يكون عمر الهرم المذكور
 فالجواب عمره ٨٤ سنة

• (المسئلة السادسة والستون) • اجتمع عتق الدقائق وعتق الساعات

وقت الزوال على تقسيم من تقسيمات مينا الساعة فامقدد الزمن الذي يجتمعان فيه اول مرة وفرض المسئلة أن بالساعة خلا وهو تقديم دقيقة في كل ساعة

س
فالجواب الاجماع الاول يحصل في ١ و ٤ و $\frac{٢٥٦}{٦٧١}$ من دقيقة

• (المسئلة السابعة والستون) • اذا كان مع احد تجار النبيذ زجاجتان

فارغتان متجدتا الساعة الاولى وزن ١٢ أوقية واذا امتلئت نبيذا وزن ضعف

الزجاجة الاخرى وهي فارغة والثانية وزن وهي ملائمة من النبيذ ثلاثة امثال

الاولى وهي فارغة فمازفة الزجاجة الثانية وزنة النبيذ الذي فيها

فالجواب الزجاجة الثانية وزن ١٦ أوقية والنبيذ الذي فيها وزن ٢٠ أوقية

والى هنا انتهى كشف الثقاب عن علم الحساب

وبليه تنبيهات

• (تنبيهات) •

• (الضرب) •

(٢٦٦) عدد ارقام حاصل الضرب يساوى اكثر ما يكون عدد ارقام عوامله ولا يمكن أن يكون اقل من العدد الكلى لارقام العوامل ناقصا عدد العوامل ومضافا اليه واحد وذلك لانه

اولا حيث ان كل عامل اقل من الاحد المتبوع باصغار بقدر ما يوجد من الارقام فى العامل المذ كور فاصل الضرب يكون اقل من الاحد المتبوع باصغار بقدر ما يوجد من الارقام فى جميع العوامل فاذن لا يمكن أن يحتوى الحاصل المذ كور على ارقام اكثر مما يوجد فى جميع العوامل ثانيا كل عامل لا يمكن ان يكون اقل من الاحد المتبوع باصغار ناقصا واحدا بقدر ما يوجد من الارقام فى العامل المذ كور فاذن لا يمكن أن يكون الحاصل اقل من الاحد المتبوع بعدد من الاصغار المعبر عنه بعدد ارقام العوامل الكلى ناقصا عدد العوامل

• (التقسيم) •

(٢٦٧) اذا طرح بعض آحاد العدد اولى اكبر من ٣ آحاد من ذلك العدد الاولى فاحد العددين الناتجين من ذلك يكون بالضرورة قابلا للتقسيم على ٦

وذلك ان لما كان كل عدد اولى يزيد عن ٣ وترافاذا تم اليه او طرح منه واحد فالتيجتان تكونان قابليتين للتقسيم على ٢ وزيادة على ذلك اذا قسم العدد الاولى (الاكبر من ٣) على ٣ فالباقي يكون مساويا ١ او ٢ فى الحالة الاولى يكون العدد الاول بطرح واحد منه احد مضارب ٣ وفى الحالة الثانية يعطى هذا العدد الاول باضافة واحد اليه احد مضارب ٣ ويكون احد العددين الشفعين الذى يتحصل بزيادة او بنقص العدد الاول بقدر واحد قابلا للتقسيم على ٣ وحيث انه يقبل التقسيم ايضا على ٢ فبالضرورة يكون قابلا للتقسيم على ٦ الذى هو

حاصل ضرب ٢ و ٢ وبه يثبت المطلوب

مثلا عدد ١٣ الاولى يعطى بتقريب ١ منه الباقي وهو ١٢ القابل
للتقسيم على ٦ ويعطى عدد ١٧ الاولى بإضافة الواحد اليه عدد ١٨
الذي يقبل التقسيم أيضا على ٦

• (تنبیه) • يتعلق بأقيسة السطح والحجم والسعة

(٢٦٨) وحدة القياس هي كمية معلومة تؤخذ للتعريف بين كميات متحدة
الجنس يراد التعبير عن مقاديرها بالأعداد

وعلى • إذا قيس الكمية أو تقيسها بالأعداد عبارة عن البحث عن عدد
مرات انحصار وحدة القياس في الكمية المذكورة

فإذا كان الغرض قياس طول خط مستقيم فيؤخذ طول اختياري ويجعل
وحدة القياس كالتوازي مثلا فان كانت تلك الوحدة منحصرة بالتحقيق ٦ مرات

في الخط المفروض قيل ان طول هذا الخط المستقيم ٦ تواترات

وإذا أريد التعبير بالأعداد عن الخطوط أو السطوح أو الاجسام فيبحث عن
عدد مرات انحصار وحدة الخط أو السطح أو الحجم في الكمية التي يراد قياسها

وحيث انقضب الطول الاختياري وجعل وحدة الخط فوحدة السطح تكون
مربعا كل ضلع من اضلاعه يساوي وحدة الخط المذكورة ووحدة الحجم

هي مكعب كل ضلع من اضلاعه عبارة عن وحدة الخط وكل وجه من
وجوهه الستة عبارة عن وحدة السطح أو الوحدة المربعة

وبهذه الطريقة يتعلق كل من وحدة السطح والحجم بوحدة الطول

(٢٦٩) يظهر بموجب ما يبرهن في علم الهندسة • أولا • ان عدد وحدات
السطح المنحصرة في المستطيل يحصل بضرب عدد وحدات القاعدة في عدد

وحدات الارتفاع

وينتج من ذلك ان عدد وحدات السطح المنحصرة في المربع يحصل بضربه
في عدد وحدات الخط المنحصرة في ضلع المربع • ثانيا • ان عدد الوحدات

المكعبة من أي متوازي المستطيلات القائم تكون بتأليف حاصل تكون

عوامله الثلاثة عبارة عن اعداد وحدات الخط المتحصرة في ثلاثة احرف
ملتصقة من متوازي المستطيلات المذكور
وينتج من ذلك ان عدد وحدات الحجم الداخلة في المكعب تنقسم الى تسعين
حاصل ضرب ثلاثة عوامل مساوية لعدد وحدات الخط المتحصرة في ضلع
المكعب المذكور
وترمز هنا اكل من الاقيسة المربعة والمكعبة بـ \square و $\square\square$ واللفظين وهما صومك
وعليه فنقول

شمر

ان ٣ تدل على ٣ توازات مربعة او ٣ في التوازة المربعة

شمر

وان ٢٧ تدل على ٢٧ من مائتين التوازة المربعة

تمك

وان ٥ تدل على ٥ توازات مكعبة او ٥ في التوازة المكعبة

خ مك

وان ٦ تدل على ٦ خطوط مكعبة او ٦ في الخط المكعب

همك

وان ٢٧ تدل على ٥ امتار مكعبة زائدة ٢٧ من مائة من المتر المكعب

• (الاقيسة القديمة) •

• (اقيسة السطح) •

(٢٧٠) ولاجل قياس اى سطح يصح عن عدد مرات انحصار الوحدات
المربعة في السطح المذكور

وتقوم السطوح بالتوازات المربعة والاقدام المربعة والاصابع المربعة
وهكذا

والتوازة المربعة هو سطح طوله توازة وعرضه مثل وجبت ان التوازة تعادل
٦ اقدام فالتوازة المربعة تعادل ٦ × ٦ اي ٣٦ قدما مربعا
(كفى الصورة الاولى من غرة ٢٦٩) او ٣٦ في قدم مربع وجبت ان

القدم ينقسم الى اثني عشر اصبعاً فالقدم المربع يعادل 12×12 اي ١٤٤ اصبعاً مربعاً والاصبع المربع يتركب من ١٤٤ خطاً مربعاً وهكذا وفي قياس التواز ينقسم ايضا التواز المربع الى توازات اقدم وتوازات اصابع وهكذا اعني الى مستطيلات لها تواز في الطول وقدم او اصبع في العرض وهكذا

وعليه فيعادل التواز المربع ٦ توازات اقدم وتواز القدم يعادل ١٢ تواز اصبع وهكذا

(اقية حجم او الجسم)

ولاجل قياس اي حجم ان يبحث عن عدد مرات انحصار وحدات الحجم أو الوحدات المكعبة المحتوية عليها

وتقوم الاجسام بالتوازات المكعبة والاقدام المكعبة وهكذا

وحيث ان التواز يعادل ٦ اقدم فالتواز المكعب يعادل $6 \times 6 \times 6$ اي ٢١٦ قدماً مكعباً (كفي الصورة الثانية من غرة ٢٦٩) او ٢١٦ مكعباً ضاعفاً قدم

والقدم المكعب يعادل $12 \times 12 \times 12$ اي ١٧٢٨ اصبعاً مكعباً والاصبع المكعب يعادل ١٧٢٨ خطاً مكعباً وهكذا

وينقسم ايضا التواز المكعب في قياس اخشاب العمارة الى تواز تواز قدم والى تواز تواز اصبع وهكذا اعني الى اجسام قاعدتها تواز واحد مربع وارتفاعها قدم او اصبع وهكذا

والتواز المكعب يحتوي على ٦ توازات توازات اقدم ويعادل تواز تواز قدم ١٢ توازات توازات اصبع وهكذا

وفي بعض الاحيان تقوم اخشاب العمارة بالسليوه وهي شكل متوازي المستطيلات القائم الذي تختلف ابعاده غير أنه يعادل دائماً ٥١٨٤ اصبعاً مكعباً

مثلاً السليوه التي تساوي ابعادها الثلاثة ١٤٤ اصبعاً و ٦ اصابع

و ٦ اصابع تحتوى على ١٤٤ $\times ٦ \times ٦$ اى ٥١٨٤ اصبعاً مكعباً (كافى الصورة التالية من غرة ٢٦٩)

والتواز المكعب يعادل ٧٢ سليوله لانها كالتواز الواحد يعادل ٧٢ اصبعاً ما فالتواز المكعب يحتوى على $٧٢ \times ٧٢ \times ٧٢$ اى ٣٨٨٠١٨٤ اصبعاً مكعباً

ولاجل قياس خشب الحريق يستعمل الكورد في باريس (في مصلحة المياه والابحاث) والكورد الذى يعادل سلتين هو عبارة عن شكل متوازى المستطيلات القائم الذى يكون عرض قاعدته $\frac{1}{3}$ اقدام ونصف (وهو طول الاجزال) وطولها ٨ اقدام (وهذا ما يسمى بالطبقة)

وارتفاعها ٤ اقدام وهى تعادل عدداً من الاقدام المكعبة معبراً عنه بهذه الصيغة $\frac{1}{3} \times ٨ \times ٤$ او $\frac{1}{3} \times ٨ \times ٤$ اى ١١٢ فاذن الكورد يعادل ١١٢ قدماً مكعباً

• اقيسة السعة المتعلقة بالموائع والجبوب •

الموید والبنفة يستعملان اعيار الموائع
وموید التیذ بنفة باريس يعادل ٢٨٨ بنفة
وتكال المواد الجافة كالقمح بالسقي او السقي والبواسو والليرون وتعادل
السقي ١٢ بواسو والبواسو ١٦ ليترونا وهناك بنفات وليترونات
مختلفة المقادير وقد يفرض عادة ان البنفة تعادل ٤٨ اصبعاً مكعباً وان
الليرون يحتوى على ٣٦ اصبعاً مكعباً فى هذه الحالة موید التیذ
صه مك

المركب من ٢٨٨ بنفة يعادل ٢٨٨ فى ٤٨ او ٨ فى ١٢
صه مك

$\times ١٢ \times ١٢$ او ٨ فى قدم مكعب او مكعباً ضامه قدمان
والسقي المركبة من ١٢ بواسو تعادل $\times ١٢ \times ١٦$ ليتروناً او $\times ١٢ \times ١٦$
صه مك صه مك

$\times ٣٦$ او $\times ١٢ \times ١٢ \times ١٢$ او ٤ فى قدم مكعب

ص م م

ص م م

• (تنبيه) • تستعمل البتة ذات ٤٦٩٥ والليثرون ذوو ٤٠٩٨٦٢٥ في مقابلة الاقيسة القديمة بالاقيسة الجديدة وقاعدة ثمرة ١٠٩ وسيلة في تحويل الوحدات المربعة أو المسكبة الى وحدات اصغرا أو اكبر من ذلك

ت م م

ولاجل تحويل ١٢ ر ٠ الى اقدام مربعة يلاحظ انه لما كان التوازن المربع يعادل ٣٦ قدما مربعا فيكفي ضرب ١٢ ر ٠ في ٣٦ أو في ٦

ص م م

6×6 وبذلك يحصل ٣٦ ر ٤

ص م م

ويقوم الجزء الاعشارى الذى هو ٣٢ ر ٠ بأصابع مربعة بضرب ٣٢ ر ٠

ص م م

ص م م

ص م م

في $12 \times 12 = 144$ لان 12×12 وبذلك يظهر أن ٣٢ ر ٠

ص م م

ص م م

ص م م

ص م م

يعادل ٠٨ ر ٤٦ فاذن ١٢ ر ٠ تعادل ٤٦٠٨

ص م م

٨. من الاصابع المربعة وبالعكس أعنى انه لاجل تحويل ٤٦٠٨ ر ٠ الى

ص م م

قويزات مربعة بقسم ٤٦٠٨ على ٣٦ فيحصل من ذلك ١٢ ر ٠

• (الاقيسة الجديدة) •

• (اقيسة السطح) •

(٢٧١) حيث ان المتر يعادل ١٠ ديسيمترات أو ١٠٠ سنتيمتر

وهكذا فالمترا المربع يعادل ١٠٠ ديسيمتر مربع أو ١٠٠٠٠ سنتيمتر

مربع وهكذا فعلى هذا كل جزء من مائة من المتر المربع يعادل ديسيمتر مربعا

وكل جزء من عشرة الاف من المتر المربع يعادل سنتيمتر مربعا وهكذا

فبناء على هذا أولا لاجل تحويل أى عدد كان من الامتار المربعة الى

ديسيمترات مربعة أو الى سنتيمترات مربعة وهكذا يكفي ضرب هذا العدد

في ١٠٠ أو ١٠٠٠٠ وهكذا وهذا يؤل الى تقديم الشرطة برقين
أو أربعة وهكذا جهة عين العدد المفروض

ديسمتر

م

فعلى هذا ٧٨٩٢ و ٢٤٥ تعادل ٩٢ و ٣٤٥٧٨

أو ٣٤٥٧٨٩٢ ستيفترام بها أو ٣٤٥٧٨٩٢٠٠ ميليفترام ربع

ثانياً لاجل تقويم الجزء الاشارى من عدد الامتار المربعة الى ديسيمترات
مربعة وستيفترات مربعة وهكذا يكتفى تقسيم هذا الجزء الى فواصل كل فاصلة
رقمان بالابتداء من الشرطة واذ لم يكن للفاصلة الاشارة الارقم واحدة فضع
صفر اعلى يمينها فتدل الفاصلة الاولى على الديسمترات المربعة والثانية على
الستيفترات المربعة والثالثة على الميليفترات المربعة وهكذا فان عدد

م

٣٤٥ مثلاً الدال على ٣٤٥ جزأ من ألف من المتر المربع يعادل

٣٤ ديسيمترام بعازائة ٥٠ ستيفترام بها

• (تنبيه) • الديسيمتر المربع يعادل ١٠٠ ستيفترام ربع والديكامتر المربع
يعادل ١٠٠ متر مربع وهكذا

والا ربع يعادل ١٠٠ متر مربع والا يكتار يعادل ١٠٠٠٠ متر مربع
وعليه فلابد من تحويل الامتار المربعة الى آرات أو الى ايكاترات يكتفى قسمة
العدد المفروض على ١٠٠ أو على ١٠٠٠٠ فيقول ذلك الى تقديم
الشرطة برقين أو بأربعة ارقام جهة اليسار (كما فى الصورة الثالثة من
نمرة ٩٦)

ايكتار

آ

م

فعلى هذا ٦٢٧٤٥ و ٧٤٥ تعادل ٦٢ و ٦٢٧٤٥٠ أو ٦٢٧٤٥٠ و

وبالعكس نحول الآرات أو الايكاترات الى امتار مربعة وذلك بتقديم الشرطة
برقين أو بأربعة جهة عين العدد المفروض

ايكتار

م

آ

مثلاً ٧٤٥ و ٦٢ تعادل ٦٢٧٤٥٠ و ٦٢٧٤٥٠٠ و ٧

م

تعاادل ٦٨ د ٧٢٣٤٥

(اقيسة الحجم أو الجسم)

حيث ان المستر يعادل ١٠ دستمرات او ١٠٠ سنتيمتر الخ فالترالمكعب يعادل ١٠٠٠ دستمرات مكعبة او ١٠٠٠٠٠٠ من الساتتمرات المكعبة الخ فحينئذ كل جزء من الف جزء من المتر المكعب يعادل دستمرات مكعبا وكل جزء من مليون من المتر المكعب يعادل سنتيمترا مكعبا وهكذا او ينبغي على هذا امران

أحدهما يكفى في تحويل أى عدد من الامتار المكعبة الى دستمرات مكعبة او سنتتمرات مكعبة الخ أن تضرب هذا العدد فى ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠٠٠ الخ وذلك عبارة عن كونك تقدم الشرطة ثلاث خانات أو سنا وهكذا جهة عين العدد المقروء

دستمراتك

مك

مثلا عدد ٣٤٢٥٦٧ يعادل ٧ د ٣٤٢٥٦ اى ٣٤٢٥٦٧٠٠ سنتيمتر مكعب

ثانيهما يكفى في تقويم الجزء الاعشارى من عدة امتار مكعبة بدستمرات مكعبة وسنتتمرات مكعبة وهكذا أن تقسم الجزء المدكور الى فواصل كل فاصلة ثلاثة ارقام ميتدا من الشرطة ومنقطعنا الى الفاصلة الاخيرة فان لم تكن الارقا اوراقين وضعت على يمينها صفرين أو صفر افا لفاصلة الاولى تدل على الدستمرات المكعبة والثانية على السنتتمرات المكعبة وهكذا

مك

مثلا عدد ٣٤٥٦٧ د ال على ٣٤٥٦٧ جزءا من مائة ألف من المتر المكعب يعادل ٣٤٥ دستمرات مكعبا زائدة ٦٧٠ سنتيمترا مكعبا

مك

مكعبا وعدد ٢٨٩٣٤٥٦٧٨٩ يعادل ٢٨ مترامكعبا زائدة ٣٤٥ دستمرات مكعبا زائدة ٦٧٨ سنتيمترا مكعبا زائدة ٩٠٠ ميليمتر مكعب

• (تبييه) • الاستيعار المكعب يعادل ١٠٠٠ سنتيمتر مكعب والديكامتري المكعب يعادل ١٠٠٠ متر مكعب الخ

بيان الثقب والعلاقات بين اقيسة السطح والحجم والسعة
 قديمة كانت او جديدة

(٢٧٢) ولتبين هنا كيفية حساب تلك النسب بواسطة القواعد المقررة في
فقره ٢٦٩

• (اقية الطح) •
(وفيها خمس مواد)

الاولى قيمة التواز المربع بالامتار المربعة وقيمة المستر المربع بالتواز المربع
يتجان عن هاتين النسبتين وهما $1 = 12962 \div 12962$
وهكذا ان الاعداد الاعشارية $1 = 0.74 \div 0.74$ (كما سبق
(فيقرة ١٢٣)

فاذا ألفت مربع عدد ١٢١٢٩٦٣ ٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ ٠٣٦٥٩١٢١٢٩٦٣ كما من الأعداد
العشرية ومربع عدد ٠٧٤٠٥١٣ (كما في الصورة الأولى من
غرة ٢٦٩) وجدت هذه النتيجة أن

$1 = 383264798$ تم
 وهكذا من الاعداد الاعشارية وأن تم

المربع والاصبع الربع الخ بالامتداد المربعة والعكس وذلك لانه بموجب التسب
 ١ = ٢٦٣٢٤٤٩٢٩٤٧٦ ويستقطب من ذلك قيم القدم
 ١ = ١٤٤ و ٢٦ = ١ و ١٤٤ = ١ الخ
 والعلاقات القوي ١ = ٢٦ و ١٤٤ = ١ و ١٤٤ = ١ الخ

عبارة عن القدم المربع وإذا قسمت هذا الخارج على ١٤٤ فخرج هذه
القسمة وهو عبارة عن الاصبع المربع وهكذا

ويكنى في التعبير عن المتر المربع بأقدام مربعة واصابع مربعة وهكذا أن نحول
تمر

عدد ٢٦٣٢٤ ر ٠ الذي هو قيمة المتر المربع الى اقدم مربعة واصابع
مربعة وهكذا ويكون ذلك بضربه اولاً في ٢٦ ثم في ١٤٤ وهكذا

ففي هذه الطريقة ترى أن ١ = ١٠٠٥٢٠٦٥ ر ٠ وهكذا من
م م

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٠٠٠٠٧٣٢٧٨ ر ٠ وهكذا من
م م

الاعداد الاعشارية وأن ١ = ٠٢٦٣٢٤٤٩٢ ر ٠ وهكذا
م م

من الاعداد الاعشارية = ٤٧٦٨١٧٤٦ ر ٩ وهكذا من
م م

الاعداد الاعشارية = ١٣٦٤٥٦٦١٧١٤٤٠ ر ٠ وهكذا من
م م

الاعداد الاعشارية

المادة الثانية لاجل تقويم الهنداسة المربعة بالامتار المربعة وتقويم المست
المربع بهنداسات مربعة تلاحظ أن

هنداسة
١ = ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ ر ١ وهكذا من الاعداد الاعشارية

هنداسة
١ = ٨٤١٤٣٤٨ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

(كما في الصورة الثانية من غرة ١٢٣)

فاذا ألفت مربع عدد ١٨٨٤٤٦١١٥٨٩٦ ر ١ وهكذا من الاعداد
الاعشارية ومربع عدد ٨٤١٤٣٤٨ ر ٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

المادة الرابعة القسمة المربعة الأفريقية (في مصلحة الاجات والمياه) تعادل
٤٨٤ قدما مربعا

متر مربع

وحيث ان القدم المربع = ١٠٥٥٢٠٦٥ و. وهكذا من الاعداد
الاعشارية فيضرب ١٠٥٥٢٠٦٥ و. وهكذا من الاعداد الاعشارية

متر مربع

في ٤٨٤ ترى ان القسمة المربعة (في مصلحة الاجات والمياه) = ١٥٠٠٧١٩
آر

وهكذا من الاعداد الاعشارية = ٥١٠٧١٩ و. وهكذا من الاعداد
الاعشارية

وذلك لانه يلزم لكل آر ١٠٠ متر مربع

وحيث ان القدان ١٠٠ قسمة فالقدان (في الاجات والمياه) يعادل
ايكار

٥١٠٧١٩ و. وهكذا من الاعداد الاعشارية

واذا قسمت الوحدة على ٥١٠٧٢ و. وحدت ان الاآر

قسمة مربعة اجات ومياه

= ١٠٩٥٨٠٢ وهكذا من الاعداد الاعشارية

قدان اجات ومياه

والايكار = ١٠٩٥٨٠٢ وهكذا من الاعداد

الاعشارية

المادة الخامسة حيث ان القسمة المربعة في مدينة باريس ٣٢٤ قدما مربعا

فقيمها بالآرات اوقية القدان بالايكارات هي ٣٤١٨٨٩٦ و. وهكذا

من الاعداد الاعشارية وقيمة الآر بالقسمة المربعة وكذلك قيمة الايكار

بالقدان الباريسية هي $\frac{١}{٣٤١٨٨٦٩}$ و. وهكذا من الاعداد الاعشارية

وهي تقر يا $\frac{١}{٣٤١٨٨٧}$ او ٢٩٢٤٩٤٣ و. وهكذا من الاعداد الاعشارية

• اقيسة الحجم والسعة •

يجرى في إيجاد نسب اقيسة الخحم والسعة قديمة كانت او جديدة ما جرى في اقيسة
السطح وانما يمكن هنا تركيب كميات بدلا عن المربعات وذلك بضرب المربعات
(التصلة في السطوح) في القوى الاولى
مثلا اذا أردت إيجاد اقيسة التوازن ~~المكعبة~~ بالامتار المكعبة فلاحظ أنه

۴۲

حيث كان التواز المربع يساوي ٢٧٩٨٧٤٣٦٣٢٨ وهكذا
من الاعداد الاعشارية (كما سبق) فيكون ضرب تلك القيمة في قيمة التواز
بالماتار أعني في ١٢٩٦٣٦٥٩١٠٣٦٩٤٩٠٣ وهكذا من الاعداد
الاعشارية وتتوصل بالعمل على هذا الوجه الى هذه النتائج وهي

مہم

اولاً $1 = 83 \cdot 343 \cdot 389 \cdot 47$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

تمك

$1 = 12896741030$ وهكذا من الأعداد العشرية

م م م

$1 = 0.10677727 \dots$ وهكذا من الأعداد العشرية

وَمَكَ

١ = ٢٩١٧٣٨٥١ وهذا من الأعداد العشرية

مهم

١ = ٩٠٠٠٠١٩٨٣٦٣٨٢ ومكذمان الاعداد الاعشارية

صومك

١ = ٤١٦، ٥٠٤١٦ وهكذا من الأعداد العشرية

فأما حيث ان كورد الاخشاب (في مصلحة الاجات والمياه) يعادل ١١٢ قدما

م

مكعبا قال كورد الواحد = ٣٨٢٩٠٠ وهكذا من الاعداد الاعشارية

کورد

سینار

او ۳۸۳۹۰۵ و هكذا من الاعداد الاعشارية والستتر = ۰,۲۶۰۴۸

وهكذا من الاعداد الاعشارية

ثالثاً حيث ان السوليو (في الاخشاب) يعادل $\frac{1}{72}$ من التوازن المكعب
م مك

فالسوليو الواحد = ١٠٢٨٣١٨ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
م مك سوليو

و ١ = ٩٧٢٤٦١٨ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
صه مك

رابعاً الباتة تعادل ٤٦٩٥ ر. وحيث ان قيمة الاصبع المكعب المعبر عنها
باجزاء من المتر المكعب معروفة فيسمل تحصيلها باجزاء من الليتر لان الليتر يعادل
دسيترا مكعبا وعليه فيجد

باتة ليتر
١ = ٩٣٣١١٨١٨١٨٥ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليتر باتة

و ١ = ٧٣٧٤٦٨٨ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
مويدي باتة

و ١ = ٢٨٨ = ٢٦٨٢١٩٦٣٦٣٧٢٨ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
ايكتوليتر باتة

و ١ = ٢٧٢٨٢٨ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
ايكتوليتر مويدي

خامساً الليترون يعادل ٤٠٩٨٦٢٥ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
فاذن يستنتج من قيمة الاصبع المكعب باجزاء من الليترات ان

ليترون ليتر
١ = ٨١٣٠١٨٩ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليترون ليتر

و ١ = ٢٢٩٩٨٣٦ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليترون ليتر

و ١ = ١٦ = ٠٠٨٣٠٣ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليترون ليتر

و ١ = ٠٧٦٨٧٣٩ ر. وهكذا من الاعداد الاعشارية
ليترون ليتر

سفيه بواسو ايكتولتر
 $1 = 12 = 106099$ وهكذا من الاعداد الاعشارية
 و
 سفيه ايكتولتر
 $1 = 0.7640616$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

صهـ مك

• (تنبية) • مقتضى النتائج المتقدمة ان الباتة تعادل ٤٦٩٥
 صهـ مك

وان الليترون يعادل ٤٠٩٨٦٢٥ وهي القواعد التي جرى عليها
 العمل في تأسيس طريقة الاقيسة الجديدة لاجل تعيين النسب والعلاقات بين
 اقيسة السعة القديمة والجديدة وقد اخطأ كثير من المؤلفين في فرضهم ان
 الباتة ٤٨ اصبعام مكعباوا الليترون ٣٦ اصبعام مكعبا
 • (مسائل تتعلق بالاقيسة القديمة والجديدة) •

(٢٧٣) المسئلة الاولى اذا فرضنا أن ثمن ٩ هنداسات من القماش
 ل صل و

الذي عرضه $\frac{7}{8}$ هو ١٣ و ٦ و ٨ فثمن ٧ امتار من القماش
 ل صل و

الذي عرضه $\frac{9}{8}$ فالجواب أن يقال حيث ان ١٣ و ٦ و ٨ تعادل
 فرنك

١٣١٦٨٦ تقريرا فثمن ٩ هنداسات من القماش الذي عرضه $\frac{7}{8}$ يعادل
 فرنك

١٣١٦٨٦ وعليه فثمن الهنداسة من القماش الذي عرضه $\frac{7}{8}$ يعادل
 فرنك

$\frac{131686}{9}$ و ثمن الهنداسة من القماش الذي عرضه $\frac{1}{8}$ يعادل $\frac{131686}{7 \times 9}$
 و ثمن الهنداسة من القماش الذي عرضه $\frac{8}{8}$ أعنى الهنداسة المربعة يعادل

فرنك
 $\frac{8 \times 131686}{7 \times 9}$

م

وحيث ان نحن الهنداسة المربعة يعادل تقريبا ١٢٤١٢٤ (كما سبق)

فرك

م

فعدد ١٢٤١٢٤ يعادل $\frac{8 \times 131787}{7 \times 9}$

فرك

وحيث ان نحن المتر المربع اى الذى عرضه $\frac{8}{8}$ يعادل $\frac{8 \times 131787}{124134 \times 7 \times 9}$

فرك

اى $\frac{8 \times 131787}{7 \times 9 \times 124134}$

فرك

م

ويستنتج من ذلك ان ١ معارضة $\frac{1}{8}$ يعادل نحن $\frac{8 \times 131787}{7 \times 9 \times 124134}$

فرك

م

اى $\frac{131787}{7 \times 9 \times 124134}$ وأن ١ معارضة $\frac{8}{8}$ يعادل ٥ فى $\frac{131787}{7 \times 9 \times 124134}$

فرك

اى $\frac{8 \times 131787}{7 \times 9 \times 124134}$ فاذن السبعة امتار معارضة $\frac{8}{8}$ تعادل ٧ فى

فرك

فرك

فرك

اى $\frac{8 \times 131787}{9 \times 124134}$ اى $\frac{8 \times 131787}{9 \times 124134}$ اى ٧ ٥ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ثم

• (المسئلة الثانية) • المطلوب ايجاد زنة ١٠٢٤ ر. من الماء (والمراد هنا الماء المقطر) فيقال ان الكيلوغرام واللو الاشارى يدل على زنة ليتر من الماء المقطر وذلك لانها كان الكيلوغرام الواحد معادلا ١٠٠٠ غرام كان أيضا معادلا لزنة ١٠٠٠ ستيتر مكعب من الماء وكل ١٠٠٠ ستيتر مكعب يتركب من هادس متر مكعب وليتر واحد

وحيث ان الدسيتر المكعب من الماء المقطر وزن كيلوغراما فيكن تحويل

دسيتر مك

م

١٠٢٤ ر. الى دسيترات مكعبة وهذا يعطى ١٠٢٤

کلوگرام

فازن تكون الرنة المطاوية على ١٠٢٤

• (المسئلة الثالثة) • اذا فرضنا مائة دارا من الماء المتطرق بمعدل زنته

لور اوقمة درهم

٢٠ ، ١٤ ، ٥٦ فيا يكون هذا المقدار

لور اوقية درهم

فالجواب أن يقال بحول هذا الدعوى ٢٠ ، ١٤ ، ٥٦

کیلوگرام

الى كيلوغرامات فيحصل من ذلك ١٠٢٣٩ وهكذا من الاعمال

الامشاربة وحيث ان كل كـ يلوغرام عبارة عن ثمة دسبتر مكعب من الماء.

دستور

المطراف اقدار المطاوب جيتنذهو ۱۰۲۳۹ مكعب وهكذا من

مہم

الاعداد الاعشارية او ٠.١٠٢٣٩ وهكذا من الاعداد الاعشارية

ممكن

فہوتقریبا ۰۰۱۰۲۴

(تنبيه يتعلق بالمسئلة السابعة من الباب التاسع) *

(٢٧٤) بعد أن تقول المسئلة المأثروضة الى تقسيم ٧٨٠٠ الى ثلاث

«صصص... توفية اه. هذه الشروط يعني أنها تكون على هـ ذين المتاسبين

الرموز اليمينية هذه العلامة (١) وهما الحصة الاولى : الثانية :: ٢ : ٣

والحصة الاولى : الثانية :: ٥ : ٧ يرمز للصفة الاولى بحرف مـ

فمبتج عن تناسب (١) أن الحصة الثانية $= \frac{3}{7}$ من الحصة الثالثة $= \frac{5}{6}$

منه فيكون حيث مجموع الحاصل ثلاثة مر كبا من منه مكررة

۴- مدت مزایای برهنه-بجای آورده $1 + \frac{3}{7} + \frac{7}{9}$ و حیثان $1 + \frac{3}{7}$

$\frac{39}{1} = \frac{y}{5} +$ وان مجموع المص الثلاثة يلزم أن يكون مساويا ٧٨٠٠

فعدد $\frac{29}{1}$ من سه = 7800 فينتج من ذلك أن $\frac{1}{1}$ من سه

$\frac{7800}{39} = 200$ وان مره = ١٠ في ٢٠٠ = ٢٠٠٠

وعليه فتكون الحصة الاولى ٢٠٠ والثانية $\frac{2}{3}$ من ٢٠٠٠ اى

٣٠٠٠ والثالثة $\frac{1}{3}$ من ٢٠٠٠ اى ٢٨٠٠

وعمل هذه الطريقة يمكن حل المسئلة السادسة من الباب المذكور

(تنبيه يتعاقب بالطرق المختلفة المستعملة فى العديّة)

(٢٧٥) قد سبق (فى غرة ٤) انه يكفى فى كتابة جميع الاعداد الصحيحة

بالارقام العشرة اسم اصطلاحوا على أن أرقام اى عدد كل متى تقدمت بالتوالى

من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت

تدل عليه بعشر مرات (يعنى انك اذا نقلت أرقام الاحاد من منزلتها الى

منزلة العشرات دلت تلك الارقام على آحاد العشرات فاذا نقلت العشرات من

منزلتها الى منزلة المئات دلت تلك الارقام على آحاد المئات وهكذا)

ولامانع من الاصطلاح على طرق أخرى للعديّة يعنى أن كتابة جميع الاعداد

تكون بأرقام اكثر من العشرات أو أقل فبالقياس على ما سبق يصطلح على أن

أرقام اى عدد كان متى تقدمت بالتوالى من منزلتها الى الجهة اليسرى من

ذلك العدد دلت على آحاد تزيد عما كانت عليه بقدر الارقام الموجودة

فى الطريقة التى اصطلح عليها ويكون أساس طريقة العديّة هو عدد الارقام

التركيبية منها تلك الطريقة

وايما كان الأساس فالرقم الاول من العدد بالابتداء من الجهة اليسرى يدل

على الاحاد البسيطة اى آحاد المترلة الاولى والثانى على آحاد المترلة الثانية

والثالث على آحاد المترلة الثالثة وهكذا وكل واحد من المترلة الاولى يعادل ١

وكل واحد من المترلة الثانية يعادل الأساس و \equiv كل واحد من المترلة الثالثة

يعادل قوة الأساس الثانية وبالجمله فكل واحد من منزلته معينة يساوى

الأساس مرفوعا الى قوة رمز الهمسا بالعدد الدال على منزلة ذلك الواحد ناقصا

واحدا

(الطريقة الاثنا عشرية)

(٢٧٦) لاجل تقرير المعاني والتصورات الذهنية تعتبر هذه الطريقة مركبة من اثني عشر رقما ولذا سميت بالطريقة الاثني عشرية وارقامها الاحد عشر الاولى هي

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢

والاعداد ان لم توضع بين قوسين وضعت بالطريقة العشرية واذا اريد وضع العدد بالطريقة الاثني عشرية وضع بين قوسين

ويكنى في كتابة جميع الاعداد الصيغة التي تزيد على احدى عشر أن يصطلح على أن أرقام احدى عدد كان اذا تمة قدمت بالتوالي من منزلتها الى الجهة اليسرى من ذلك العدد ذات على احدى تزيد عما كانت تدل عليه بانثني عشرة مرة فعلى ذلك اذا ابتدأت من عين أى عدد فكل واحد من المنزلة الاولى يعادل ١ وكل واحد من المنزلة الثانية يعادل ١٢ وكل واحد من المنزلة الثالثة يعادل ١٢٢ اي ١٤٤ وكل واحد من المنزلة الرابعة يعادل ١٢٢٢ اي ١٧٢٨ وكل واحد من المنزلة الخامسة يعادل ١٢٢٢٢ اي ٢٠٧٣٦ وهم جزا

فاذن اعداد (١٠) و (١٠٠) و (١٠٠٠) و (١٠٠٠٠) وهكذا تعادل ١٢ و ١٤٤ و ١٧٢٨ و ٢٠٧٣٦ وهكذا فبناء على ذلك اذا أضفت واحدا الى احدى عشر تحصل معك عدد (١٠) فاذا أردت أن تكتب اعداد ثلاثة عشر وأربعة عشر وهكذا الى ثلاثة وعشرين فانك تعوض على التوالي صفر عدد (١٠) بكل من الارقام الاحد عشر المعنوية وهي ١ و ٢ و ٣ وهكذا الى ويا

وحيث ان عدد (يا) الذي يعادل ثلاثة وعشرين من كمين اثني عشر ومن احدى عشر احدا فزيادة ١ عليه يحصل معك اربعة وعشرون

وهو مركب من اثني عشر مضاعفة ويوضع هكذا (٢٠) وإذا عوضت الصفر
برقم من الارقام الاحدى عشرة المعنوية تحصلت الاحدى عشرة العنصرية
الواقعة بين الاثني عشرة المضاعفة مرتباً اربعة وعشرين والاثني عشرة
المضاعفة مرتين اى ستة وثلاثين وإذا استقررت على هذه الكيفية وصلت
الى عدد (١١١) المركب من اثني عشر مكررة احدى عشرة مرة زائدة

احد عشر فهو يساوى $11 \times 12 + 11$ اى يساوى ١٤٣

وبهذه الكيفية يكتب بواسطة رقمين جميع الاعداد الواقعة بين احد عشر
ومائة وأربعة وأربعين فإذا أضفت الواحد الى عدد (١١١) تحصل معك
مائة وأربعة وأربعون وهى تعادل اثني عشر مكررة اثني عشرة مرة وتكتب
هكذا (١٠٠) وإذا عوضت ارقام هذا العدد الاخير على التوالى برقم
من الارقام الاحدى عشرة المعنوية توصلت بذلك الى كتابة جميع الاعداد

الواقعة بين ١٤٤ و ١٧٢٨ وهلم جرا

• (تنبيهان) • الاول يكفى فى ضرب اى عدد صحيح فى (١٠) أو (١٠٠)
أو (١٠٠٠) الخ أن تضع على عين ذلك العدد صفراً أو صفرين أو ثلاثة الخ
ويكفى فى قسمة اى عدد صحيح منه بأصغاره على (١٠) أو (١٠٠) أو (١٠٠٠)
أن تحذف من جهة يمينه صفراً أو صفرين أو ثلاثة الخ

• (التنبيه الثانى) • اذا لم يكن رقم آحاد العدد الصحيح المكتوب بالطريقة
الاثني عشرية صفراً فالعدد المذكور لا يقبل القسمة على الاساس الذى
هو (١٠) وذلك لان العدد المفروض لما كان متصل الى جزأين احدهما
ينتهى بصفر فيقبل القسمة على (١٠) وثانيهما هو رقم الآحاد لا يقبل
القسمة على (١٠) فتج من القاعدة المقررة فى الخاصية السابعة من غرة ٤٠
أن العدد المفروض لا يقبل القسمة على (١٠)

مثلا عدد (٢٣٧) لا يقبل القسمة على (١٠) لانه متصل الى جزأين وهما
(٢٣٠) و ٧ أولهما يقبل القسمة على (١٠) والثانى لا يقبلها

(٢٧٧) اذا كان العدد الصحيح مكتوباً بالطريقة الاثني عشرية وأردت

كاتبه بالطريقة العشرية فاضرب الرقم الأول من الجهة اليمنى في ١ والثاني في الأساس الذي هو ١٢ والثالث في ١٢^٢ اى ١٤٤ والرابع في ١٢^٣ اى ١٧٢٨ والخامس في ١٢^٤ اى ٢٠٧٣٦ وهكذا حتى تتوصل الى رقم الآحاد العليا مجموع هذه الحواصل هو العدد المطلوب

$$\text{مثلا } (١٤٨١) = ٥ + ١٢ \times ٣ + ١٠ \times ١٤٤ = ١٤٨١$$

(٢٧٨) اذا كان العدد مكتوبا بالطريقة العشرية وأردت كتابته بالطريقة الاثنى عشرية فاقسمه على ١٢ ومابقى بعد القسمة هو أول رقم من يمين العدد المطلوب وخارج القسمة يدل على اثنى عشر اضعى على آحاد من المنزلة الثانية فاذا قسمت هذا الخارج على ١٢ فالباقى هو ثانى رقم من العدد المطلوب والخارج يدل على آحاد المنزلة الثالثة واذا استمرت هكذا فى العمل توصلت الى خارج قسمة أقل من ١٢ وهو الرقم الاخير من العدد المطلوب وذلك ناتج من أن كل اثنى عشر آحدا من اى منزلة كانت فى الطريقة الاثنى عشرية تعادل واحدا من المنزلة التى فوقها مباشرة

مثلا اذا كان المطلوب كتابة عدد ١٤٨١ بالطريقة الاثنى عشرية فاقسم هذا العدد على ١٢ يتوصل مع الباقي قدره ٥ وخارج قسمة قدره ١٢٣ فاذا قسمت ١٢٣ على ١٢ كان الباقي ٣ وخارج القسمة ١٠ وبذلك يكون العدد المطلوب (١٤٨١)

(٢٧٩) اذا أردت قراءة عدد مكتوب بالطريقة الاثنى عشرية فاكتبه بالطريقة العشرية (كافى غرة ٢٧٧) ثم اقرأ العدد الاخير بموجب قاعدة غرة ٦

(٢٨٠) ما ذكرناه من الطرق فى اجراء عملية الاعداد المكتوبة بالطريقة العشرية يجرى ايضا فى الطريقة الاثنى عشرية وانما الفرق بينهما ان الاساس فى الطريقة الاثنى عشرية اثنى عشر فلا بد من اثنى عشر آحدا من اى منزلة حتى يتركب واحد من المنزلة التى فوقها مباشرة

• امثلة الجمع •

(٢٢٥٠)	(٢٢٣٠ يـ)	(٥٠٠٠ يـ)
(٤٣٧)	(٧٠٨٤٥)	(٤٨٩٢٣٤٦)
(٦٠ يـ)	(١٠ يـ يـ)	(٩٧٥٦٣٢٠)
(٤٠ يـ)	(٨٩٠ يـ)	(٤٧٨٩٠٠٠)
(٨١١ يـ)	(٣٢٠٣٥٤)	(٢١٨٤٠٥٧٥٠ يـ)

المجموع

• امثلة الطرح •

(٩٨٩٨٩٨٧)	(٩٠٠٠٨٤٠٠٠)	(٩٠٠٠٠٠٠٢)
(٣٧٥٧١٢)	(٨٢٢٤٧٢٧ يـ)	(٨٧٨٥٦٧٤)
(٧٢٣٢٧٥)	(٩٨٧٩٨١٩ يـ)	(٤٣٦٥٤١ يـ)

المطروح منه

المطروح

الباقى

• امثلة الضرب •

(٨ يـ يـ)	(١١٣ يـ)	المضروب
(١١٣ يـ)	(٨ يـ يـ)	المضروب فيه
(٤٣٢٠٨٤)	(٨ يـ ٧٣٤)	
(٣٥٧١٨٨٠)	(١٠٢٧٠١٠)	
(١١١٨ يـ٠٠٠)	(١٣١٢٠٠ يـ)	
(٤٧ يـ٨٠٠٠)	(٧٩٣٤٥٠٠٠)	
(٤٧ يـ٨٠٠٠٠)	(٤٥٣٧٨٠٠٠٠)	
(٥٢١١٢٩٤٤)	(٥٢١١٢٩٤٤)	الحاصل

• امثلة القسمة •

اذا اردت ان تقسم عدد (٢٣٨٣٢) على (٢٤) فأجر العملية

هكذا

مضاريب المقسوم عليه	(يا ٢) مقسوم عليه	ج (٢٢٨٣٢) (يا ٢) مقسوم عليه
$(٢٣٥) = ٧ \times (٣٤)$	$(٧٠) = ٢ \times (٣٥)$	(٢٣٥)
$(٢٧٤) = ٨ \times (٣٤)$	$(٩٠) = ٣ \times (٣٥)$	(٠٣٣)
$(٢٤٣) = ٩ \times (٣٤)$	$(١٢٨) = ٤ \times (٣٥)$	(٢٣٢)
$(٢٣٢) = ٥ \times (٣٤)$	$(١٧٧) = ٥ \times (٣٥)$	(٢٣٢)
$(٢٧١) = ٦ \times (٣٤)$	$(١٤٦) = ٦ \times (٣٥)$	(٠٠٠٠٠)

وذلك بان تكون اول احوصل المقسوم عليه وهو (يا ٢) بكل عدد من الاعداد ذات الرقم الواحد قدرى حينئذ المقسوم الاول الجزئى وهو (٢٣٨) واقعا بين (٢٣٥) و (٢٧٤) أعنى بين (يا ٢) $\times ٧$ و (يا ٢) $\times ٨$ فيكون اول رقم من يسار خارج القسمة هو ٧ فطرح (٢٣٥) من (٢٣٨) فالباقي وهو ٣ تنزل على يمينه رقم ٣ الموضوع بعد ارقام المقسوم الاول الجزئى وحيث ان المقسوم الثانى الجزئى الناتج وهو (٣٣) أصغر من المقسوم عليه فالرقم المقابل له من خارج القسمة صفر فتزل على يمين (٣٣) رقم ٢ الذى هو آخر رقم من ارقام المقسوم وحيث ان المقسوم الثالث الجزئى وهو (٣٣٢) هو حاصل ضرب (يا ٢) $\times ٥$ فارقم المقابل له من خارج القسمة هو ٥ فاطرح (٢٣٢) من (٢٣٢) فالباقي وهو صفر يدل على ان خارج القسمة وهو (٧٠٥) صحيح وتجربى هذا موازين القواعد الاربعة كما فى الطريقة العشرية (راجع غرة ١٠ و ١٣ و ٢٢ و ٣٣)

(٢٨١) ما ذكرناه فى الباب الثانى والثالث من مسائل العلم يطبق على الطريقة الاثني عشرية مع تعويض اساس عشرة بأساس اثني عشر * وفىبقى على ذلك اربع صور

• (الصورة الاولى) • حيث ان ارقام اى عدد كان من الطريقة الاثني عشرية اذا تقدمت من منزلتها الى الجهة اليمنى من ذلك العدد دلت على آحاد اخصر

مما قبلها بانتي عشرة مرة فالارقام الموضوعة على يمين الشرطة تدل على آحاد

$$\frac{1}{12} \quad \frac{1}{1728} \quad \text{اي} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{144} \quad \text{اي} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{12}$$

$$\text{اي} \quad \frac{1}{3072} \quad \text{وهكذا وعليه فعدد (٦٢٣٤٥٧) = } 2 \times 12 \times 6 =$$

$$\frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{4}{12} + 2 + 12 \times$$

• (الصورة الثانية) • العدد المكتوب بالطريقة الاثني عشرية يضرب او يقسم

على عامل (١٠) عدة مرات بقدر تقديم الشرطة الى الجهة اليمنى او اليسرى

من ذلك العدد منزلة او منزلتين او اكثر كما في الامر الثاني والثالث من غرة ٩٦

• (الصورة الثالثة) • العدد الاثنا عشرى يعادل كسرا بسطه العدد الاثنا

عشرى قطع النظر عن الشرطة ومقامه الواحد المتبوع بعدة أصفار بقدر

ما على يمين الشرطة من الارقام كما في غرة ٩٣ وعليه فعدد ٦٢٣٤٥٧

$$\frac{(٦٢٣٤٥٧)}{(١٠٠٠٠)} = \text{عدد (٠.٠٠٣١)} = \frac{(٣١)}{(١٠٠٠٠)}$$

• (الصورة الرابعة) • اذا أردت أن تحول كسرا مقامه واحد متبوع بعدة

أصفار الى عدد اثني عشرى فضع البسط وافصل من جهته اليمنى بالشرطة عدة

أرقام بقدر ما في المقام من الأصفار كما في غرة ٩٢ وعليه فكسر

$$\frac{(٦٢٣٤٥٧)}{(١٠٠٠٠)} = (٦٢٣٤٥٧) \text{ وكسر } \frac{(٣١)}{(١٠٠٠٠)} = (٠.٠٠٣١)$$

(٢٨٢) ما استقلناه من القواعد في غرة ٩٧ و ١٠٦ وما بينهما

يطبق على الاعداد الاثني عشرية وانما يعوض هنا اساس عشرة وعاملا

الاوليان وهما ٢ و ٥ بأساس اثني عشر وعامله الاولين وهما

٣ و ٤ فتصير الكسور الاعشارية الدورية كسورا اثني عشرية دورية

وكل ٩ في مقامات الكسور الاعتيادية المتكافئة تعوض بعدد ٩

• (امثلة الجمع) •

(۵۰۰۰۰۰۰ یای)	(۲۳ ی۰ یا)	(۲۳۵۰)
(۸۹۹۲۳۴۶ ی۰ یا)	(۷۰۰ ۸۴۵۰)	(۴۳۷)
(۹۷۵۶۳۲۰ ی۰ یا)	(۵ یای یا ی۰ یا)	(۶۰ یا)
(۴۷۸۹۰۰۰ ی۰ یا)	(۸ ی۰ یا)	(۴ ی۰ یا)
(۲۱۸۴۰۵۷۵۵ ی۰ یا)	(۳۲۰۳۵۴)	(۸۱۰ یا)

المجموع

• (أمثلة الطرح) •

(٩٠٠٠٠٠٠٢)	(٩٠٠٠٨٢٠٠٠)	(٩٨٨, ٩٨٧)	المطروح منه
(٨٧٨٥, ٦٧٤)	(٨٢٣٤, ٧٤٧)	(٣٧٥, ٧١٢)	المطروح
(٤٣٦, ٥٤٤)	(٩٨٧٩, ٨١٩)	(٧٢٣, ٢٧٥)	الباقى

*** (امثلة المضرب) ***

(۱۱۳ر۳)	(۸یا۷ر۴)	المضروب
(۸یا۷ر۴)	(۱۱۳ر۳)	المضروب فيه
<hr/> (۸۷۳۴)	<hr/> (۴۳۰۸۴)	
(۱۰۲۷۰۱۰)	(۳۷۱۸۸۰)	
(۱۱۳۱۲۰۰)	(۱۱۱۸۰۰۰)	
(۷۹۳۴۰۰۰)	(۸۰۰۰۰)	
(۴۰۳۷۸۰۰۰)	(۸۰۰۰۰)	
<hr/> (۵۲۱۱۲۹۴۴)	<hr/> (۵۲۱۱۲۹۴۴)	الحاصل

• (منال القحمة) •

المطلوب تحصيل خارج قسمة (٢٢٨ ر ٢٢) على (٢ ر ٢) فاضرب كلا من المقسوم والمقسوم عليه في (١٠٠) ولا يتغير ذلك خارج القسمة كما في غرة ٢٥ وبهذه الكيفية نزل المسئلة الى قسمة (٢٢٨٢٢) على (٢٦٠) وهذه صورة العملية

و $\left(\frac{٧١٥٣٥٤}{١١١١٠٠}\right) = ٨٠١٣٦٧٦٧$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

و $\left(\frac{١٢١٤}{١١١١٠٠٠}\right) = ٠٠٠١٢٠٧٠٧$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

واذا عكست بأن طبقت قواعد غرة ١٠٢ على الطريقة الاثني عشرية رأيت $(٢٧٢٧٢٧٢٧)٠$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

$\left(\frac{٢٧}{١١١}\right) =$ و $(٨٠١٣٦٧٦٧)٨٠$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

$\frac{(٧١٥٣٥٤)}{(١١١١٠٠)} = \frac{(٨٠١٣) - (٨٠١٣٦٧)}{(١١١١٠٠)} =$ و (٠٠٠١٣٠٧٠٧٠٧)

وهكذا من الاعداد الاعشارية $\frac{(١٢١٤)}{(١١١١٠٠٠)} = \frac{(١٢) - (١٣٠٧)}{(١١١١٠٠٠)}$

و $\left(\frac{١}{١١١}\right) =$ وهكذا من الاعداد الاعشارية $١ = \left(\frac{١}{١}\right)$

و $\left(\frac{١}{١١١١}\right) =$ وهكذا من الاعداد الاعشارية $٠٠٠١ = \left(\frac{١}{١١١١}\right)$

وهلم جزا

(٢٨٣) اذا طبقتا قواعد غرة ١٠٣ على الطريقة الاثني عشرية كانت فائدتهم معرفة خارج قسمة بسط الكسر على مقامه هل هو صحيح او كسر

دوري بسيط او كسر دوري مركب (وفي ذلك خمس صور)

• (الاولى) • اذا كان المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار تحصل من ازل وهذه خارج قسمة البسط عليه بأن يكتب ذلك البسط ويفصل بالشرطة عدة ارقام

من جهته اليمنى بقدر ما في المقام من الاصفار وعليه فكسر $\left(\frac{٣٤٧}{١١١}\right) = (٣٤٧)$ وكسر $\left(\frac{٢٤}{١١١}\right) = (٠٠٢٤)$ وكسر $\left(\frac{٣٦}{١١١}\right) = (٠٠٣٦)$

• (الصورة الثانية) • اذا لم يكن المقام واحدا متبوعا بعدة اصفار فهو لا يحتوي الاعلى على ٢ و ٣ الاوليين من اساس اثني عشر فيكون الناتج

عن قسمة البسط على المقام خارج قسمة اثني عشر ياصحيا لان قوى الاساس المتوالية لما كانت $(10) = 2 \times 5$ و $(20) = (100) = 2^2 \times 5^2$ و $(100) = 2^3 \times 5^3$ وهكذا ظهر انه يكفي في تحويل الكسر المقروض الى كسر مكافئ مقامه واحد مضروب بعدة اصفار ان تضرب في ذلك الكسر المقروض في قوى 2 و 3 بحيث يكون اُس عامل 2 في المقام الجديد ضعف اُس عامل 3 وعليه فـ $\frac{7}{200} = \frac{7}{2^3 \times 5^3} = \frac{7}{400}$

$$\frac{v}{r\lambda} = \left(\frac{v}{r\lambda}\right)_{\text{rest}} \quad (0.94) = \left(\frac{r\lambda}{r\lambda}\right) = \frac{r\lambda}{(1.0)r} =$$

$$(\cdot, \cdot)_T = \left(\begin{smallmatrix} r_1 \\ \vdots \end{smallmatrix} \right) = \frac{r \times r^T}{r^T \times r} = \frac{Y}{r^T \times r^0}$$

• (الصورة الثالثة) • إذا احتوى المقام على عوامل أولية غير عاملي ٢ و ٣ لا تدخل في البسط فقسمة البسط على المقام يكون خارجها في • هذه الصورة دورها بسيطاً ومركباً

ولنفرض كسر $(\frac{7}{26})$ فقام $(26) = 30$ وهو يتوى على عامل
 ٥ الذى لا يدخل فى البسط فيقال حينئذ ان خارج قسمة ٧ على (26)
 دورى فان أمكن تحصيل خارج قسمة حقيقى كخارج (0.89) مثلا كان
 كسر $(\frac{7}{26}) = (0.89) = (\frac{89}{100})$ وينتج من ذلك ان (89)
 $7 \times (100) = (26) \times$

وحيث ان عامل ٥ قسم (٢٦) لزم أن يقسم أيضا (١٠٠) \times ٧
غير أن ٥ اولى العدد ٧ فاذن ٥ يقسم (١٠٠) او (١٠)
 \times (١٠) وعليه فعدد ٥ يقسم (١٠) كما في غرة ٥٨ فاذن ٥
يقسم احد عاملي (١٠) وهما ٢ و ٢ وهو غير ممكن وحيث ان الخارج
قمة ٧ على (٢٦) يمتد الى غير نهاية

وحيث ان البواقي أقل من المقسوم عليه وهو (٢٦) فلا بد أن يقع الانسان بعد أن يجري القسمة مرارا كثيرة فيما هو دون (٢٦) على باق قد تحصل من قبل وينتج من ذلك بموجب نظير ما سبق من البراهين في الامر الثالث من غمرة ١٠٣ أن خارج القسمة دورى فعلى ذلك اذا قسمت ٧ على (٢٦) كان خارج القسمة وهو ٢٩٧٢٤٩٧٢٤ و... وهذا من الاعداد

الاعشارية دوريا مريكا

• (الصورة الرابعة) • اذ لم يحتو المقام على احد عاملي ٢ ، ٣ من اساس
اثنى عشر فخرج قسمة البسط عليه دورى بسط

ولنفرض مثلاً كسر $\left(\frac{10}{17}\right)$ فقام (٧ يا ٤) $= ٧١٥$ وهو لا يحتوى على واحد من عاملى اساس ١٢ وهما ٢ و ٣ فيقال حينئذ ان خارج قسمة (١٠ يا ٧) على (٧ يا ٤) دورى بسيط وحيث ان خارج هذه القسمة هو بالضرورة دورى كما فى الصورة الثالثة من هذه الفقرة فيكفى أن نذكر أن قسمة (١٠ يا ٧) على (٧ يا ٤) لا يمكن أن يكون خارجها دورياً مبركاً مثل (٥٨٩٨٩) وهكذا من الاعداد الاعشارية

وحينئذ فأول رقم من بين العدد المتحصل بطرح ٥ من (٥٨٩) يكون صفرا كافي غرة (٢٧٦) وهو غير ممكن لان ٥ لاتساوى ٩ فاذن يكون ابتداء الدور من اول رقم بعد الشرطة فخارج قسمة (يا ١٠) على (٧ يا ٤) هو في الحقيقة (٢٧٢٧٢٧ ر ٠) وهكذا من الاعداد الاعشارية وهو دورى بسيط

(الصورة الخامسة) * اذا كان الكسر المقروض اصم وكان المقام يحتوي على عاملى أساس اثنى عشر وهما ٢ و ٣ المتوافقان مع عوامل اولية اخرى فخارج قسمة البسط على المقام دورى مركب

ولنفرض كسر $(\frac{7}{36})$ الاصم فقام هذا الكسر يساوى $٥ \times ٣ \times ٢$ وحينئذ فيقال ان خارج قسمة $(\frac{7}{36})$ دورى مركب وحيث انه بالضرورة دورى كافي الصورة الثالثة فيكفى أن نبرهن على انه لا يمكن أن يكون دوريا بسيطا مثل (٨٩٨٩ ر ٠) وهكذا من الاعداد الاعشارية

فاذا كان كسر $(\frac{7}{36}) = (٨٩٨٩ ر ٠)$ وهكذا من الاعداد الاعشارية

$$= \left(\frac{٨٩}{١٠٢} \right) \text{ كافي غرة } ١٠٢ \text{ نتج أن } (٨٩) \times (٢٦) = ٧ \times (١١١١)$$

وحيث ان عدد ٣ يقسم (٢٦) فهو حينئذ يقسم $٧ \times (١١١١)$ ولكن حيث كان الكسر المقروض اصم فعامل المقام وهو ٣ اولى لبسط ٧ فعدد ٣ حينئذ يقسم (١١١١) او $(١٠٢) - ١$ ومع ذلك فعدد ٢ يقسم (١٠٢) فاذن عدد ٣ يقسم تفاضل ١ الواقع بين (١٠٢) و $(١٠٢) - ١$ كافي الصورة الثانية من غرة ٤٠ وهو غير ممكن فاذن خارج القسمة المتحصل وهو

(٢٩٧٢٤٩٧٢٤ ر ٠) وهكذا من الاعداد الاعشارية دورى مركب

(٢٨٤) يكفي في تعيين باقى قسمة العدد على أساس اثنى عشر ناقصا ١ او زائدا ١ اعنى قسمته على ١١ او ١٢ الرجوع الى قواعد غمرق

٤٣ و ٤٥ وتبديل عددي ٩ و ١١ بعددي ١١ و ١٣ وعليه باقى قسمة (٢٤٣) على احد عشر هو $٢ + ٣ + ٤$ اى ٩

وباقى قسمة (٧١٤٣٥٤) على ثلاثة عشر هو (٤+٣+١) - (٥+٥+٧)

اى (١٦) - (١٥) اى ١ وباقى قسمة (٧١٥٣٥٤٠)

على ثلاثة عشر هو (٥+٥+٧) + (١١)

- (٤+٣+١) او (١٥) + (١١)

- (١٦) او (٢٦) -

(١٦) اى ١٠

• انتهت التفتيات •

(وهنا جداول في الاصل تتعلق بمقابلة نقود الدول بالنقود الفرنسية ولا حاجة لتعريفهم الان ما فهم من المعاملات أغلبه قديم غير مستعمل وبعضه قديمي فاستسببت تركها)
وهذا جدول يتضمن مقابلة المقاييس الاجنبية بالمقاييس والمعايير الفرنسية الجديدة

معايير الوزن	اقبسة الطول
غرام	ميليمترا
٤٨٩٠٢	القدم القديم في فرنسا ٣٢٤٠٧
٣٧٢٠٦	القدم الانكليزي ٣٠٤٠٧
٤٥٣٠١	قسطلة
٤٥٩٠٤	قسطلة
٤٦٧٠٤	قسطلة
٥٥٨٠٦	قدم الرين ٣١٣٠٩
٤٩١٠٤	قدم ويانة (مح) ٣١٦٠٠
٤٢٤٠٦	قدم امستردام ٢٨٣٠٠
٤٠٩٠٥	قدم أسوج ٢٩٧٠١
	قدم روسيا ٣٥٤٠١
	قدم الصين ٣٢٠٠٠

الفريخ البورى الذى للدرجة منه ٢٥
 يعادل ٢٢٨,٢٣ نازا
 والفريخ الجبرى الذى للدرجة منه ٢٠
 يعادل ٢٨٥٠ و ٤١ نازا
 والهندسة الباريسية تعادل ٣ اقدام
 و ٧ اصابع و ١٠ خطوط و ٥
 و ٢

عدد	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات	المتغيرات الى المتغيرات
١	٤٤٣,٢٩٦	٣٦,٩٤١,١٣	٣٠٧,٨٤٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤
٢	٨٨٦,٥٩٢	٧٣,٨٨٢,٧	٦١٥,٦٨٩	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥
٣	١٣٢,٩٨٨	١١٠,٨٤٠	٩٢,٢٥٣	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤	٧٠٠,٧٨٤
٤	١٧٧,٣١٨	١٤٧,٧٦٥	١٢٣,١٣٧	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥
٥	٢٢١,٦٤٨	١٨٤,٧٠٧	١٥٢,٩٢٣	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥
٦	٢٦٥,٩٧٥	٢٢١,٦٤٧	١٨٤,٧٠٧	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥
٧	٣١٠,٣٠٧	٢٥٨,٥٨٢	٢١٠,٥٩١	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥
٨	٣٥٤,٦٣٧	٣٠٥,٥٢٠	٢٤٤,٦٧٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥
٩	٣٩٨,٩٦٣	٣٣٢,٤٧٠	٢٧٠,٦٠٠	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥
١٠	٤٤٣,٢٩٦	٣٦٩,٤١٣	٣٠٧,٨٤٤	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥	١,٠٢٦,١٥

[illegible]

المدرسة الثانوية في عتبات عيسى بن علي الاقضية الملكية التابعة الى اقسية جديدة وبالكس

٤٠٠

رقم	ملاحظات	ملاحظات	ملاحظات	ملاحظات	ملاحظات	ملاحظات	رقم
١	٧٤٠٢٨٩	٢٩٢١٠٠٦	١٠٢٨٣١٨	١٩٨٣٦	١٩٨٣٦	١٩٨٣٦	١
٢	٧٨٠٧٧٨	١٤٨٠٥٤٥	٦٨٥٥٤٥	٢٩٦٧٢	٢٩٦٧٢	٢٩٦٧٢	٢
٣	٢٩٢١١٦٧	٢٩٢١١٦٧	١٠٢٨٣١٨	٥٩٥٠٩	٥٩٥٠٩	٥٩٥٠٩	٣
٤	٢٧٠١٩٤٥	٢٧٠١٩٤٥	١٠٢٨٣١٨	٧٩٣٤٦	٧٩٣٤٦	٧٩٣٤٦	٤
٥	٢٤٣٣٤	٢٤٣٣٤	١٠٢٨٣١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	٥
٦	٢٤٣٣٤	٢٤٣٣٤	١٠٢٨٣١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	٦
٧	٢٤٣٣٤	٢٤٣٣٤	١٠٢٨٣١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	٧
٨	٢٤٣٣٤	٢٤٣٣٤	١٠٢٨٣١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	٨
٩	٢٤٣٣٤	٢٤٣٣٤	١٠٢٨٣١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	٩
١٠	٢٤٣٣٤	٢٤٣٣٤	١٠٢٨٣١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	١٩٠١٨	١٠

שם	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	שם
מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	מספר זכרון	שם
1	1	1	1	1	1	1	שם
2	2	2	2	2	2	2	שם
3	3	3	3	3	3	3	שם
4	4	4	4	4	4	4	שם
5	5	5	5	5	5	5	שם
6	6	6	6	6	6	6	שם
7	7	7	7	7	7	7	שם
8	8	8	8	8	8	8	שם
9	9	9	9	9	9	9	שם
10	10	10	10	10	10	10	שם
11	11	11	11	11	11	11	שם
12	12	12	12	12	12	12	שם
13	13	13	13	13	13	13	שם
14	14	14	14	14	14	14	שם
15	15	15	15	15	15	15	שם
16	16	16	16	16	16	16	שם
17	17	17	17	17	17	17	שם
18	18	18	18	18	18	18	שם
19	19	19	19	19	19	19	שם
20	20	20	20	20	20	20	שם
21	21	21	21	21	21	21	שם
22	22	22	22	22	22	22	שם
23	23	23	23	23	23	23	שם
24	24	24	24	24	24	24	שם
25	25	25	25	25	25	25	שם
26	26	26	26	26	26	26	שם
27	27	27	27	27	27	27	שם
28	28	28	28	28	28	28	שם
29	29	29	29	29	29	29	שם
30	30	30	30	30	30	30	שם
31	31	31	31	31	31	31	שם
32	32	32	32	32	32	32	שם
33	33	33	33	33	33	33	שם
34	34	34	34	34	34	34	שם
35	35	35	35	35	35	35	שם
36	36	36	36	36	36	36	שם
37	37	37	37	37	37	37	שם
38	38	38	38	38	38	38	שם
39	39	39	39	39	39	39	שם
40	40	40	40	40	40	40	שם
41	41	41	41	41	41	41	שם
42	42	42	42	42	42	42	שם
43	43	43	43	43	43	43	שם
44	44	44	44	44	44	44	שם
45	45	45	45	45	45	45	שם
46	46	46	46	46	46	46	שם
47	47	47	47	47	47	47	שם
48	48	48	48	48	48	48	שם
49	49	49	49	49	49	49	שם
50	50	50	50	50	50	50	שם
51	51	51	51	51	51	51	שם
52	52	52	52	52	52	52	שם
53	53	53	53	53	53	53	שם
54	54	54	54	54	54	54	שם
55	55	55	55	55	55	55	שם
56	56	56	56	56	56	56	שם
57	57	57	57	57	57	57	שם
58	58	58	58	58	58	58	שם
59	59	59	59	59	59	59	שם
60	60	60	60	60	60	60	שם
61	61	61	61	61	61	61	שם
62	62	62	62	62	62	62	שם
63	63	63	63	63	63	63	שם
64	64	64	64	64	64	64	שם
65	65	65	65	65	65	65	שם
66	66	66	66	66	66	66	שם
67	67	67	67	67	67	67	שם
68	68	68	68	68	68	68	שם
69	69	69	69	69	69	69	שם
70	70	70	70	70	70	70	שם
71	71	71	71	71	71	71	שם
72	72	72	72	72	72	72	שם
73	73	73	73	73	73	73	שם
74	74	74	74	74	74	74	שם
75	75	75	75	75	75	75	שם
76	76	76	76	76	76	76	שם
77	77	77	77	77	77	77	שם
78	78	78	78	78	78	78	שם
79	79	79	79	79	79	79	שם
80	80	80	80	80	80	80	שם
81	81	81	81	81	81	81	שם
82	82	82	82	82	82	82	שם
83	83	83	83	83	83	83	שם
84	84	84	84	84	84	84	שם
85	85	85	85	85	85	85	שם
86	86	86	86	86	86	86	שם
87	87	87	87	87	87	87	שם
88	88	88	88	88	88	88	שם
89	89	89	89	89	89	89	שם
90	90	90	90	90	90	90	שם
91	91	91	91	91	91	91	שם
92	92	92	92	92	92	92	שם
93	93	93	93	93	93	93	שם
94	94	94	94	94	94	94	שם
95	95	95	95	95	95	95	שם
96	96	96	96	96	96	96	שם
97	97	97	97	97	97	97	שם
98	98	98	98	98	98	98	שם
99	99	99	99	99	99	99	שם
100	100	100	100	100	100	100	שם

[illegible]

[illegible]

الجدول السادس في تحوير القديسة الى القور جديدة بالمكس

٤٠٢

الرقم	المتري	المتري	المتري	المتري	المتري	المتري
١	٩٤٢	٦٥٠	٧٥٠	٧٩٨٧	٠٠٠٠	١٠١٢
٢	٨٨٥	٢٠١	٢٠١	١٩٧٥	٠٠٦	٩٢٦
٣	٨٧٧	٩٥٢	٩٥٢	٢٩٦٢	٥١٠	٢٩٠
٤	٧٧٠	٦٠٢	٦٠٢	٢٩٥٠	٠١٢	٨٥٢
٥	٧١٢	٢٥٤	٢٥٤	٢٩٢٨	٠١٧	٢١٦
٦	٦٥٥	٩٠٥	٩٠٥	٢٩٢٥	٠٢٠	٧٨٠
٧	٥٩٨	٥٥٦	٥٥٦	٢٩١٢	٥٢٤	٤٢٢
٨	٥٤١	٢٠٧	٢٠٧	٢٩٠١	٠٢٧	٧٠٦
٩	٤٨٢	١٥٨	١٥٨	٢٨٨٨	٥٢١	١٧٠

وهـ _____ ذهـ

جداول لوغارتميات الاعداد

من ١ الى ١٠٠٠٠

ذيلنا بها الحجاب

لتكمل فائدته

للمطالع

٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠	٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠	٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	١٠٠																																			
١٠٠	١٠١	١٠٢	١٠٣	١٠٤	١٠٥	١٠٦	١٠٧	١٠٨	١٠٩	١١٠	١١١	١١٢	١١٣	١١٤	١١٥	١١٦	١١٧	١١٨	١١٩	١٢٠	١٢١	١٢٢	١٢٣	١٢٤	١٢٥	١٢٦	١٢٧	١٢٨	١٢٩	١٣٠	١٣١	١٣٢	١٣٣	١٣٤	١٣٥	١٣٦	١٣٧	١٣٨	١٣٩	١٤٠	١٤١	١٤٢	١٤٣	١٤٤	١٤٥	١٤٦	١٤٧	١٤٨	١٤٩	١٥٠	١٥١	١٥٢	١٥٣	١٥٤	١٥٥	١٥٦	١٥٧	١٥٨	١٥٩	١٦٠	١٦١	١٦٢	١٦٣	١٦٤	١٦٥	١٦٦	١٦٧	١٦٨	١٦٩	١٧٠	١٧١	١٧٢	١٧٣	١٧٤	١٧٥	١٧٦	١٧٧	١٧٨	١٧٩	١٨٠	١٨١	١٨٢	١٨٣	١٨٤	١٨٥	١٨٦	١٨٧	١٨٨	١٨٩	١٩٠	١٩١	١٩٢	١٩٣	١٩٤	١٩٥	١٩٦	١٩٧	١٩٨	١٩٩	٢٠٠											
١٨٩	١٩٠	١٩١	١٩٢	١٩٣	١٩٤	١٩٥	١٩٦	١٩٧	١٩٨	١٩٩	٢٠٠	٢٠١	٢٠٢	٢٠٣	٢٠٤	٢٠٥	٢٠٦	٢٠٧	٢٠٨	٢٠٩	٢١٠	٢١١	٢١٢	٢١٣	٢١٤	٢١٥	٢١٦	٢١٧	٢١٨	٢١٩	٢٢٠	٢٢١	٢٢٢	٢٢٣	٢٢٤	٢٢٥	٢٢٦	٢٢٧	٢٢٨	٢٢٩	٢٣٠	٢٣١	٢٣٢	٢٣٣	٢٣٤	٢٣٥	٢٣٦	٢٣٧	٢٣٨	٢٣٩	٢٤٠	٢٤١	٢٤٢	٢٤٣	٢٤٤	٢٤٥	٢٤٦	٢٤٧	٢٤٨	٢٤٩	٢٥٠	٢٥١	٢٥٢	٢٥٣	٢٥٤	٢٥٥	٢٥٦	٢٥٧	٢٥٨	٢٥٩	٢٦٠	٢٦١	٢٦٢	٢٦٣	٢٦٤	٢٦٥	٢٦٦	٢٦٧	٢٦٨	٢٦٩	٢٧٠	٢٧١	٢٧٢	٢٧٣	٢٧٤	٢٧٥	٢٧٦	٢٧٧	٢٧٨	٢٧٩	٢٨٠	٢٨١	٢٨٢	٢٨٣	٢٨٤	٢٨٥	٢٨٦	٢٨٧	٢٨٨	٢٨٩	٢٩٠	٢٩١	٢٩٢	٢٩٣	٢٩٤	٢٩٥	٢٩٦	٢٩٧	٢٩٨	٢٩٩	٣٠٠
٣٠١	٣٠٢	٣٠٣	٣٠٤	٣٠٥	٣٠٦	٣٠٧	٣٠٨	٣٠٩	٣١٠	٣١١	٣١٢	٣١٣	٣١٤	٣١٥	٣١٦	٣١٧	٣١٨	٣١٩	٣٢٠	٣٢١	٣٢٢	٣٢٣	٣٢٤	٣٢٥	٣٢٦	٣٢٧	٣٢٨	٣٢٩	٣٣٠	٣٣١	٣٣٢	٣٣٣	٣٣٤	٣٣٥	٣٣٦	٣٣٧	٣٣٨	٣٣٩	٣٤٠	٣٤١	٣٤٢	٣٤٣	٣٤٤	٣٤٥	٣٤٦	٣٤٧	٣٤٨	٣٤٩	٣٥٠	٣٥١	٣٥٢	٣٥٣	٣٥٤	٣٥٥	٣٥٦	٣٥٧	٣٥٨	٣٥٩	٣٦٠	٣٦١	٣٦٢	٣٦٣	٣٦٤	٣٦٥	٣٦٦	٣٦٧	٣٦٨	٣٦٩	٣٧٠	٣٧١	٣٧٢	٣٧٣	٣٧٤	٣٧٥	٣٧٦	٣٧٧	٣٧٨	٣٧٩	٣٨٠	٣٨١	٣٨٢	٣٨٣	٣٨٤	٣٨٥	٣٨٦	٣٨٧	٣٨٨	٣٨٩	٣٩٠	٣٩١	٣٩٢	٣٩٣	٣٩٤	٣٩٥	٣٩٦	٣٩٧	٣٩٨	٣٩٩	٤٠٠												
٤٠١	٤٠٢	٤٠٣	٤٠٤	٤٠٥	٤٠٦	٤٠٧	٤٠٨	٤٠٩	٤١٠	٤١١	٤١٢	٤١٣	٤١٤	٤١٥	٤١٦	٤١٧	٤١٨	٤١٩	٤٢٠	٤٢١	٤٢٢	٤٢٣	٤٢٤	٤٢٥	٤٢٦	٤٢٧	٤٢٨	٤٢٩	٤٣٠	٤٣١	٤٣٢	٤٣٣	٤٣٤	٤٣٥	٤٣٦	٤٣٧	٤٣٨	٤٣٩	٤٤٠	٤٤١	٤٤٢	٤٤٣	٤٤٤	٤٤٥	٤٤٦	٤٤٧	٤٤٨	٤٤٩	٤٥٠	٤٥١	٤٥٢	٤٥٣	٤٥٤	٤٥٥	٤٥٦	٤٥٧	٤٥٨	٤٥٩	٤٦٠	٤٦١	٤٦٢	٤٦٣	٤٦٤	٤٦٥	٤٦٦	٤٦٧	٤٦٨	٤٦٩	٤٧٠	٤٧١	٤٧٢	٤٧٣	٤٧٤	٤٧٥	٤٧٦	٤٧٧	٤٧٨	٤٧٩	٤٨٠	٤٨١	٤٨٢	٤٨٣	٤٨٤	٤٨٥	٤٨٦	٤٨٧	٤٨٨	٤٨٩	٤٩٠	٤٩١	٤٩٢	٤٩٣	٤٩٤	٤٩٥	٤٩٦	٤٩٧	٤٩٨	٤٩٩	٥٠٠												
٥٠١	٥٠٢	٥٠٣	٥٠٤	٥٠٥	٥٠٦	٥٠٧	٥٠٨	٥٠٩	٥١٠	٥١١	٥١٢	٥١٣	٥١٤	٥١٥	٥١٦	٥١٧	٥١٨	٥١٩	٥٢٠	٥٢١	٥٢٢	٥٢٣	٥٢٤	٥٢٥	٥٢٦	٥٢٧	٥٢٨	٥٢٩	٥٣٠	٥٣١	٥٣٢	٥٣٣	٥٣٤	٥٣٥	٥٣٦	٥٣٧	٥٣٨	٥٣٩	٥٤٠	٥٤١	٥٤٢	٥٤٣	٥٤٤	٥٤٥	٥٤٦	٥٤٧	٥٤٨	٥٤٩	٥٥٠	٥٥١	٥٥٢	٥٥٣	٥٥٤	٥٥٥	٥٥٦	٥٥٧	٥٥٨	٥٥٩	٥٦٠	٥٦١	٥٦٢	٥٦٣	٥٦٤	٥٦٥	٥٦٦	٥٦٧	٥٦٨	٥٦٩	٥٧٠	٥٧١	٥٧٢	٥٧٣	٥٧٤	٥٧٥	٥٧٦	٥٧٧	٥٧٨	٥٧٩	٥٨٠	٥٨١	٥٨٢	٥٨٣	٥٨٤	٥٨٥	٥٨٦	٥٨٧	٥٨٨	٥٨٩	٥٩٠	٥٩١	٥٩٢	٥٩٣	٥٩٤	٥٩٥	٥٩٦	٥٩٧	٥٩٨	٥٩٩	٦٠٠												
٦٠١	٦٠٢	٦٠٣	٦٠٤	٦٠٥	٦٠٦	٦٠٧	٦٠٨	٦٠٩	٦١٠	٦١١	٦١٢	٦١٣	٦١٤	٦١٥	٦١٦	٦١٧	٦١٨	٦١٩	٦٢٠	٦٢١	٦٢٢	٦٢٣	٦٢٤	٦٢٥	٦٢٦	٦٢٧	٦٢٨	٦٢٩	٦٣٠	٦٣١	٦٣٢	٦٣٣	٦٣٤	٦٣٥	٦٣٦	٦٣٧	٦٣٨	٦٣٩	٦٤٠	٦٤١	٦٤٢	٦٤٣	٦٤٤	٦٤٥	٦٤٦	٦٤٧	٦٤٨	٦٤٩	٦٥٠	٦٥١	٦٥٢	٦٥٣	٦٥٤	٦٥٥	٦٥٦	٦٥٧	٦٥٨	٦٥٩	٦٦٠	٦٦١	٦٦٢	٦٦٣	٦٦٤	٦٦٥	٦٦٦	٦٦٧	٦٦٨	٦٦٩	٦٧٠	٦٧١	٦٧٢	٦٧٣	٦٧٤	٦٧٥	٦٧٦	٦٧٧	٦٧٨	٦٧٩	٦٨٠	٦٨١	٦٨٢	٦٨٣	٦٨٤	٦٨٥	٦٨٦	٦٨٧	٦٨٨	٦٨٩	٦٩٠	٦٩١	٦٩٢	٦٩٣	٦٩٤	٦٩٥	٦٩٦	٦٩٧	٦٩٨	٦٩٩	٧٠٠												
٧٠١	٧٠٢	٧٠٣	٧٠٤	٧٠٥	٧٠٦	٧٠٧	٧٠٨	٧٠٩	٧١٠	٧١١	٧١٢	٧١٣	٧١٤	٧١٥	٧١٦	٧١٧	٧١٨	٧١٩	٧٢٠	٧٢١	٧٢٢	٧٢٣	٧٢٤	٧٢٥	٧٢٦	٧٢٧	٧٢٨	٧٢٩	٧٣٠	٧٣١	٧٣٢	٧٣٣	٧٣٤	٧٣٥	٧٣٦	٧٣٧	٧٣٨	٧٣٩	٧٤٠	٧٤١	٧٤٢	٧٤٣	٧٤٤	٧٤٥	٧٤٦	٧٤٧	٧٤٨	٧٤٩	٧٥٠	٧٥١	٧٥٢	٧٥٣	٧٥٤	٧٥٥	٧٥٦	٧٥٧	٧٥٨	٧٥٩	٧٦٠	٧٦١	٧٦٢	٧٦٣	٧٦٤	٧٦٥	٧٦٦	٧٦٧	٧٦٨	٧٦٩	٧٧٠	٧٧١	٧٧٢	٧٧٣	٧٧٤	٧٧٥	٧٧٦	٧٧٧	٧٧٨	٧٧٩	٧٨٠	٧٨١	٧٨٢	٧٨٣	٧٨٤	٧٨٥	٧٨٦	٧٨٧	٧٨٨	٧٨٩	٧٩٠	٧٩١	٧٩٢	٧٩٣	٧٩٤	٧٩٥	٧٩٦	٧٩٧	٧٩٨	٧٩٩	٨٠٠												
٨٠١	٨٠٢	٨٠٣	٨٠٤	٨٠٥	٨٠٦	٨٠٧	٨٠٨	٨٠٩	٨١٠	٨١١	٨١٢	٨١٣	٨١٤	٨١٥	٨١٦	٨١٧	٨١٨	٨١٩	٨٢٠	٨٢١	٨٢٢	٨٢٣	٨٢٤	٨٢٥	٨٢٦	٨٢٧	٨٢٨	٨٢٩	٨٣٠	٨٣١	٨٣٢	٨٣٣	٨٣٤	٨٣٥	٨٣٦	٨٣٧	٨٣٨	٨٣٩	٨٤٠	٨٤١	٨٤٢	٨٤٣	٨٤٤	٨٤٥	٨٤٦	٨٤٧	٨٤٨	٨٤٩	٨٥٠	٨٥١	٨٥٢	٨٥٣	٨٥٤	٨٥٥	٨٥٦	٨٥٧	٨٥٨	٨٥٩	٨٦٠	٨٦١	٨٦٢	٨٦٣	٨٦٤	٨٦٥	٨٦٦	٨٦٧	٨٦٨	٨٦٩	٨٧٠	٨٧١	٨٧٢	٨٧٣	٨٧٤	٨٧٥	٨٧٦	٨٧٧	٨٧٨	٨٧٩	٨٨٠	٨٨١	٨٨٢	٨٨٣	٨٨٤	٨٨٥	٨٨٦	٨٨٧	٨٨٨	٨٨٩	٨٩٠	٨٩١	٨٩٢	٨٩٣	٨٩٤	٨٩٥	٨٩٦	٨٩٧	٨٩٨	٨٩٩	٩٠٠												
٩٠١	٩٠٢	٩٠٣	٩٠٤	٩٠٥	٩٠٦	٩٠٧	٩٠٨	٩٠٩	٩١٠	٩١١	٩١٢	٩١٣	٩١٤	٩١٥	٩١٦	٩١٧	٩١٨	٩١٩	٩٢٠	٩٢١	٩٢٢	٩٢٣	٩٢٤	٩٢٥	٩٢٦	٩٢٧	٩٢٨	٩٢٩	٩٣٠	٩٣١	٩٣٢	٩٣٣	٩٣٤	٩٣٥	٩٣٦	٩٣٧	٩٣٨	٩٣٩	٩٤٠	٩٤١	٩٤٢	٩٤٣	٩٤٤	٩٤٥	٩٤٦	٩٤٧	٩٤٨	٩٤٩	٩٥٠	٩٥١	٩٥٢	٩٥٣	٩٥٤	٩٥٥	٩٥٦	٩٥٧	٩٥٨	٩٥٩	٩٦٠	٩٦١	٩٦٢	٩٦٣	٩٦٤	٩٦٥	٩٦٦	٩٦٧	٩٦٨	٩٦٩	٩٧٠	٩٧١	٩٧٢	٩٧٣	٩٧٤	٩٧٥	٩٧٦	٩٧٧	٩٧٨	٩٧٩	٩٨٠	٩٨١	٩٨٢	٩٨٣	٩٨٤	٩٨٥	٩٨٦	٩٨٧	٩٨٨	٩٨٩	٩٩٠	٩٩١	٩٩٢	٩٩٣	٩٩٤	٩٩٥	٩٩٦	٩٩٧	٩٩٨	٩٩٩	١٠٠٠												

[illegible]

٢٤	٢٥	٢٤	٢٥	٢٤	٢٥	٢٤	٢٥	٢٤	٢٥
٧٧٨٧	٦٠٠	٧٦٠٧	٦٠٠	٧٤١١	٦٠٠	٧٢٠٧	٦٠٠	٧٠٠٧	٦٠٠
٧٧٩٦	٦٠٠	٧٦١١	٦٠٠	٧٤١٩	٦٠٠	٧٢١١	٦٠٠	٧٠٠٧	٦٠٠
٧٨٠٧	٦٠٠	٧٦١٩	٦٠٠	٧٤٢٧	٦٠٠	٧٢٢٧	٦٠٠	٧٠١٧	٦٠٠
٧٨١٠	٦٠٠	٧٦٢٧	٦٠٠	٧٤٣٠	٦٠٠	٧٢٣٧	٦٠٠	٧٠٢٧	٦٠٠
٧٨١٧	٦٠٠	٧٦٣٧	٦٠٠	٧٤٣٩	٦٠٠	٧٢٤٧	٦٠٠	٧٠٣٧	٦٠٠
٧٨٢٧	٦٠٠	٧٦٤٧	٦٠٠	٧٤٤٧	٦٠٠	٧٢٥٧	٦٠٠	٧٠٤٧	٦٠٠
٧٨٣٩	٦٠٠	٧٦٥٧	٦٠٠	٧٤٥٧	٦٠٠	٧٢٥٧	٦٠٠	٧٠٥٧	٦٠٠
٧٨٤٩	٦٠٠	٧٦٦١	٦٠٠	٧٤٦١	٦٠٠	٧٢٦٧	٦٠٠	٧٠٦٧	٦٠٠
٧٨٥٧	٦٠٠	٧٦٦٧	٦٠٠	٧٤٦٧	٦٠٠	٧٢٧٧	٦٠٠	٧٠٧٧	٦٠٠
٧٨٦٠	٦٠٠	٧٦٧٩	٦٠٠	٧٤٧٩	٦٠٠	٧٢٨٧	٦٠٠	٧٠٨٧	٦٠٠
٧٨٦٧	٦٠٠	٧٦٨٧	٦٠٠	٧٤٨٧	٦٠٠	٧٢٩٧	٦٠٠	٧٠٩٧	٦٠٠
٧٨٧٩	٦٠٠	٧٦٩٧	٦٠٠	٧٤٩٧	٦٠٠	٧٣٠٧	٦٠٠	٧١٠٧	٦٠٠
٧٨٨٧	٦٠٠	٧٧٠٧	٦٠٠	٧٥٠٧	٦٠٠	٧٣١٧	٦٠٠	٧١١٧	٦٠٠
٧٨٩٧	٦٠٠	٧٧١٧	٦٠٠	٧٥١٧	٦٠٠	٧٣٢٧	٦٠٠	٧١٢٧	٦٠٠
٧٩٠٧	٦٠٠	٧٧٢٧	٦٠٠	٧٥٢٧	٦٠٠	٧٣٣٧	٦٠٠	٧١٣٧	٦٠٠
٧٩١٧	٦٠٠	٧٧٣٧	٦٠٠	٧٥٣٧	٦٠٠	٧٣٤٧	٦٠٠	٧١٤٧	٦٠٠
٧٩٢٧	٦٠٠	٧٧٤٧	٦٠٠	٧٥٤٧	٦٠٠	٧٣٥٧	٦٠٠	٧١٥٧	٦٠٠
٧٩٣٧	٦٠٠	٧٧٥٧	٦٠٠	٧٥٥٧	٦٠٠	٧٣٦٧	٦٠٠	٧١٦٧	٦٠٠
٧٩٤٧	٦٠٠	٧٧٦٧	٦٠٠	٧٥٦٧	٦٠٠	٧٣٧٧	٦٠٠	٧١٧٧	٦٠٠
٧٩٥٧	٦٠٠	٧٧٧٧	٦٠٠	٧٥٧٧	٦٠٠	٧٣٨٧	٦٠٠	٧١٨٧	٦٠٠
٧٩٦٧	٦٠٠	٧٧٨٧	٦٠٠	٧٥٨٧	٦٠٠	٧٣٩٧	٦٠٠	٧١٩٧	٦٠٠
٧٩٧٧	٦٠٠	٧٧٩٧	٦٠٠	٧٥٩٧	٦٠٠	٧٤٠٧	٦٠٠	٧٢٠٧	٦٠٠
٧٩٨٧	٦٠٠	٧٨٠٧	٦٠٠	٧٦٠٧	٦٠٠	٧٤١٧	٦٠٠	٧٢١٧	٦٠٠
٧٩٩٧	٦٠٠	٧٨١٧	٦٠٠	٧٦١٧	٦٠٠	٧٤٢٧	٦٠٠	٧٢٢٧	٦٠٠
٨٠٠٧	٦٠٠	٧٨٢٧	٦٠٠	٧٦٢٧	٦٠٠	٧٤٣٧	٦٠٠	٧٢٣٧	٦٠٠

ل.ع	د.ع	ل.ع	د.ع	ل.ع	د.ع	ل.ع	د.ع	ل.ع	د.ع
٩٨٩٤٥	٩٧٦	٩٧٨١٨	٩٥١	٩٦٦٦١	٩٢٦	٩٥٤٧٢	٩٠١	٩٤٢٥٠	٨٧٦
٩٨٩٨٩	٩٧٧	٩٧٨٦٤	٩٥٢	٩٦٧٠٨	٩٢٧	٩٥٥٢١	٩٠٢	٩٤٢٠٠	٨٧٧
٩٩٠٢٤	٩٧٨	٩٧٩٠٩	٩٥٣	٩٦٧٥٥	٩٢٨	٩٥٥٦٩	٩٠٣	٩٤٢٤٩	٨٧٨
٩٩٠٧٨	٩٧٩	٩٧٩٥٥	٩٥٤	٩٦٨٠٢	٩٢٩	٩٥٦١٧	٩٠٤	٩٤٢٩٩	٨٧٩
٩٩١٢٢	٩٨٠	٩٨٠٠٠	٩٥٥	٩٦٨٤٨	٩٣٠	٩٥٦٦٥	٩٠٥	٩٤٣٤٨	٨٨٠
٩٩١٦٧	٩٨١	٩٨٠٤٦	٩٥٦	٩٦٨٩٥	٩٣١	٩٥٧١٢	٩٠٦	٩٤٣٩٨	٨٨١
٩٩٢١١	٩٨٢	٩٨٠٩١	٩٥٧	٩٦٩٤٢	٩٣٢	٩٥٧٦١	٩٠٧	٩٤٤٤٧	٨٨٢
٩٩٢٥٥	٩٨٣	٩٨١٣٧	٩٥٨	٩٦٩٨٨	٩٣٣	٩٥٨٠٩	٩٠٨	٩٤٥٩٦	٨٨٣
٩٩٣٠٠	٩٨٤	٩٨١٨٢	٩٥٩	٩٧٠٣٥	٩٣٤	٩٥٨٥٦	٩٠٩	٩٤٦٤٥	٨٨٤
٩٩٣٤٤	٩٨٥	٩٨٢٢٧	٩٦٠	٩٧٠٨١	٩٣٥	٩٥٩٠٤	٩١٠	٩٤٦٩٤	٨٨٥
٩٩٣٨٨	٩٨٦	٩٨٢٧٢	٩٦١	٩٧١٢٨	٩٣٦	٩٥٩٥٢	٩١١	٩٤٧٤٣	٨٨٦
٩٩٤٣٢	٩٨٧	٩٨٣١٨	٩٦٢	٩٧١٧٤	٩٣٧	٩٥٩٩٩	٩١٢	٩٤٧٩٢	٨٨٧
٩٩٤٧٦	٩٨٨	٩٨٣٦٣	٩٦٣	٩٧٢٢٠	٩٣٨	٩٦٠٤٧	٩١٣	٩٤٨٤١	٨٨٨
٩٩٥٢٠	٩٨٩	٩٨٤٠٨	٩٦٤	٩٧٢٦٧	٩٣٩	٩٦٠٩٥	٩١٤	٩٤٨٩٠	٨٨٩
٩٩٥٦٤	٩٩٠	٩٨٤٥٢	٩٦٥	٩٧٣١٢	٩٤٠	٩٦١٤٢	٩١٥	٩٤٩٣٩	٨٩٠
٩٩٦٠٧	٩٩١	٩٨٤٩٨	٩٦٦	٩٧٣٥٩	٩٤١	٩٦١٩٠	٩١٦	٩٤٩٨٨	٨٩١
٩٩٦٥١	٩٩٢	٩٨٥٤٢	٩٦٧	٩٧٤٠٥	٩٤٢	٩٦٢٣٧	٩١٧	٩٥٠٣٦	٨٩٢
٩٩٦٩٥	٩٩٣	٩٨٥٨٧	٩٦٨	٩٧٤٥١	٩٤٣	٩٦٢٨٤	٩١٨	٩٥٠٨٥	٨٩٣
٩٩٧٣٩	٩٩٤	٩٨٦٣٢	٩٦٩	٩٧٤٩٧	٩٤٤	٩٦٣٣٢	٩١٩	٩٥١٣٤	٨٩٤
٩٩٧٨٣	٩٩٥	٩٨٦٧٧	٩٧٠	٩٧٥٤٢	٩٤٥	٩٦٣٧٩	٩٢٠	٩٥١٨٢	٨٩٥
٩٩٨٢٦	٩٩٦	٩٨٧٢٢	٩٧١	٩٧٥٨٩	٩٤٦	٩٦٤٢٦	٩٢١	٩٥٢٣١	٨٩٦
٩٩٨٧٠	٩٩٧	٩٨٧٦٧	٩٧٢	٩٧٦٣٥	٩٤٧	٩٦٤٧٢	٩٢٢	٩٥٢٧٩	٨٩٧
٩٩٩١٢	٩٩٨	٩٨٨١١	٩٧٣	٩٧٦٨١	٩٤٨	٩٦٥٢٠	٩٢٣	٩٥٣٢٨	٨٩٨
٩٩٩٥٧	٩٩٩	٩٨٨٥٦	٩٧٤	٩٧٧٢٧	٩٤٩	٩٦٥٦٧	٩٢٤	٩٥٣٧٦	٨٩٩
.....	١٠٠٠	٩٨٩٠٠	٩٧٥	٩٧٧٧٢	٩٥٠	٩٦٦١٤	٩٢٥	٩٥٤٢٤	٩٠٠

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١٦	٢٦٢٦	١٦	١٧	٢٦٢٧	١٦	١٧	٢٦٢٨	١٦	١٧	٢٦٢٩	١٦	١٧	٢٦٣٠	١٦	١٧	٢٦٣١	١٦
١٧	٢٦٣٢	١٧	١٨	٢٦٣٣	١٧	١٨	٢٦٣٤	١٧	١٨	٢٦٣٥	١٧	١٨	٢٦٣٦	١٧	١٨	٢٦٣٧	١٧
١٨	٢٦٣٨	١٨	١٩	٢٦٣٩	١٨	١٩	٢٦٤٠	١٨	١٩	٢٦٤١	١٨	١٩	٢٦٤٢	١٨	١٩	٢٦٤٣	١٨
١٩	٢٦٤٤	١٩	٢٠	٢٦٤٥	١٩	٢٠	٢٦٤٦	١٩	٢٠	٢٦٤٧	١٩	٢٠	٢٦٤٨	١٩	٢٠	٢٦٤٩	١٩
٢٠	٢٦٥٠	٢٠	٢١	٢٦٥١	٢٠	٢١	٢٦٥٢	٢٠	٢١	٢٦٥٣	٢٠	٢١	٢٦٥٤	٢٠	٢١	٢٦٥٥	٢٠
٢١	٢٦٥٦	٢١	٢٢	٢٦٥٧	٢١	٢٢	٢٦٥٨	٢١	٢٢	٢٦٥٩	٢١	٢٢	٢٦٦٠	٢١	٢٢	٢٦٦١	٢١
٢٢	٢٦٦٢	٢٢	٢٣	٢٦٦٣	٢٢	٢٣	٢٦٦٤	٢٢	٢٣	٢٦٦٥	٢٢	٢٣	٢٦٦٦	٢٢	٢٣	٢٦٦٧	٢٢
٢٣	٢٦٦٨	٢٣	٢٤	٢٦٦٩	٢٣	٢٤	٢٦٧٠	٢٣	٢٤	٢٦٧١	٢٣	٢٤	٢٦٧٢	٢٣	٢٤	٢٦٧٣	٢٣
٢٤	٢٦٧٤	٢٤	٢٥	٢٦٧٥	٢٤	٢٥	٢٦٧٦	٢٤	٢٥	٢٦٧٧	٢٤	٢٥	٢٦٧٨	٢٤	٢٥	٢٦٧٩	٢٤
٢٥	٢٦٨٠	٢٥	٢٦	٢٦٨١	٢٥	٢٦	٢٦٨٢	٢٥	٢٦	٢٦٨٣	٢٥	٢٦	٢٦٨٤	٢٥	٢٦	٢٦٨٥	٢٥
٢٦	٢٦٨٦	٢٦	٢٧	٢٦٨٧	٢٦	٢٧	٢٦٨٨	٢٦	٢٧	٢٦٨٩	٢٦	٢٧	٢٦٩٠	٢٦	٢٧	٢٦٩١	٢٦
٢٧	٢٦٩٢	٢٧	٢٨	٢٦٩٣	٢٧	٢٨	٢٦٩٤	٢٧	٢٨	٢٦٩٥	٢٧	٢٨	٢٦٩٦	٢٧	٢٨	٢٦٩٧	٢٧
٢٨	٢٦٩٨	٢٨	٢٩	٢٦٩٩	٢٨	٢٩	٢٧٠٠	٢٨	٢٩	٢٧٠١	٢٨	٢٩	٢٧٠٢	٢٨	٢٩	٢٧٠٣	٢٨
٢٩	٢٧٠٤	٢٩	٣٠	٢٧٠٥	٢٩	٣٠	٢٧٠٦	٢٩	٣٠	٢٧٠٧	٢٩	٣٠	٢٧٠٨	٢٩	٣٠	٢٧٠٩	٢٩
٣٠	٢٧١٠	٣٠	٣١	٢٧١١	٣٠	٣١	٢٧١٢	٣٠	٣١	٢٧١٣	٣٠	٣١	٢٧١٤	٣٠	٣١	٢٧١٥	٣٠
٣١	٢٧١٦	٣١	٣٢	٢٧١٧	٣١	٣٢	٢٧١٨	٣١	٣٢	٢٧١٩	٣١	٣٢	٢٧٢٠	٣١	٣٢	٢٧٢١	٣١
٣٢	٢٧٢٢	٣٢	٣٣	٢٧٢٣	٣٢	٣٣	٢٧٢٤	٣٢	٣٣	٢٧٢٥	٣٢	٣٣	٢٧٢٦	٣٢	٣٣	٢٧٢٧	٣٢
٣٣	٢٧٢٨	٣٣	٣٤	٢٧٢٩	٣٣	٣٤	٢٧٣٠	٣٣	٣٤	٢٧٣١	٣٣	٣٤	٢٧٣٢	٣٣	٣٤	٢٧٣٣	٣٣
٣٤	٢٧٣٤	٣٤	٣٥	٢٧٣٥	٣٤	٣٥	٢٧٣٦	٣٤	٣٥	٢٧٣٧	٣٤	٣٥	٢٧٣٨	٣٤	٣٥	٢٧٣٩	٣٤
٣٥	٢٧٤٠	٣٥	٣٦	٢٧٤١	٣٥	٣٦	٢٧٤٢	٣٥	٣٦	٢٧٤٣	٣٥	٣٦	٢٧٤٤	٣٥	٣٦	٢٧٤٥	٣٥
٣٦	٢٧٤٦	٣٦	٣٧	٢٧٤٧	٣٦	٣٧	٢										

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٢٨٧٦	٤٨٧٩	١٠	٢٩٠٠	٤٩٠٣	١٠	٢٩٢٤	٤٩٢٧	١٠	٢٩٤٨	٤٩٥١	١٠	٢٩٧٢	٤٩٧٥	١٠	٢٩٩٦	٤٩٩٩	١٠
٢٨٧٧	٤٨٨٠	١٠	٢٩٠١	٤٩٠٤	١٠	٢٩٢٥	٤٩٢٨	١٠	٢٩٤٩	٤٩٥٢	١٠	٢٩٧٣	٤٩٧٦	١٠	٢٩٩٧	٤٩٩٩	١٠
٢٨٧٨	٤٨٨١	١٠	٢٩٠٢	٤٩٠٥	١٠	٢٩٢٦	٤٩٢٩	١٠	٢٩٥٠	٤٩٥٣	١٠	٢٩٧٤	٤٩٧٧	١٠	٢٩٩٨	٤٩٩٩	١٠
٢٨٧٩	٤٨٨٢	١٠	٢٩٠٣	٤٩٠٦	١٠	٢٩٢٧	٤٩٣٠	١٠	٢٩٥١	٤٩٥٤	١٠	٢٩٧٥	٤٩٧٨	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٠	٤٨٨٣	١٠	٢٩٠٤	٤٩٠٧	١٠	٢٩٢٨	٤٩٣١	١٠	٢٩٥٢	٤٩٥٥	١٠	٢٩٧٦	٤٩٧٩	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨١	٤٨٨٤	١٠	٢٩٠٥	٤٩٠٨	١٠	٢٩٢٩	٤٩٣٢	١٠	٢٩٥٣	٤٩٥٦	١٠	٢٩٧٧	٤٩٨٠	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٢	٤٨٨٥	١٠	٢٩٠٦	٤٩٠٩	١٠	٢٩٣٠	٤٩٣٣	١٠	٢٩٥٤	٤٩٥٧	١٠	٢٩٧٨	٤٩٨١	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٣	٤٨٨٦	١٠	٢٩٠٧	٤٩١٠	١٠	٢٩٣١	٤٩٣٤	١٠	٢٩٥٥	٤٩٥٨	١٠	٢٩٧٩	٤٩٨٢	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٤	٤٨٨٧	١٠	٢٩٠٨	٤٩١١	١٠	٢٩٣٢	٤٩٣٥	١٠	٢٩٥٦	٤٩٥٩	١٠	٢٩٨٠	٤٩٨٣	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٥	٤٨٨٨	١٠	٢٩٠٩	٤٩١٢	١٠	٢٩٣٣	٤٩٣٦	١٠	٢٩٥٧	٤٩٦٠	١٠	٢٩٨١	٤٩٨٤	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٦	٤٨٨٩	١٠	٢٩١٠	٤٩١٣	١٠	٢٩٣٤	٤٩٣٧	١٠	٢٩٥٨	٤٩٦١	١٠	٢٩٨٢	٤٩٨٥	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٧	٤٨٩٠	١٠	٢٩١١	٤٩١٤	١٠	٢٩٣٥	٤٩٣٨	١٠	٢٩٥٩	٤٩٦٢	١٠	٢٩٨٣	٤٩٨٦	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٨	٤٨٩١	١٠	٢٩١٢	٤٩١٥	١٠	٢٩٣٦	٤٩٣٩	١٠	٢٩٦٠	٤٩٦٣	١٠	٢٩٨٤	٤٩٨٧	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٨٩	٤٨٩٢	١٠	٢٩١٣	٤٩١٦	١٠	٢٩٣٧	٤٩٤٠	١٠	٢٩٦١	٤٩٦٤	١٠	٢٩٨٥	٤٩٨٨	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٩٠	٤٨٩٣	١٠	٢٩١٤	٤٩١٧	١٠	٢٩٣٨	٤٩٤١	١٠	٢٩٦٢	٤٩٦٥	١٠	٢٩٨٦	٤٩٨٩	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٩١	٤٨٩٤	١٠	٢٩١٥	٤٩١٨	١٠	٢٩٣٩	٤٩٤٢	١٠	٢٩٦٣	٤٩٦٦	١٠	٢٩٨٧	٤٩٩٠	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٩٢	٤٨٩٥	١٠	٢٩١٦	٤٩١٩	١٠	٢٩٤٠	٤٩٤٣	١٠	٢٩٦٤	٤٩٦٧	١٠	٢٩٨٨	٤٩٩١	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٩٣	٤٨٩٦	١٠	٢٩١٧	٤٩٢٠	١٠	٢٩٤١	٤٩٤٤	١٠	٢٩٦٥	٤٩٦٨	١٠	٢٩٨٩	٤٩٩٢	١٠	٢٩٩٩	٤٩٩٩	١٠
٢٨٩٤	٤٨٩٧	١															

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	و	عدد	لونا	و	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	و
١٢	٠٠٦٤٢	٣٦٠١	١٢	٠٠٣٤٠	٣٥٧٦	١٢	٠٠٠٢٥	٣٥٥١	١٢	٠٤٧٢٨	٣٥٢٦	١٢	٠٤٤١٩	٣٥٠١
١٢	٠٠٦٥٤	٣٦٠٢	١٢	٠٠٣٥٢	٣٥٧٧	١٢	٠٠٠٤٧	٣٥٥٢	١٢	٠٤٧٤١	٣٥٢٧	١٢	٠٤٤٣٢	٣٥٠٢
١٢	٠٠٦٦٦	٣٦٠٣	١٢	٠٠٣٦٤	٣٥٧٨	١٢	٠٠٠٦٠	٣٥٥٣	١٢	٠٤٧٥٣	٣٥٢٨	١٢	٠٤٤٤٤	٣٥٠٣
١٢	٠٠٦٧٨	٣٦٠٤	١٢	٠٠٣٧٦	٣٥٧٩	١٢	٠٠٠٧٢	٣٥٥٤	١٢	٠٤٧٦٥	٣٥٢٩	١٢	٠٤٤٥٦	٣٥٠٤
١٢	٠٠٦٩١	٣٦٠٥	١٢	٠٠٣٨٨	٣٥٨٠	١٢	٠٠٠٨٠	٣٥٥٥	١٢	٠٤٧٧٧	٣٥٣٠	١٢	٠٤٤٦٩	٣٥٠٥
١٢	٠٠٧٠٣	٣٦٠٦	١٢	٠٠٤٠٠	٣٥٨١	١٢	٠٠٠٩٦	٣٥٥٦	١٢	٠٤٧٩٠	٣٥٣١	١٢	٠٤٤٨١	٣٥٠٦
١٢	٠٠٧١٥	٣٦٠٧	١٢	٠٠٤١٣	٣٥٨٢	١٢	٠٠١٠٨	٣٥٥٧	١٢	٠٤٨٠٢	٣٥٣٢	١٢	٠٤٤٩٤	٣٥٠٧
١٢	٠٠٧٢٧	٣٦٠٨	١٢	٠٠٤٢٥	٣٥٨٣	١٢	٠٠١٢١	٣٥٥٨	١٢	٠٤٨١٤	٣٥٣٣	١٢	٠٤٥٠٦	٣٥٠٨
١٢	٠٠٧٣٩	٣٦٠٩	١٢	٠٠٤٣٧	٣٥٨٤	١٢	٠٠١٣٣	٣٥٥٩	١٢	٠٤٨٢٧	٣٥٣٤	١٢	٠٤٥١٨	٣٥٠٩
١٢	٠٠٧٥١	٣٦١٠	١٢	٠٠٤٤٩	٣٥٨٥	١٢	٠٠١٤٥	٣٥٦٠	١٢	٠٤٨٣٩	٣٥٣٥	١٢	٠٤٥٣١	٣٥١٠
١٢	٠٠٧٦٣	٣٦١١	١٢	٠٠٤٦١	٣٥٨٦	١٢	٠٠١٥٧	٣٥٦١	١٢	٠٤٨٥١	٣٥٣٦	١٢	٠٤٥٤٣	٣٥١١
١٢	٠٠٧٧٥	٣٦١٢	١٢	٠٠٤٧٣	٣٥٨٧	١٢	٠٠١٦٩	٣٥٦٢	١٢	٠٤٨٦٤	٣٥٣٧	١٢	٠٤٥٥٥	٣٥١٢
١٢	٠٠٧٨٧	٣٦١٣	١٢	٠٠٤٨٥	٣٥٨٨	١٢	٠٠١٨٢	٣٥٦٣	١٢	٠٤٨٧٦	٣٥٣٨	١٢	٠٤٥٦٧	٣٥١٣
١٢	٠٠٧٩٩	٣٦١٤	١٢	٠٠٤٩٧	٣٥٨٩	١٢	٠٠١٩٤	٣٥٦٤	١٢	٠٤٨٨٨	٣٥٣٩	١٢	٠٤٥٨٠	٣٥١٤
١٢	٠٠٨١١	٣٦١٥	١٢	٠٠٥٠٩	٣٥٩٠	١٢	٠٠٢٠٦	٣٥٦٥	١٢	٠٤٩٠٠	٣٥٤٠	١٢	٠٤٥٩٣	٣٥١٥
١٢	٠٠٨٢٣	٣٦١٦	١٢	٠٠٥٢٢	٣٥٩١	١٢	٠٠٢١٨	٣٥٦٦	١٢	٠٤٩١٣	٣٥٤١	١٢	٠٤٦٠٥	٣٥١٦
١٢	٠٠٨٣٥	٣٦١٧	١٢	٠٠٥٣٤	٣٥٩٢	١٢	٠٠٢٣٠	٣٥٦٧	١٢	٠٤٩٢٥	٣٥٤٢	١٢	٠٤٦١٧	٣٥١٧
١٢	٠٠٨٤٧	٣٦١٨	١٢	٠٠٥٤٦	٣٥٩٣	١٢	٠٠٢٤٢	٣٥٦٨	١٢	٠٤٩٣٧	٣٥٤٣	١٢	٠٤٦٣٠	٣٥١٨
١٢	٠٠٨٥٩	٣٦١٩	١٢	٠٠٥٥٨	٣٥٩٤	١٢	٠٠٢٥٥	٣٥٦٩	١٢	٠٤٩٤٩	٣٥٤٤	١٢	٠٤٦٤٢	٣٥١٩
١٢	٠٠٨٧١	٣٦٢٠	١٢	٠٠٥٧٠	٣٥٩٥	١٢	٠٠٢٦٧	٣٥٧٠	١٢	٠٤٩٦٢	٣٥٤٥	١٢	٠٤٦٥٤	٣٥٢٠
١٢	٠٠٨٨٣	٣٦٢١	١٢	٠٠٥٨٢	٣٥٩٦	١٢	٠٠٢٧٩	٣٥٧١	١٢	٠٤٩٧٤	٣٥٤٦	١٢	٠٤٦٦٧	٣٥٢١
١٢	٠٠٨٩٥	٣٦٢٢	١٢	٠٠٥٩٤	٣٥٩٧	١٢	٠٠٢٩١	٣٥٧٢	١٢	٠٤٩٨٦	٣٥٤٧	١٢	٠٤٦٧٩	٣٥٢٢
١٢	٠٠٩٠٧	٣٦٢٣	١٢	٠٠٦٠٦	٣٥٩٨	١٢	٠٠٣٠٣	٣٥٧٣	١٢	٠٤٩٩٨	٣٥٤٨	١٢	٠٤٦٩١	٣٥٢٣
١٢	٠٠٩١٩	٣٦٢٤	١٢	٠٠٦١٨	٣٥٩٩	١٢	٠٠٣١٥	٣٥٧٤	١٢	٠٥٠١١	٣٥٤٩	١٢	٠٤٧٠٣	٣٥٢٤
١٢	٠٠٩٣١	٣٦٢٥	١٢	٠٠٦٣٠	٣٦٠٠	١٢	٠٠٣٢٧	٣٥٧٥	١٢	٠٥٠٢٣	٣٥٥٠	١٢	٠٤٧١٥	٣٥٢٥

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١١	٢٨٥١	٠٨٥٥٧	١١	٢٨٢٦	٠٨٢٧٤	١٢	٢٨٠١	٠٧٩٩٠	١١	٢٧٧٦	٠٧٧٠٢	١٢	٢٧٥١	٠٧٤١٥	١١	٢٧٥٢	٠٧٤٢٦
١٢	٢٨٥٢	٠٨٥٦٩	١٢	٢٨٢٧	٠٨٢٨٦	١١	٢٨٠٢	٠٨٠٠٠	١٢	٢٧٧٧	٠٧٧١٥	١١	٢٧٥٣	٠٧٤٢٦	١١	٢٧٥٣	٠٧٤٢٦
١١	٢٨٥٣	٠٨٥٨٠	١١	٢٨٢٨	٠٨٢٩٧	١٢	٢٨٠٣	٠٨٠١٣	١١	٢٧٧٨	٠٧٧٢٦	١١	٢٧٥٤	٠٧٤٢٨	١١	٢٧٥٤	٠٧٤٢٨
١١	٢٨٥٤	٠٨٥٩١	١٢	٢٨٢٩	٠٨٣٠٩	١١	٢٨٠٤	٠٨٠٢٤	١٢	٢٧٧٩	٠٧٧٣٨	١١	٢٧٥٥	٠٧٤٢٩	١١	٢٧٥٥	٠٧٤٢٩
١١	٢٨٥٥	٠٨٦٠٢	١١	٢٨٣٠	٠٨٣٢٠	١١	٢٨٠٥	٠٨٠٣٥	١١	٢٧٨٠	٠٧٧٤٩	١٢	٢٧٥٦	٠٧٤٣١	١١	٢٧٥٦	٠٧٤٣١
١٢	٢٨٥٦	٠٨٦١٤	١١	٢٨٣١	٠٨٣٣١	١٢	٢٨٠٦	٠٨٠٤٧	١٢	٢٧٨١	٠٧٧٦١	١٢	٢٧٥٧	٠٧٤٣٢	١١	٢٧٥٧	٠٧٤٣٢
١١	٢٨٥٧	٠٨٦٢٥	١٢	٢٨٣٢	٠٨٣٤٣	١١	٢٨٠٧	٠٨٠٥٨	١١	٢٧٨٢	٠٧٧٧٢	١١	٢٧٥٨	٠٧٤٣٣	١١	٢٧٥٨	٠٧٤٣٣
١١	٢٨٥٨	٠٨٦٣٦	١١	٢٨٣٣	٠٨٣٥٤	١٢	٢٨٠٨	٠٨٠٧٠	١١	٢٧٨٣	٠٧٧٨٣	١١	٢٧٥٩	٠٧٤٣٤	١١	٢٧٥٩	٠٧٤٣٤
١١	٢٨٥٩	٠٨٦٤٧	١١	٢٨٣٤	٠٨٣٦٥	١١	٢٨٠٩	٠٨٠٨١	١١	٢٧٨٤	٠٧٧٩٥	١١	٢٧٦٠	٠٧٤٣٥	١١	٢٧٦٠	٠٧٤٣٥
١٢	٢٨٦٠	٠٨٦٥٩	١١	٢٨٣٥	٠٨٣٧٧	١١	٢٨١٠	٠٨٠٩٢	١٢	٢٧٨٥	٠٧٨٠٧	١١	٢٧٦١	٠٧٤٣٦	١١	٢٧٦١	٠٧٤٣٦
١١	٢٨٦١	٠٨٦٧٠	١١	٢٨٣٦	٠٨٣٨٨	١٢	٢٨١١	٠٨١٠٤	١١	٢٧٨٦	٠٧٨١٨	١١	٢٧٦٢	٠٧٤٣٧	١١	٢٧٦٢	٠٧٤٣٧
١١	٢٨٦٢	٠٨٦٨١	١١	٢٨٣٧	٠٨٣٩٩	١١	٢٨١٢	٠٨١١٥	١٢	٢٧٨٧	٠٧٨٣٠	١١	٢٧٦٣	٠٧٤٣٨	١١	٢٧٦٣	٠٧٤٣٨
١١	٢٨٦٣	٠٨٦٩٢	١١	٢٨٣٨	٠٨٤٠١	١١	٢٨١٣	٠٨١٢٧	١١	٢٧٨٨	٠٧٨٤١	١١	٢٧٦٤	٠٧٤٣٩	١١	٢٧٦٤	٠٧٤٣٩
١١	٢٨٦٤	٠٨٧٠٣	١١	٢٨٣٩	٠٨٤١٢	١١	٢٨١٤	٠٨١٣٨	١١	٢٧٨٩	٠٧٨٥٣	١١	٢٧٦٥	٠٧٤٤٠	١١	٢٧٦٥	٠٧٤٤٠
١١	٢٨٦٥	٠٨٧١٥	١١	٢٨٤٠	٠٨٤٢٣	١١	٢٨١٥	٠٨١٤٩	١١	٢٧٩٠	٠٧٨٦٤	١١	٢٧٦٦	٠٧٤٤١	١١	٢٧٦٦	٠٧٤٤١
١١	٢٨٦٦	٠٨٧٢٦	١١	٢٨٤١	٠٨٤٣٤	١١	٢٨١٦	٠٨١٦١	١١	٢٧٩١	٠٧٨٧٥	١١	٢٧٦٧	٠٧٤٤٢	١١	٢٧٦٧	٠٧٤٤٢
١١	٢٨٦٧	٠٨٧٣٧	١١	٢٨٤٢	٠٨٤٥٦	١١	٢٨١٧	٠٨١٧٢	١١	٢٧٩٢	٠٧٨٨٧	١١	٢٧٦٨	٠٧٤٤٣	١١	٢٧٦٨	٠٧٤٤٣
١١	٢٨٦٨	٠٨٧٤٩	١١	٢٨٤٣	٠٨٤٦٧	١١	٢٨١٨	٠٨١٨٣	١١	٢٧٩٣	٠٧٨٩٨	١١	٢٧٦٩	٠٧٤٤٤	١١	٢٧٦٩	٠٧٤٤٤
١١	٢٨٦٩	٠٨٧٦٠	١١	٢٨٤٤	٠٨٤٧٨	١١	٢٨١٩	٠٨١٩٥	١١	٢٧٩٤	٠٧٩١٠	١١	٢٧٧٠	٠٧٤٤٥	١١	٢٧٧٠	٠٧٤٤٥
١١	٢٨٧٠	٠٨٧٧١	١١	٢٨٤٥	٠٨٤٩٩	١١	٢٨٢٠	٠٨٢٠٦	١١	٢٧٩٥	٠٧٩٢١	١١	٢٧٧١	٠٧٤٤٦	١١	٢٧٧١	٠٧٤٤٦
١١	٢٨٧١	٠٨٧٨٢	١١	٢٨٤٦	٠٨٥٠٠	١١	٢٨٢١	٠٨٢١٨	١١	٢٧٩٦	٠٧٩٣٢	١١	٢٧٧٢	٠٧٤٤٧	١١	٢٧٧٢	٠٧٤٤٧
١١	٢٨٧٢	٠٨٧٩٤	١١	٢٨٤٧	٠٨٥٠١	١١	٢٨٢٢	٠٨٢٢٩	١١	٢٧٩٧	٠٧٩٤٣	١١	٢٧٧٣	٠٧٤٤٨	١١	٢٧٧٣	٠٧٤٤٨
١١	٢٨٧٣	٠٨٨٠٥	١١	٢٨٤٨	٠٨٥٠٢	١١	٢٨٢٣	٠٨٢٣٥	١١	٢٧٩٨	٠٧٩٥٤	١١	٢٧٧٤	٠٧٤٤٩	١١	٢٧٧٤	٠٧٤٤٩
١١	٢٨٧٤	٠٨٨١٦	١١	٢٨٤٩	٠٨٥٠٣	١١	٢٨٢٤	٠٨٢٤٥	١١	٢٧٩٩	٠٧٩٦٥	١١	٢٧٧٥	٠٧٤٥٠	١١	٢٧٧٥	٠٧٤٥٠
١١	٢٨٧٥	٠٨٨٢٧	١١	٢٨٥٠	٠٨٥٠٤	١١	٢٨٢٥	٠٨٢٥٦	١١	٢٨٠٠	٠٧٩٧٦	١١	٢٧٧٦	٠٧٤٥١	١١	٢٧٧٦	٠٧٤٥١

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١١	٠٩٩٤٥	٢٩٧٦	١١	٠٩٦٧١	٢٩٥١	١١	٠٩٢٩٥	٢٩٢٦	١٢	٠٩١١٨	٢٩٠١	١١	٠٨٨٢٨	٢٨٧٦	١١	٠٨٨٢٨	٢٨٧٦
١١	٠٩٩٥٦	٢٩٧٧	١١	٠٩٦٨٢	٢٩٥٢	١١	٠٩٤٠٦	٢٩٢٧	١١	٠٩١٢٩	٢٩٠٢	١٢	٠٨٨٥٠	٢٨٧٧	١١	٠٨٨٥٠	٢٨٧٧
١٠	٠٩٩٦٦	٢٩٧٨	١١	٠٩٦٩٢	٢٩٥٣	١١	٠٩٤١٧	٢٩٢٨	١١	٠٩١٤٠	٢٩٠٣	١١	٠٨٨٦١	٢٨٧٨	١١	٠٨٨٦١	٢٨٧٨
١١	٠٩٩٧٧	٢٩٧٩	١١	٠٩٧٠٤	٢٩٥٤	١١	٠٩٤٢٨	٢٩٢٩	١١	٠٩١٥١	٢٩٠٤	١١	٠٨٨٧٢	٢٨٧٩	١١	٠٨٨٧٢	٢٨٧٩
١١	٠٩٩٨٨	٢٩٨٠	١١	٠٩٧١٥	٢٩٥٥	١١	٠٩٤٣٩	٢٩٣٠	١١	٠٩١٦٢	٢٩٠٥	١١	٠٨٨٨٣	٢٨٨٠	١١	٠٨٨٨٣	٢٨٨٠
١١	٠٩٩٩٩	٢٩٨١	١١	٠٩٧٢٦	٢٩٥٦	١١	٠٩٤٥٠	٢٩٣١	١١	٠٩١٧٣	٢٩٠٦	١١	٠٨٨٩٤	٢٨٨١	١١	٠٨٨٩٤	٢٨٨١
١١	٦٠٠١٠	٢٩٨٢	١١	٠٩٧٣٧	٢٩٥٧	١١	٠٩٤٦١	٢٩٣٢	١١	٠٩١٨٤	٢٩٠٧	١٢	٠٨٩٠٦	٢٨٨٢	١١	٠٨٩٠٦	٢٨٨٢
١١	٦٠٠٢١	٢٩٨٣	١١	٠٩٧٤٨	٢٩٥٨	١١	٠٩٤٧٢	٢٩٣٣	١١	٠٩١٩٥	٢٩٠٨	١١	٠٨٩١٧	٢٨٨٣	١١	٠٨٩١٧	٢٨٨٣
١١	٦٠٠٣٢	٢٩٨٤	١١	٠٩٧٥٩	٢٩٥٩	١١	٠٩٤٨٣	٢٩٣٤	١٢	٠٩٢٠٧	٢٩٠٩	١١	٠٨٩٢٨	٢٨٨٤	١١	٠٨٩٢٨	٢٨٨٤
١١	٦٠٠٤٣	٢٩٨٥	١١	٠٩٧٧٠	٢٩٦٠	١١	٠٩٤٩٤	٢٩٣٥	١١	٠٩٢١٨	٢٩١٠	١١	٠٨٩٣٩	٢٨٨٥	١١	٠٨٩٣٩	٢٨٨٥
١١	٦٠٠٥٤	٢٩٨٦	١٠	٠٩٧٨٠	٢٩٦١	١٢	٠٩٥٠٦	٢٩٣٦	١١	٠٩٢٢٩	٢٩١١	١١	٠٨٩٥٠	٢٨٨٦	١١	٠٨٩٥٠	٢٨٨٦
١١	٦٠٠٦٥	٢٩٨٧	١١	٠٩٧٩١	٢٩٦٢	١١	٠٩٥١٧	٢٩٣٧	١١	٠٩٢٤٠	٢٩١٢	١١	٠٨٩٦١	٢٨٨٧	١١	٠٨٩٦١	٢٨٨٧
١١	٦٠٠٧٦	٢٩٨٨	١١	٠٩٨٠٢	٢٩٦٣	١١	٠٩٥٢٨	٢٩٣٨	١١	٠٩٢٥١	٢٩١٣	١٢	٠٨٩٧٢	٢٨٨٨	١١	٠٨٩٧٢	٢٨٨٨
١٠	٦٠٠٨٦	٢٩٨٩	١١	٠٩٨١٣	٢٩٦٤	١١	٠٩٥٣٩	٢٩٣٩	١١	٠٩٢٦٢	٢٩١٤	١١	٠٨٩٨٤	٢٨٨٩	١١	٠٨٩٨٤	٢٨٨٩
١١	٦٠٠٩٧	٢٩٩٠	١١	٠٩٨٢٤	٢٩٦٥	١١	٠٩٥٥٠	٢٩٤٠	١١	٠٩٢٧٣	٢٩١٥	١١	٠٨٩٩٥	٢٨٩٠	١١	٠٨٩٩٥	٢٨٩٠
١١	٦٠١٠٨	٢٩٩١	١١	٠٩٨٣٥	٢٩٦٦	١١	٠٩٥٦١	٢٩٤١	١١	٠٩٢٨٤	٢٩١٦	١١	٠٩٠٠٦	٢٨٩١	١١	٠٩٠٠٦	٢٨٩١
١١	٦٠١١٩	٢٩٩٢	١١	٠٩٨٤٦	٢٩٦٧	١١	٠٩٥٧٢	٢٩٤٢	١١	٠٩٢٩٥	٢٩١٧	١١	٠٩٠١٧	٢٨٩٢	١١	٠٩٠١٧	٢٨٩٢
١١	٦٠١٣٠	٢٩٩٣	١١	٠٩٨٥٧	٢٩٦٨	١١	٠٩٥٨٣	٢٩٤٣	١١	٠٩٣٠٦	٢٩١٨	١١	٠٩٠٢٨	٢٨٩٣	١١	٠٩٠٢٨	٢٨٩٣
١١	٦٠١٤١	٢٩٩٤	١١	٠٩٨٦٨	٢٩٦٩	١١	٠٩٥٩٤	٢٩٤٤	١١	٠٩٣١٨	٢٩١٩	١٢	٠٩٠٤٠	٢٨٩٤	١١	٠٩٠٤٠	٢٨٩٤
١١	٦٠١٥٢	٢٩٩٥	١١	٠٩٨٧٩	٢٩٧٠	١١	٠٩٦٠٥	٢٩٤٥	١١	٠٩٣٢٩	٢٩٢٠	١١	٠٩٠٥١	٢٨٩٥	١١	٠٩٠٥١	٢٨٩٥
١١	٦٠١٦٣	٢٩٩٦	١١	٠٩٨٩٠	٢٩٧١	١١	٠٩٦١٦	٢٩٤٦	١١	٠٩٣٤٠	٢٩٢١	١١	٠٩٠٦٢	٢٨٩٦	١١	٠٩٠٦٢	٢٨٩٦
١٠	٦٠١٧٣	٢٩٩٧	١١	٠٩٩٠١	٢٩٧٢	١١	٠٩٦٢٧	٢٩٤٧	١١	٠٩٣٥١	٢٩٢٢	١١	٠٩٠٧٣	٢٨٩٧	١١	٠٩٠٧٣	٢٨٩٧
١١	٦٠١٨٤	٢٩٩٨	١١	٠٩٩١٢	٢٩٧٣	١١	٠٩٦٣٨	٢٩٤٨	١١	٠٩٣٦٢	٢٩٢٣	١١	٠٩٠٨٤	٢٨٩٨	١١	٠٩٠٨٤	٢٨٩٨
١١	٦٠١٩٥	٢٩٩٩	١١	٠٩٩٢٣	٢٩٧٤	١١	٠٩٦٤٩	٢٩٤٩	١١	٠٩٣٧٣	٢٩٢٤	١١	٠٩٠٩٥	٢٨٩٩	١١	٠٩٠٩٥	٢٨٩٩
١١	٦٠٢٠٦	٣٠٠٠	١١	٠٩٩٣٤	٢٩٧٥	١١	٠٩٦٦٠	٢٩٥٠	١١	٠٩٣٨٤	٢٩٢٥	١١	٠٩١٠٦	٢٩٠٠	١١	٠٩١٠٦	٢٩٠٠

[illegible]

[illegible]

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١٠	٧٠٨٩	٤٤٧٦	١٠	٧٤٨٦	٤٤٥١	١٠	٧٤٦٠	٤٤٤٦	١٠	٧٤٣٥	٤٤٠١	١٠	٧٤١٠	٤٣٧٦	١٠	٧٤٠٨	٤٣٧٦
١٠	٧٠٩٩	٤٤٧٧	١٠	٧٤٨٥	٤٤٥٢	١٠	٧٤٦١	٤٤٤٧	١٠	٧٤٣٦	٤٤٠٢	١٠	٧٤١١	٤٣٧٧	١٠	٧٤١١	٤٣٧٧
٩	٧٠١٠	٤٤٧٨	٩	٧٤٨٥	٤٤٥٣	٩	٧٤٦٢	٤٤٤٨	٩	٧٤٣٧	٤٤٠٣	٩	٧٤١٢	٤٣٧٨	٩	٧٤١٢	٤٣٧٨
١٠	٧٠١١	٤٤٧٩	١٠	٧٤٨٥	٤٤٥٤	٩	٧٤٦٣	٤٤٤٩	٩	٧٤٣٨	٤٤٠٤	٩	٧٤١٣	٤٣٧٩	٩	٧٤١٣	٤٣٧٩
١٠	٧٠١٢	٤٤٨٠	١٠	٧٤٨٥	٤٤٥٥	٩	٧٤٦٤	٤٤٥٠	٩	٧٤٣٩	٤٤٠٥	٩	٧٤١٤	٤٣٨٠	٩	٧٤١٤	٤٣٨٠
٩	٧٠١٣	٤٤٨١	٩	٧٤٨٥	٤٤٥٦	٩	٧٤٦٥	٤٤٥١	٩	٧٤٤٠	٤٤٠٦	٩	٧٤١٥	٤٣٨١	٩	٧٤١٥	٤٣٨١
١٠	٧٠١٤	٤٤٨٢	٩	٧٤٨٥	٤٤٥٧	٩	٧٤٦٦	٤٤٥٢	٩	٧٤٤١	٤٤٠٧	٩	٧٤١٦	٤٣٨٢	٩	٧٤١٦	٤٣٨٢
١٠	٧٠١٥	٤٤٨٣	٩	٧٤٨٥	٤٤٥٨	٩	٧٤٦٧	٤٤٥٣	٩	٧٤٤٢	٤٤٠٨	٩	٧٤١٧	٤٣٨٣	٩	٧٤١٧	٤٣٨٣
١٠	٧٠١٦	٤٤٨٤	٩	٧٤٨٥	٤٤٥٩	٩	٧٤٦٨	٤٤٥٤	٩	٧٤٤٣	٤٤٠٩	٩	٧٤١٨	٤٣٨٤	٩	٧٤١٨	٤٣٨٤
٩	٧٠١٧	٤٤٨٥	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٠	٩	٧٤٦٩	٤٤٥٥	٩	٧٤٤٤	٤٤١٠	٩	٧٤١٩	٤٣٨٥	٩	٧٤١٩	٤٣٨٥
١٠	٧٠١٨	٤٤٨٦	٩	٧٤٨٥	٤٤٦١	٩	٧٤٦٩	٤٤٥٦	٩	٧٤٤٥	٤٤١١	٩	٧٤٢٠	٤٣٨٦	٩	٧٤٢٠	٤٣٨٦
١٠	٧٠١٩	٤٤٨٧	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٢	٩	٧٤٧٠	٤٤٥٧	٩	٧٤٤٦	٤٤١٢	٩	٧٤٢١	٤٣٨٧	٩	٧٤٢١	٤٣٨٧
٩	٧٠٢٠	٤٤٨٨	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٣	٩	٧٤٧١	٤٤٥٨	٩	٧٤٤٧	٤٤١٣	٩	٧٤٢٢	٤٣٨٨	٩	٧٤٢٢	٤٣٨٨
١٠	٧٠٢١	٤٤٨٩	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٤	٩	٧٤٧٢	٤٤٥٩	٩	٧٤٤٨	٤٤١٤	٩	٧٤٢٣	٤٣٨٩	٩	٧٤٢٣	٤٣٨٩
١٠	٧٠٢٢	٤٤٩٠	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٥	٩	٧٤٧٣	٤٤٦٠	٩	٧٤٤٩	٤٤١٥	٩	٧٤٢٤	٤٣٩٠	٩	٧٤٢٤	٤٣٩٠
٩	٧٠٢٣	٤٤٩١	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٦	٩	٧٤٧٤	٤٤٦١	٩	٧٤٥٠	٤٤١٦	٩	٧٤٢٥	٤٣٩١	٩	٧٤٢٥	٤٣٩١
١٠	٧٠٢٤	٤٤٩٢	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٧	٩	٧٤٧٥	٤٤٦٢	٩	٧٤٥١	٤٤١٧	٩	٧٤٢٦	٤٣٩٢	٩	٧٤٢٦	٤٣٩٢
١٠	٧٠٢٥	٤٤٩٣	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٨	٩	٧٤٧٦	٤٤٦٣	٩	٧٤٥٢	٤٤١٨	٩	٧٤٢٧	٤٣٩٣	٩	٧٤٢٧	٤٣٩٣
٩	٧٠٢٦	٤٤٩٤	٩	٧٤٨٥	٤٤٦٩	٩	٧٤٧٧	٤٤٦٤	٩	٧٤٥٣	٤٤١٩	٩	٧٤٢٨	٤٣٩٤	٩	٧٤٢٨	٤٣٩٤
١٠	٧٠٢٧	٤٤٩٥	٩	٧٤٨٥	٤٤٧٠	٩	٧٤٧٨	٤٤٦٥	٩	٧٤٥٤	٤٤٢٠	٩	٧٤٢٩	٤٣٩٥	٩	٧٤٢٩	٤٣٩٥
١٠	٧٠٢٨	٤٤٩٦	٩	٧٤٨٥	٤٤٧١	٩	٧٤٧٩	٤٤٦٦	٩	٧٤٥٥	٤٤٢١	٩	٧٤٣٠	٤٣٩٦	٩	٧٤٣٠	٤٣٩٦
٩	٧٠٢٩	٤٤٩٧	٩	٧٤٨٥	٤٤٧٢	٩	٧٤٨٠	٤٤٦٧	٩	٧٤٥٦	٤٤٢٢	٩	٧٤٣١	٤٣٩٧	٩	٧٤٣١	٤٣٩٧
١٠	٧٠٣٠	٤٤٩٨	٩	٧٤٨٥	٤٤٧٣	٩	٧٤٨١	٤٤٦٨	٩	٧٤٥٧	٤٤٢٣	٩	٧٤٣٢	٤٣٩٨	٩	٧٤٣٢	٤٣٩٨
١٠	٧٠٣١	٤٤٩٩	٩	٧٤٨٥	٤٤٧٤	٩	٧٤٨٢	٤٤٦٩	٩	٧٤٥٨	٤٤٢٤	٩	٧٤٣٣	٤٣٩٩	٩	٧٤٣٣	٤٣٩٩
٩	٧٠٣٢	٤٥٠٠	٩	٧٤٨٥	٤٤٧٥	٩	٧٤٨٣	٤٤٧٠	٩	٧٤٥٩	٤٤٢٥	٩	٧٤٣٤	٤٤٠٠	٩	٧٤٣٤	٤٤٠٠

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٤٧٥١	٧٧٧٩	١٠	٤٧٥٢	٧٧٨٨	٩	٤٧٥٣	٧٧٩٧	٩	٤٧٥٤	٧٨٠٦	٩	٤٧٥٥	٧٨١٥	٩	٤٧٥٦	٧٨٢٤	٩
٤٧٥٧	٧٨٣٣	٩	٤٧٥٨	٧٨٤٢	٩	٤٧٥٩	٧٨٥١	٩	٤٧٦٠	٧٨٦٠	٩	٤٧٦١	٧٨٦٩	٩	٤٧٦٢	٧٨٧٨	٩
٤٧٦٣	٧٨٨٧	٩	٤٧٦٤	٧٨٩٦	٩	٤٧٦٥	٧٩٠٥	٩	٤٧٦٦	٧٩١٤	٩	٤٧٦٧	٧٩٢٣	٩	٤٧٦٨	٧٩٣٢	٩
٤٧٦٩	٧٩٤٢	٩	٤٧٧٠	٧٩٥١	٩	٤٧٧١	٧٩٦٠	٩	٤٧٧٢	٧٩٦٩	٩	٤٧٧٣	٧٩٧٨	٩	٤٧٧٤	٧٩٨٧	٩
٤٧٧٥	٧٩٩٦	٩	٤٧٧٦	٨٠٠٥	٩	٤٧٧٧	٨٠١٤	٩	٤٧٧٨	٨٠٢٣	٩	٤٧٧٩	٨٠٣٢	٩	٤٧٨٠	٨٠٤١	٩
٤٧٨١	٨٠٥٠	٩	٤٧٨٢	٨٠٥٩	٩	٤٧٨٣	٨٠٦٨	٩	٤٧٨٤	٨٠٧٧	٩	٤٧٨٥	٨٠٨٦	٩	٤٧٨٦	٨٠٩٥	٩
٤٧٨٧	٨١٠٤	٩	٤٧٨٨	٨١١٣	٩	٤٧٨٩	٨١٢٢	٩	٤٧٩٠	٨١٣١	٩	٤٧٩١	٨١٤٠	٩	٤٧٩٢	٨١٤٩	٩
٤٧٩٣	٨١٤٩	٩	٤٧٩٤	٨١٥٨	٩	٤٧٩٥	٨١٦٧	٩	٤٧٩٦	٨١٧٦	٩	٤٧٩٧	٨١٨٥	٩	٤٧٩٨	٨١٩٤	٩
٤٧٩٩	٨٢٠٤	٩	٤٨٠٠	٨٢١٣	٩	٤٨٠١	٨٢٢٢	٩	٤٨٠٢	٨٢٣١	٩	٤٨٠٣	٨٢٤٠	٩	٤٨٠٤	٨٢٤٩	٩
٤٨٠٥	٨٢٥٨	٩	٤٨٠٦	٨٢٦٧	٩	٤٨٠٧	٨٢٧٦	٩	٤٨٠٨	٨٢٨٥	٩	٤٨٠٩	٨٢٩٤	٩	٤٨١٠	٨٣٠٣	٩
٤٨١١	٨٣١٢	٩	٤٨١٢	٨٣٢١	٩	٤٨١٣	٨٣٣٠	٩	٤٨١٤	٨٣٣٩	٩	٤٨١٥	٨٣٤٨	٩	٤٨١٦	٨٣٥٧	٩
٤٨١٧	٨٣٦٦	٩	٤٨١٨	٨٣٧٥	٩	٤٨١٩	٨٣٨٤	٩	٤٨٢٠	٨٣٩٣	٩	٤٨٢١	٨٤٠٢	٩	٤٨٢٢	٨٤١١	٩
٤٨٢٣	٨٤١١	٩	٤٨٢٤	٨٤٢٠	٩	٤٨٢٥	٨٤٢٩	٩	٤٨٢٦	٨٤٣٨	٩	٤٨٢٧	٨٤٤٧	٩	٤٨٢٨	٨٤٥٦	٩
٤٨٢٩	٨٤٥٦	٩	٤٨٣٠	٨٤٦٥	٩	٤٨٣١	٨٤٧٤	٩	٤٨٣٢	٨٤٨٣	٩	٤٨٣٣	٨٤٩٢	٩	٤٨٣٤	٨٥٠١	٩
٤٨٣٥	٨٥٠١	٩	٤٨٣٦	٨٥١٠	٩	٤٨٣٧	٨٥١٩	٩	٤٨٣٨	٨٥٢٨	٩	٤٨٣٩	٨٥٣٧	٩	٤٨٤٠	٨٥٤٦	٩
٤٨٤١	٨٥٤٦	٩	٤٨٤٢	٨٥٥٥	٩	٤٨٤٣	٨٥٦٤	٩	٤٨٤٤	٨٥٧٣	٩	٤٨٤٥	٨٥٨٢	٩	٤٨٤٦	٨٥٩١	٩
٤٨٤٧	٨٥٩١	٩	٤٨٤٨	٨٦٠٠	٩	٤٨٤٩	٨٦٠٩	٩	٤٨٥٠	٨٦١٨	٩	٤٨٥١	٨٦٢٧	٩	٤٨٥٢	٨٦٣٦	٩
٤٨٥٣	٨٦٣٦	٩	٤٨٥٤	٨٦٤٥	٩	٤٨٥٥	٨٦٥٤	٩	٤٨٥٦	٨٦٦٣	٩	٤٨٥٧	٨٦٧٢	٩	٤٨٥٨	٨٦٨١	٩
٤٨٥٩	٨٦٨١	٩	٤٨٦٠	٨٦٩٠	٩	٤٨٦١	٨٧٠٠	٩	٤٨٦٢	٨٧٠٩	٩	٤٨٦٣	٨٧١٨	٩	٤٨٦٤	٨٧٢٧	٩
٤٨٦٥	٨٧٢٧	٩	٤٨٦٦	٨٧٣٦	٩	٤٨٦٧	٨٧٤٥	٩	٤٨٦٨	٨٧٥٤	٩	٤٨٦٩	٨٧٦٣	٩	٤٨٧٠	٨٧٧٢	٩
٤٨٧١	٨٧٧٢	٩	٤٨٧٢	٨٧٨١	٩	٤٨٧٣	٨٧٩٠	٩	٤٨٧٤	٨٨٠٠	٩	٤٨٧٥	٨٨٠٩	٩	٤٨٧٦	٨٨١٨	٩
٤٨٧٧	٨٨١٨	٩	٤٨٧٨	٨٨٢٧	٩	٤٨٧٩	٨٨٣٦	٩	٤٨٨٠	٨٨٤٥	٩	٤٨٨١	٨٨٥٤	٩	٤٨٨٢	٨٨٦٣	٩
٤٨٨٣	٨٨٦٣	٩	٤٨٨٤	٨٨٧٢	٩	٤٨٨٥	٨٨٨١	٩	٤٨٨٦	٨٨٩٠	٩	٤٨٨٧	٨٩٠٠	٩	٤٨٨٨	٨٩٠٩	٩
٤٨٨٩	٨٩٠٩	٩	٤٨٩٠	٨٩١٨	٩	٤٨٩١	٨٩٢٧	٩	٤٨٩٢	٨٩٣٦	٩	٤٨٩٣	٨٩٤٥	٩	٤٨٩٤	٨٩٥٤	٩
٤٨٩٥	٨٩٥٤	٩	٤٨٩٦	٨٩٦٣	٩	٤٨٩٧	٨٩٧٢	٩	٤٨٩٨	٨٩٨١	٩	٤٨٩٩	٨٩٩٠	٩	٤٩٠٠	٩٠٠٠	٩

عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف
٩	٦٩٦٨٨	٤٩٧٦	٨	٦٩٦٦٩	٤٩٥١	٨	٦٩٦٤٩	٤٩٦٦	٨	٦٩٠٢٨	٤٩٠١	٩	٦٨٨٠٦	٤٨٧٦	٩	٦٨٨٠٦	٤٨٧٦
٩	٦٩٦٧٧	٤٩٧٧	٩	٦٩٦٧٨	٤٩٥٢	٩	٦٩٦٥٨	٤٩٦٧	٩	٦٩٠٣٧	٤٩٠٢	٩	٦٨٨١٥	٤٨٧٧	٩	٦٨٨١٥	٤٨٧٧
٨	٦٩٧٠٥	٤٩٧٨	٩	٦٩٦٨٧	٤٩٥٣	٩	٦٩٦٧٧	٤٩٦٨	٩	٦٩٠٤٦	٤٩٠٣	٩	٦٨٨٢٤	٤٨٧٨	٩	٦٨٨٢٤	٤٨٧٨
٩	٦٩٧١٤	٤٩٧٩	٩	٦٩٦٩٦	٤٩٥٤	٩	٦٩٦٧٦	٤٩٦٩	٩	٦٩٠٥٥	٤٩٠٤	٩	٦٨٨٣٣	٤٨٧٩	٩	٦٨٨٣٣	٤٨٧٩
٩	٦٩٧٢٣	٤٩٨٠	٨	٦٩٥٠٤	٤٩٥٥	٩	٦٩٦٨٥	٤٩٦٣	٩	٦٩٠٦٤	٤٩٠٥	٩	٦٨٨٤٢	٤٨٨٠	٩	٦٨٨٤٢	٤٨٨٠
٩	٦٩٧٣٢	٤٩٨١	٩	٦٩٥١٣	٤٩٥٦	٩	٦٩٦٩٤	٤٩٦٤	٩	٦٩٠٧٣	٤٩٠٦	٩	٦٨٨٥١	٤٨٨١	٩	٦٨٨٥١	٤٨٨١
٨	٦٩٧٤٠	٤٩٨٢	٩	٦٩٥٢٢	٤٩٥٧	٨	٦٩٦٣٠	٤٩٦٥	٩	٦٩٠٨٢	٤٩٠٧	٩	٦٨٨٦٠	٤٨٨٢	٩	٦٨٨٦٠	٤٨٨٢
٩	٦٩٧٤٩	٤٩٨٣	٩	٦٩٥٣١	٤٩٥٨	٩	٦٩٦٣١	٤٩٦٦	٩	٦٩٠٩١	٤٩٠٨	٩	٦٨٨٦٩	٤٨٨٣	٩	٦٨٨٦٩	٤٨٨٣
٩	٦٩٧٥٨	٤٩٨٤	٨	٦٩٥٣٩	٤٩٥٩	٩	٦٩٦٣٠	٤٩٦٦	٩	٦٩٠٩٩	٤٩٠٩	٩	٦٨٨٧٨	٤٨٨٤	٩	٦٨٨٧٨	٤٨٨٤
٩	٦٩٧٦٧	٤٩٨٥	٩	٦٩٥٤٨	٤٩٦٠	٩	٦٩٦٣٩	٤٩٦٥	٩	٦٩١٠٨	٤٩١٠	٨	٦٨٨٨٦	٤٨٨٥	٩	٦٨٨٨٦	٤٨٨٥
٨	٦٩٧٧٥	٤٩٨٦	٩	٦٩٥٥٧	٤٩٦١	٩	٦٩٦٣٨	٤٩٦٦	٩	٦٩١١٧	٤٩١١	٩	٦٨٨٩٥	٤٨٨٦	٩	٦٨٨٩٥	٤٨٨٦
٩	٦٩٧٨٤	٤٩٨٧	٩	٦٩٥٦٦	٤٩٦٢	٨	٦٩٦٤٦	٤٩٦٧	٩	٦٩١٢٦	٤٩١٢	٩	٦٨٩٠٤	٤٨٨٧	٩	٦٨٩٠٤	٤٨٨٧
٩	٦٩٧٩٣	٤٩٨٨	٨	٦٩٥٧٤	٤٩٦٣	٩	٦٩٦٥٥	٤٩٦٨	٩	٦٩١٣٥	٤٩١٣	٩	٦٨٩١٣	٤٨٨٨	٩	٦٨٩١٣	٤٨٨٨
٨	٦٩٨٠١	٤٩٨٩	٩	٦٩٥٨٣	٤٩٦٤	٩	٦٩٦٦٤	٤٩٦٩	٩	٦٩١٤٤	٤٩١٤	٩	٦٨٩٢٢	٤٨٨٩	٩	٦٨٩٢٢	٤٨٨٩
٩	٦٩٨١٠	٤٩٩٠	٩	٦٩٥٩٢	٤٩٦٥	٩	٦٩٦٧٣	٤٩٦٥	٨	٦٩١٥٣	٤٩١٥	٩	٦٨٩٣١	٤٨٩٠	٩	٦٨٩٣١	٤٨٩٠
٩	٦٩٨١٩	٤٩٩١	٩	٦٩٦٠١	٤٩٦٦	٨	٦٩٦٨٢	٤٩٦٦	٩	٦٩١٦٢	٤٩١٦	٩	٦٨٩٤٠	٤٨٩١	٩	٦٨٩٤٠	٤٨٩١
٨	٦٩٨٢٥	٤٩٩٢	٨	٦٩٦٠٩	٤٩٦٧	٩	٦٩٦٩١	٤٩٦٦	٩	٦٩١٧١	٤٩١٧	٩	٦٨٩٤٩	٤٨٩٢	٩	٦٨٩٤٩	٤٨٩٢
٩	٦٩٨٣٤	٤٩٩٣	٩	٦٩٦١٨	٤٩٦٨	٩	٦٩٦٩٩	٤٩٦٦	٩	٦٩١٨٠	٤٩١٨	٩	٦٨٩٥٨	٤٨٩٣	٩	٦٨٩٥٨	٤٨٩٣
٩	٦٩٨٤٥	٤٩٩٤	٩	٦٩٦٢٧	٤٩٦٩	٩	٦٩٦٨٨	٤٩٦٦	٩	٦٩١٨٩	٤٩١٩	٨	٦٨٩٦٧	٤٨٩٤	٩	٦٨٩٦٧	٤٨٩٤
٩	٦٩٨٥٤	٤٩٩٥	٩	٦٩٦٣٦	٤٩٧٠	٩	٦٩٦٩٧	٤٩٦٦	٩	٦٩١٩٨	٤٩٢٠	٩	٦٨٩٧٦	٤٨٩٥	٩	٦٨٩٧٦	٤٨٩٥
٨	٦٩٨٦٣	٤٩٩٦	٨	٦٩٦٤٤	٤٩٧١	٩	٦٩٦٩٥	٤٩٦٦	٨	٦٩٢٠٥	٤٩٢١	٩	٦٨٩٨٥	٤٨٩٦	٩	٦٨٩٨٥	٤٨٩٦
٩	٦٩٨٧٢	٤٩٩٧	٩	٦٩٦٥٣	٤٩٧٢	٩	٦٩٦٩٤	٤٩٦٦	٩	٦٩٢١٤	٤٩٢٢	٩	٦٨٩٩٤	٤٨٩٧	٩	٦٨٩٩٤	٤٨٩٧
٩	٦٩٨٨١	٤٩٩٨	٩	٦٩٦٦٢	٤٩٧٣	٩	٦٩٦٩٣	٤٩٦٦	٩	٦٩٢٢٣	٤٩٢٣	٩	٦٩٠٠٣	٤٨٩٨	٩	٦٩٠٠٣	٤٨٩٨
٨	٦٩٨٨٨	٤٩٩٩	٩	٦٩٦٧١	٤٩٧٤	٩	٦٩٦٩٢	٤٩٦٦	٩	٦٩٢٣٢	٤٩٢٤	٩	٦٩٠١٢	٤٨٩٩	٩	٦٩٠١٢	٤٨٩٩
٩	٦٩٨٩٧	٥٠٠٠	٨	٦٩٦٨٠	٤٩٧٥	٩	٦٩٦٩١	٤٩٦٦	٩	٦٩٢٤١	٤٩٢٥	٩	٦٩٠٢١	٤٩٠٠	٩	٦٩٠٢١	٤٩٠٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٠٩٧٨	٠١٤٦	٩	٧١٨٩	٠١٠١	٨	٧١٨٩	٠١٠١	٨	٧١٨٩	٠١٠١	٨	٧١٨٩	٠١٠١	٨	٧١٨٩	٠١٠١	٨
٧٠٩٨٦	٠١٤٧	٩	٧١٩٨	٠١٠٢	٩	٧١٩٨	٠١٠٢	٩	٧١٩٨	٠١٠٢	٩	٧١٩٨	٠١٠٢	٩	٧١٩٨	٠١٠٢	٩
٧٠٩٩٥	٠١٤٨	٩	٧٢٠٦	٠١٠٣	٨	٧٢٠٦	٠١٠٣	٨	٧٢٠٦	٠١٠٣	٨	٧٢٠٦	٠١٠٣	٨	٧٢٠٦	٠١٠٣	٨
٧١٠٠٣	٠١٤٩	٨	٧٢١٤	٠١٠٤	٩	٧٢١٤	٠١٠٤	٩	٧٢١٤	٠١٠٤	٩	٧٢١٤	٠١٠٤	٩	٧٢١٤	٠١٠٤	٩
٧١٠١٢	٠١٤٠	٩	٧٢٢٢	٠١٠٥	٩	٧٢٢٢	٠١٠٥	٩	٧٢٢٢	٠١٠٥	٩	٧٢٢٢	٠١٠٥	٩	٧٢٢٢	٠١٠٥	٩
٧١٠٢٠	٠١٤١	٨	٧٢٣١	٠١٠٦	٨	٧٢٣١	٠١٠٦	٨	٧٢٣١	٠١٠٦	٨	٧٢٣١	٠١٠٦	٨	٧٢٣١	٠١٠٦	٨
٧١٠٢٩	٠١٤٢	٩	٧٢٤٠	٠١٠٧	٩	٧٢٤٠	٠١٠٧	٩	٧٢٤٠	٠١٠٧	٩	٧٢٤٠	٠١٠٧	٩	٧٢٤٠	٠١٠٧	٩
٧١٠٣٧	٠١٤٣	٨	٧٢٤٨	٠١٠٨	٨	٧٢٤٨	٠١٠٨	٨	٧٢٤٨	٠١٠٨	٨	٧٢٤٨	٠١٠٨	٨	٧٢٤٨	٠١٠٨	٨
٧١٠٤٦	٠١٤٤	٩	٧٢٥٧	٠١٠٩	٩	٧٢٥٧	٠١٠٩	٩	٧٢٥٧	٠١٠٩	٩	٧٢٥٧	٠١٠٩	٩	٧٢٥٧	٠١٠٩	٩
٧١٠٥٤	٠١٤٥	٨	٧٢٦٥	٠١١٠	٨	٧٢٦٥	٠١١٠	٨	٧٢٦٥	٠١١٠	٨	٧٢٦٥	٠١١٠	٨	٧٢٦٥	٠١١٠	٨
٧١٠٦٣	٠١٤٦	٩	٧٢٧٣	٠١١١	٨	٧٢٧٣	٠١١١	٨	٧٢٧٣	٠١١١	٨	٧٢٧٣	٠١١١	٨	٧٢٧٣	٠١١١	٨
٧١٠٧١	٠١٤٧	٨	٧٢٨٢	٠١١٢	٩	٧٢٨٢	٠١١٢	٩	٧٢٨٢	٠١١٢	٩	٧٢٨٢	٠١١٢	٩	٧٢٨٢	٠١١٢	٩
٧١٠٧٩	٠١٤٨	٨	٧٢٩٠	٠١١٣	٩	٧٢٩٠	٠١١٣	٩	٧٢٩٠	٠١١٣	٩	٧٢٩٠	٠١١٣	٩	٧٢٩٠	٠١١٣	٩
٧١٠٨٨	٠١٤٩	٩	٧٢٩٩	٠١١٤	٨	٧٢٩٩	٠١١٤	٨	٧٢٩٩	٠١١٤	٨	٧٢٩٩	٠١١٤	٨	٧٢٩٩	٠١١٤	٨
٧١٠٩٦	٠١٤٠	٨	٧٣٠٧	٠١١٥	٨	٧٣٠٧	٠١١٥	٨	٧٣٠٧	٠١١٥	٨	٧٣٠٧	٠١١٥	٨	٧٣٠٧	٠١١٥	٨
٧١١٠٥	٠١٤١	٩	٧٣١٥	٠١١٦	٨	٧٣١٥	٠١١٦	٨	٧٣١٥	٠١١٦	٨	٧٣١٥	٠١١٦	٨	٧٣١٥	٠١١٦	٨
٧١١١٣	٠١٤٢	٨	٧٣٢٤	٠١١٧	٩	٧٣٢٤	٠١١٧	٩	٧٣٢٤	٠١١٧	٩	٧٣٢٤	٠١١٧	٩	٧٣٢٤	٠١١٧	٩
٧١١٢٢	٠١٤٣	٩	٧٣٣٢	٠١١٨	٨	٧٣٣٢	٠١١٨	٨	٧٣٣٢	٠١١٨	٨	٧٣٣٢	٠١١٨	٨	٧٣٣٢	٠١١٨	٨
٧١١٣٠	٠١٤٤	٨	٧٣٤١	٠١١٩	٩	٧٣٤١	٠١١٩	٩	٧٣٤١	٠١١٩	٩	٧٣٤١	٠١١٩	٩	٧٣٤١	٠١١٩	٩
٧١١٣٩	٠١٤٥	٩	٧٣٤٩	٠١٢٠	٨	٧٣٤٩	٠١٢٠	٨	٧٣٤٩	٠١٢٠	٨	٧٣٤٩	٠١٢٠	٨	٧٣٤٩	٠١٢٠	٨
٧١١٤٨	٠١٤٦	٨	٧٣٥٧	٠١٢١	٩	٧٣٥٧	٠١٢١	٩	٧٣٥٧	٠١٢١	٩	٧٣٥٧	٠١٢١	٩	٧٣٥٧	٠١٢١	٩
٧١١٥٥	٠١٤٧	٩	٧٣٦٦	٠١٢٢	٨	٧٣٦٦	٠١٢٢	٨	٧٣٦٦	٠١٢٢	٨	٧٣٦٦	٠١٢٢	٨	٧٣٦٦	٠١٢٢	٨
٧١١٦٤	٠١٤٨	٩	٧٣٧٤	٠١٢٣	٩	٧٣٧٤	٠١٢٣	٩	٧٣٧٤	٠١٢٣	٩	٧٣٧٤	٠١٢٣	٩	٧٣٧٤	٠١٢٣	٩
٧١١٧١	٠١٤٩	٨	٧٣٨٣	٠١٢٤	٩	٧٣٨٣	٠١٢٤	٩	٧٣٨٣	٠١٢٤	٩	٧٣٨٣	٠١٢٤	٩	٧٣٨٣	٠١٢٤	٩
٧١١٨١	٠١٥٠	٩	٧٣٩١	٠١٢٥	٨	٧٣٩١	٠١٢٥	٨	٧٣٩١	٠١٢٥	٨	٧٣٩١	٠١٢٥	٨	٧٣٩١	٠١٢٥	٨

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٥٨٧٦	٧٦٩٠٨	٧	٥٩٠١	٧٧٠٣٣	٨	٥٩٠٢	٧٧١٠٠	٧	٥٩٠٣	٧٧١٠٠	٧	٥٩٠٤	٧٧١١٠	٨	٥٩٠٥	٧٧١٢٠	٧
٥٨٧٧	٧٦٩١٦	٨	٥٩٠٦	٧٧١٢٦	٨	٥٩٠٧	٧٧١٣٠	٧	٥٩٠٨	٧٧١٤٠	٨	٥٩٠٩	٧٧١٥٠	٧	٥٩١٠	٧٧١٦٠	٧
٥٨٧٨	٧٦٩٢٣	٧	٥٩١١	٧٧١٦٠	٧	٥٩١٢	٧٧١٧٠	٨	٥٩١٣	٧٧١٨٠	٧	٥٩١٤	٧٧١٩٠	٨	٥٩١٥	٧٧٢٠٠	٧
٥٨٧٩	٧٦٩٣٠	٨	٥٩١٦	٧٧٢٠٠	٧	٥٩١٧	٧٧٢١٠	٨	٥٩١٨	٧٧٢٢٠	٧	٥٩١٩	٧٧٢٣٠	٨	٥٩٢٠	٧٧٢٤٠	٧
٥٨٨٠	٧٦٩٣٨	٧	٥٩٢١	٧٧٢٤٠	٧	٥٩٢٢	٧٧٢٥٠	٨	٥٩٢٣	٧٧٢٦٠	٧	٥٩٢٤	٧٧٢٧٠	٨	٥٩٢٥	٧٧٢٨٠	٧
٥٨٨١	٧٦٩٤٠	٨	٥٩٢٦	٧٧٢٨٠	٧	٥٩٢٧	٧٧٢٩٠	٨	٥٩٢٨	٧٧٣٠٠	٧	٥٩٢٩	٧٧٣١٠	٨	٥٩٣٠	٧٧٣٢٠	٧
٥٨٨٢	٧٦٩٥٠	٧	٥٩٣١	٧٧٣٢٠	٧	٥٩٣٢	٧٧٣٣٠	٨	٥٩٣٣	٧٧٣٤٠	٧	٥٩٣٤	٧٧٣٥٠	٨	٥٩٣٥	٧٧٣٦٠	٧
٥٨٨٣	٧٦٩٥٣	٨	٥٩٣٦	٧٧٣٦٠	٧	٥٩٣٧	٧٧٣٧٠	٨	٥٩٣٨	٧٧٣٨٠	٧	٥٩٣٩	٧٧٣٩٠	٨	٥٩٤٠	٧٧٤٠٠	٧
٥٨٨٤	٧٦٩٥٦	٧	٥٩٤١	٧٧٤٠٠	٧	٥٩٤٢	٧٧٤١٠	٨	٥٩٤٣	٧٧٤٢٠	٧	٥٩٤٤	٧٧٤٣٠	٨	٥٩٤٥	٧٧٤٤٠	٧
٥٨٨٥	٧٦٩٥٩	٨	٥٩٤٦	٧٧٤٤٠	٧	٥٩٤٧	٧٧٤٥٠	٨	٥٩٤٨	٧٧٤٦٠	٧	٥٩٤٩	٧٧٤٧٠	٨	٥٩٥٠	٧٧٤٨٠	٧
٥٨٨٦	٧٦٩٦٢	٧	٥٩٥١	٧٧٤٨٠	٧	٥٩٥٢	٧٧٤٩٠	٨	٥٩٥٣	٧٧٥٠٠	٧	٥٩٥٤	٧٧٥١٠	٨	٥٩٥٥	٧٧٥٢٠	٧
٥٨٨٧	٧٦٩٦٥	٨	٥٩٥٦	٧٧٥٢٠	٧	٥٩٥٧	٧٧٥٣٠	٨	٥٩٥٨	٧٧٥٤٠	٧	٥٩٥٩	٧٧٥٥٠	٨	٥٩٦٠	٧٧٥٦٠	٧
٥٨٨٨	٧٦٩٦٨	٧	٥٩٦١	٧٧٥٦٠	٧	٥٩٦٢	٧٧٥٧٠	٨	٥٩٦٣	٧٧٥٨٠	٧	٥٩٦٤	٧٧٥٩٠	٨	٥٩٦٥	٧٧٦٠٠	٧
٥٨٨٩	٧٦٩٧١	٨	٥٩٦٦	٧٧٦٠٠	٧	٥٩٦٧	٧٧٦١٠	٨	٥٩٦٨	٧٧٦٢٠	٧	٥٩٦٩	٧٧٦٣٠	٨	٥٩٧٠	٧٧٦٤٠	٧
٥٨٩٠	٧٦٩٧٤	٧	٥٩٧١	٧٧٦٤٠	٧	٥٩٧٢	٧٧٦٥٠	٨	٥٩٧٣	٧٧٦٦٠	٧	٥٩٧٤	٧٧٦٧٠	٨	٥٩٧٥	٧٧٦٨٠	٧
٥٨٩١	٧٦٩٧٧	٨	٥٩٧٦	٧٧٦٨٠	٧	٥٩٧٧	٧٧٦٩٠	٨	٥٩٧٨	٧٧٧٠٠	٧	٥٩٧٩	٧٧٧١٠	٨	٥٩٨٠	٧٧٧٢٠	٧
٥٨٩٢	٧٦٩٨٠	٧	٥٩٨١	٧٧٧٢٠	٧	٥٩٨٢	٧٧٧٣٠	٨	٥٩٨٣	٧٧٧٤٠	٧	٥٩٨٤	٧٧٧٥٠	٨	٥٩٨٥	٧٧٧٦٠	٧
٥٨٩٣	٧٦٩٨٣	٨	٥٩٨٦	٧٧٧٦٠	٧	٥٩٨٧	٧٧٧٧٠	٨	٥٩٨٨	٧٧٧٨٠	٧	٥٩٨٩	٧٧٧٩٠	٨	٥٩٩٠	٧٧٨٠٠	٧
٥٨٩٤	٧٦٩٨٦	٧	٥٩٩١	٧٧٨٠٠	٧	٥٩٩٢	٧٧٨١٠	٨	٥٩٩٣	٧٧٨٢٠	٧	٥٩٩٤	٧٧٨٣٠	٨	٥٩٩٥	٧٧٨٤٠	٧
٥٨٩٥	٧٦٩٨٩	٨	٥٩٩٦	٧٧٨٤٠	٧	٥٩٩٧	٧٧٨٥٠	٨	٥٩٩٨	٧٧٨٦٠	٧	٥٩٩٩	٧٧٨٧٠	٨	٥٩٩٩	٧٧٨٨٠	٧
٥٨٩٦	٧٦٩٩٢	٧	٥٩٩٩	٧٧٨٨٠	٧	٥٩٩٩	٧٧٨٩٠	٨	٥٩٩٩	٧٧٩٠٠	٧	٥٩٩٩	٧٧٩١٠	٨	٥٩٩٩	٧٧٩٢٠	٧
٥٨٩٧	٧٦٩٩٥	٨	٥٩٩٩	٧٧٩٢٠	٧	٥٩٩٩	٧٧٩٣٠	٨	٥٩٩٩	٧٧٩٤٠	٧	٥٩٩٩	٧٧٩٥٠	٨	٥٩٩٩	٧٧٩٦٠	٧
٥٨٩٨	٧٦٩٩٨	٧	٥٩٩٩	٧٧٩٦٠	٧	٥٩٩٩	٧٧٩٧٠	٨	٥٩٩٩	٧٧٩٨٠	٧	٥٩٩٩	٧٧٩٩٠	٨	٥٩٩٩	٧٨٠٠٠	٧
٥٨٩٩	٧٦٩٩٩	٨	٥٩٩٩	٧٨٠٠٠	٧	٥٩٩٩	٧٨٠١٠	٨	٥٩٩٩	٧٨٠٢٠	٧	٥٩٩٩	٧٨٠٣٠	٨	٥٩٩٩	٧٨٠٤٠	٧

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٧٨٢٢	٦٠٠١	٧	٧٨٠٠٢	٦٠٢٦	٧	٧٨١٨٣	٦٠٥١	٧	٧٨٣٦٣	٦٠٧٦	٧	٧٨٥٤٠	٦١٠١	٧	٧٨٧٢٣	٦١٢٦	٧
٧٧٨٣٠	٦٠٠٢	٧	٧٨٠١٠	٦٠٢٧	٧	٧٨١٩٠	٦٠٥٢	٧	٧٨٣٦٩	٦٠٧٧	٧	٧٨٥٤٧	٦١٠٢	٧	٧٨٧٣٠	٦١٢٧	٧
٧٧٨٣٧	٦٠٠٣	٧	٧٨٠١٧	٦٠٢٨	٧	٧٨١٩٧	٦٠٥٣	٧	٧٨٣٧٦	٦٠٧٨	٧	٧٨٥٥٤	٦١٠٣	٧	٧٨٧٣٧	٦١٢٨	٧
٧٧٨٤٤	٦٠٠٤	٧	٧٨٠٢٥	٦٠٢٩	٧	٧٨٢٠٤	٦٠٥٤	٧	٧٨٣٨٣	٦٠٧٩	٧	٧٨٥٦١	٦١٠٤	٧	٧٨٧٤٤	٦١٢٩	٧
٧٧٨٥١	٦٠٠٥	٧	٧٨٠٣٢	٦٠٣٠	٧	٧٨٢١١	٦٠٥٥	٧	٧٨٣٩٠	٦٠٨٠	٧	٧٨٥٦٩	٦١٠٥	٧	٧٨٧٥١	٦١٣٠	٧
٧٧٨٥٩	٦٠٠٦	٧	٧٨٠٣٩	٦٠٣١	٧	٧٨٢١٩	٦٠٥٦	٧	٧٨٣٩٨	٦٠٨١	٧	٧٨٥٧٦	٦١٠٦	٧	٧٨٧٥٩	٦١٣١	٧
٧٧٨٦٦	٦٠٠٧	٧	٧٨٠٤٦	٦٠٣٢	٧	٧٨٢٢٦	٦٠٥٧	٧	٧٨٣٩٥	٦٠٨٢	٧	٧٨٥٨٣	٦١٠٧	٧	٧٨٧٦٦	٦١٣٢	٧
٧٧٨٧٣	٦٠٠٨	٧	٧٨٠٥٣	٦٠٣٣	٧	٧٨٢٣٣	٦٠٥٨	٧	٧٨٣٩٢	٦٠٨٣	٧	٧٨٥٩٠	٦١٠٨	٧	٧٨٧٧٣	٦١٣٣	٧
٧٧٨٨٠	٦٠٠٩	٧	٧٨٠٦٠	٦٠٣٤	٧	٧٨٢٤٠	٦٠٥٩	٧	٧٨٣٩٩	٦٠٨٤	٧	٧٨٥٩٧	٦١٠٩	٧	٧٨٧٨٠	٦١٣٤	٧
٧٧٨٨٧	٦٠١٠	٧	٧٨٠٦٨	٦٠٣٥	٧	٧٨٢٤٧	٦٠٦٠	٧	٧٨٣٩٦	٦٠٨٥	٧	٧٨٦٠٤	٦١١٠	٧	٧٨٧٨٧	٦١٣٥	٧
٧٧٨٩٥	٦٠١١	٧	٧٨٠٧٥	٦٠٣٦	٧	٧٨٢٥٤	٦٠٦١	٧	٧٨٣٩٣	٦٠٨٦	٧	٧٨٦١١	٦١١١	٧	٧٨٧٩٥	٦١٣٦	٧
٧٧٩٠٢	٦٠١٢	٧	٧٨٠٨٢	٦٠٣٧	٧	٧٨٢٦١	٦٠٦٢	٧	٧٨٣٩٠	٦٠٨٧	٧	٧٨٦١٨	٦١١٢	٧	٧٨٨٠٢	٦١٣٧	٧
٧٧٩٠٩	٦٠١٣	٧	٧٨٠٨٩	٦٠٣٨	٧	٧٨٢٦٨	٦٠٦٣	٧	٧٨٣٩٧	٦٠٨٨	٧	٧٨٦٢٥	٦١١٣	٧	٧٨٨٠٩	٦١٣٨	٧
٧٧٩١٦	٦٠١٤	٧	٧٨٠٩٦	٦٠٣٩	٧	٧٨٢٧٥	٦٠٦٤	٧	٧٨٣٩٤	٦٠٨٩	٧	٧٨٦٣٢	٦١١٤	٧	٧٨٨١٦	٦١٣٩	٧
٧٧٩٢٤	٦٠١٥	٧	٧٨٠٩٣	٦٠٤٠	٧	٧٨٢٨٢	٦٠٦٥	٧	٧٨٣٩١	٦٠٩٠	٧	٧٨٦٣٩	٦١١٥	٧	٧٨٨٢٣	٦١٤٠	٧
٧٧٩٣١	٦٠١٦	٧	٧٨١٠٠	٦٠٤١	٧	٧٨٢٨٩	٦٠٦٦	٧	٧٨٣٩٨	٦٠٩١	٧	٧٨٦٤٦	٦١١٦	٧	٧٨٨٣٠	٦١٤١	٧
٧٧٩٣٨	٦٠١٧	٧	٧٨١٠٧	٦٠٤٢	٧	٧٨٢٩٦	٦٠٦٧	٧	٧٨٣٩٥	٦٠٩٢	٧	٧٨٦٥٣	٦١١٧	٧	٧٨٨٣٧	٦١٤٢	٧
٧٧٩٤٥	٦٠١٨	٧	٧٨١١٤	٦٠٤٣	٧	٧٨٣٠٣	٦٠٦٨	٧	٧٨٣٩٢	٦٠٩٣	٧	٧٨٦٦٠	٦١١٨	٧	٧٨٨٤٤	٦١٤٣	٧
٧٧٩٥٢	٦٠١٩	٧	٧٨١٢١	٦٠٤٤	٧	٧٨٣٠٩	٦٠٦٩	٧	٧٨٣٩٩	٦٠٩٤	٧	٧٨٦٦٧	٦١١٩	٧	٧٨٨٥١	٦١٤٤	٧
٧٧٩٥٩	٦٠٢٠	٧	٧٨١٢٨	٦٠٤٥	٧	٧٨٣١٦	٦٠٧٠	٧	٧٨٣٩٦	٦٠٩٥	٧	٧٨٦٧٤	٦١٢٠	٧	٧٨٨٥٨	٦١٤٥	٧
٧٧٩٦٦	٦٠٢١	٧	٧٨١٣٥	٦٠٤٦	٧	٧٨٣٢٣	٦٠٧١	٧	٧٨٣٩٣	٦٠٩٦	٧	٧٨٦٨١	٦١٢١	٧	٧٨٨٦٥	٦١٤٦	٧
٧٧٩٧٣	٦٠٢٢	٧	٧٨١٤٢	٦٠٤٧	٧	٧٨٣٣٠	٦٠٧٢	٧	٧٨٣٩٠	٦٠٩٧	٧	٧٨٦٨٨	٦١٢٢	٧	٧٨٨٧٢	٦١٤٧	٧
٧٧٩٨٠	٦٠٢٣	٧	٧٨١٤٩	٦٠٤٨	٧	٧٨٣٣٧	٦٠٧٣	٧	٧٨٣٨٧	٦٠٩٨	٧	٧٨٦٩٥	٦١٢٣	٧	٧٨٨٧٩	٦١٤٨	٧
٧٧٩٨٧	٦٠٢٤	٧	٧٨١٥٦	٦٠٤٩	٧	٧٨٣٤٤	٦٠٧٤	٧	٧٨٣٨٤	٦٠٩٩	٧	٧٨٧٠٢	٦١٢٤	٧	٧٨٨٨٦	٦١٤٩	٧
٧٧٩٩٤	٦٠٢٥	٧	٧٨١٦٣	٦٠٥٠	٧	٧٨٣٥١	٦٠٧٥	٧	٧٨٣٨١	٦١٠٠	٧	٧٨٧٠٩	٦١٢٥	٧	٧٨٨٩٣	٦١٥٠	٧

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧	٨٢٧٧٦	٧٧٢٦	٧	٨٢٦١٤	٧٧٠١	٧	٨٢٤٥٢	٧٦٧٦	٧	٨٢٢٨٩	٧٦٥١	٧	٨٢١٢٥	٧٦٢٦	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٧٨٢	٧٧٢٧	٦	٨٢٦٢٠	٧٧٠٢	٦	٨٢٤٥٨	٧٦٧٧	٦	٨٢٢٩٥	٧٦٥٢	٦	٨٢١٣٢	٧٦٢٧	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٧٨٩	٧٧٢٨	٧	٨٢٦٢٧	٧٧٠٣	٧	٨٢٤٦٥	٧٦٧٨	٧	٨٢٣٠٢	٧٦٥٣	٧	٨٢١٣٨	٧٦٢٨	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٧٩٥	٧٧٢٩	٦	٨٢٦٣٣	٧٧٠٤	٦	٨٢٤٧١	٧٦٧٩	٦	٨٢٣٠٨	٧٦٥٤	٦	٨٢١٤٥	٧٦٢٩	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨٠٢	٧٧٣٠	٧	٨٢٦٤٠	٧٧٠٥	٧	٨٢٤٧٨	٧٦٨٠	٧	٨٢٣١٥	٧٦٥٥	٧	٨٢١٥١	٧٦٣٠	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٠٨	٧٧٣١	٦	٨٢٦٤٦	٧٧٠٦	٦	٨٢٤٨٤	٧٦٨١	٦	٨٢٣٢١	٧٦٥٦	٦	٨٢١٥٨	٧٦٣١	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨١٤	٧٧٣٢	٧	٨٢٦٥٣	٧٧٠٧	٧	٨٢٤٩١	٧٦٨٢	٧	٨٢٣٢٨	٧٦٥٧	٧	٨٢١٦٤	٧٦٣٢	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٢١	٧٧٣٣	٦	٨٢٦٥٩	٧٧٠٨	٦	٨٢٤٩٧	٧٦٨٣	٦	٨٢٣٣٤	٧٦٥٨	٦	٨٢١٧١	٧٦٣٣	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨٢٧	٧٧٣٤	٧	٨٢٦٦٦	٧٧٠٩	٧	٨٢٥٠٤	٧٦٨٤	٧	٨٢٣٤١	٧٦٥٩	٧	٨٢١٧٨	٧٦٣٤	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٣٤	٧٧٣٥	٦	٨٢٦٧٣	٧٧١٠	٦	٨٢٥١٠	٧٦٨٥	٦	٨٢٣٤٧	٧٦٦٠	٦	٨٢١٨٤	٧٦٣٥	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨٤٠	٧٧٣٦	٧	٨٢٦٧٩	٧٧١١	٧	٨٢٥١٧	٧٦٨٦	٧	٨٢٣٥٤	٧٦٦١	٧	٨٢١٩١	٧٦٣٦	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٤٧	٧٧٣٧	٦	٨٢٦٨٥	٧٧١٢	٦	٨٢٥٢٣	٧٦٨٧	٦	٨٢٣٦٠	٧٦٦٢	٦	٨٢١٩٧	٧٦٣٧	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨٥٣	٧٧٣٨	٧	٨٢٦٩٢	٧٧١٣	٧	٨٢٥٢٩	٧٦٨٨	٧	٨٢٣٦٧	٧٦٦٣	٧	٨٢٢٠٤	٧٦٣٨	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٦٠	٧٧٣٩	٦	٨٢٦٩٨	٧٧١٤	٦	٨٢٥٣٦	٧٦٨٩	٦	٨٢٣٧٣	٧٦٦٤	٦	٨٢٢١٠	٧٦٣٩	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨٦٦	٧٧٤٠	٧	٨٢٧٠٥	٧٧١٥	٧	٨٢٥٤٣	٧٦٩٠	٧	٨٢٣٨٠	٧٦٦٥	٧	٨٢٢١٧	٧٦٤٠	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٧٣	٧٧٤١	٦	٨٢٧١١	٧٧١٦	٦	٨٢٥٤٩	٧٦٩١	٦	٨٢٣٨٧	٧٦٦٦	٦	٨٢٢٢٣	٧٦٤١	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨٧٩	٧٧٤٢	٧	٨٢٧١٨	٧٧١٧	٧	٨٢٥٥٦	٧٦٩٢	٧	٨٢٣٩٤	٧٦٦٧	٧	٨٢٢٢٩	٧٦٤٢	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٨٥	٧٧٤٣	٦	٨٢٧٢٤	٧٧١٨	٦	٨٢٥٦٣	٧٦٩٣	٦	٨٢٤٠٠	٧٦٦٨	٦	٨٢٢٣٦	٧٦٤٣	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٨٩٢	٧٧٤٤	٧	٨٢٧٣٠	٧٧١٩	٧	٨٢٥٦٩	٧٦٩٤	٧	٨٢٤٠٦	٧٦٦٩	٧	٨٢٢٤٣	٧٦٤٤	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٨٩٨	٧٧٤٥	٦	٨٢٧٣٧	٧٧٢٠	٦	٨٢٥٧٥	٧٦٩٥	٦	٨٢٤١٣	٧٦٧٠	٦	٨٢٢٤٩	٧٦٤٥	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٩٠٥	٧٧٤٦	٧	٨٢٧٤٣	٧٧٢١	٧	٨٢٥٨٢	٧٦٩٦	٧	٨٢٤١٩	٧٦٧١	٧	٨٢٢٥٦	٧٦٤٦	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٩١١	٧٧٤٧	٦	٨٢٧٥٠	٧٧٢٢	٦	٨٢٥٨٨	٧٦٩٧	٦	٨٢٤٢٦	٧٦٧٢	٦	٨٢٢٦٣	٧٦٤٧	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٩١٨	٧٧٤٨	٧	٨٢٧٥٦	٧٧٢٣	٧	٨٢٥٩٥	٧٦٩٨	٧	٨٢٤٣٣	٧٦٧٣	٧	٨٢٢٦٩	٧٦٤٨	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٦	٨٢٩٢٤	٧٧٤٩	٦	٨٢٧٦٣	٧٧٢٤	٦	٨٢٦٠١	٧٦٩٩	٦	٨٢٤٣٩	٧٦٧٤	٦	٨٢٢٧٦	٧٦٤٩	٦	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠
٧	٨٢٩٣١	٧٧٥٠	٧	٨٢٧٦٩	٧٧٢٥	٧	٨٢٦٠٧	٧٧٠٠	٧	٨٢٤٤٥	٧٦٧٥	٧	٨٢٢٨٣	٧٦٥٠	٧	٨٢٠٠٠	٧٦٠٠

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١٦٧٢٧	٧٤٧٦	٦	١٧٢٢١	٧٤٥١	٦	١٧٠٧٥	٧٤٣٦	٦	١٦٩٢٩	٧٤٠١	٦	١٦٧٨٢	٧٣٧٦	٦	١٦٦٣٦	٧٣٥١	٦
١٧٢٣٧	٧٤٧٧	٦	١٧٢٢٧	٧٤٥٢	٦	١٧٠٨١	٧٤٣٧	٦	١٦٩٣٥	٧٤٠٢	٦	١٦٧٨٨	٧٣٧٧	٦	١٦٦٣٧	٧٣٥٢	٦
١٧٢٣٧	٧٤٧٨	٦	١٧٢٢٧	٧٤٥٣	٦	١٧٠٨٧	٧٤٣٨	٦	١٦٩٤١	٧٤٠٣	٦	١٦٧٩٤	٧٣٧٨	٦	١٦٦٣٧	٧٣٥٣	٦
١٧٢٣٨	٧٤٧٩	٦	١٧٢٢٨	٧٤٥٤	٦	١٧٠٩٣	٧٤٣٩	٦	١٦٩٤٧	٧٤٠٤	٦	١٦٨٠٠	٧٣٧٩	٦	١٦٦٣٨	٧٣٥٤	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٠	٦	١٧٢٢٩	٧٤٥٥	٦	١٧٠٩٩	٧٤٤٠	٦	١٦٩٥٣	٧٤٠٥	٦	١٦٨٠٠	٧٣٨٠	٦	١٦٦٣٩	٧٣٥٥	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨١	٦	١٧٢٢٩	٧٤٥٦	٦	١٧١٠٠	٧٤٤١	٦	١٦٩٥٨	٧٤٠٦	٦	١٦٨١٢	٧٣٨١	٦	١٦٦٣٩	٧٣٥٦	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٢	٦	١٧٢٢٩	٧٤٥٧	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٢	٦	١٦٩٦٤	٧٤٠٧	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٢	٦	١٦٦٣٩	٧٣٥٧	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٣	٦	١٧٢٢٩	٧٤٥٨	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٣	٦	١٦٩٦٩	٧٤٠٨	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٣	٦	١٦٦٣٩	٧٣٥٨	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٤	٦	١٧٢٢٩	٧٤٥٩	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٤	٦	١٦٩٧٥	٧٤٠٩	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٤	٦	١٦٦٣٩	٧٣٥٩	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٥	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٠	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٥	٦	١٦٩٨١	٧٤١٠	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٥	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٠	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٦	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦١	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٦	٦	١٦٩٨٦	٧٤١١	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٦	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦١	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٧	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٢	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٧	٦	١٦٩٩٢	٧٤١٢	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٧	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٢	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٨	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٣	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٨	٦	١٦٩٩٧	٧٤١٣	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٨	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٣	٦
١٧٢٣٩	٧٤٨٩	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٤	٦	١٧١٠٠	٧٤٤٩	٦	١٦٩٩٧	٧٤١٤	٦	١٦٨١٢	٧٣٨٩	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٤	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٠	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٥	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٠	٦	١٦٩٩٧	٧٤١٥	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٠	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٥	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩١	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٦	٦	١٧١٠٠	٧٤٥١	٦	١٦٩٩٧	٧٤١٦	٦	١٦٨١٢	٧٣٩١	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٦	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٢	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٧	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٢	٦	١٦٩٩٧	٧٤١٧	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٢	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٧	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٣	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٨	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٣	٦	١٦٩٩٧	٧٤١٨	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٣	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٨	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٤	٦	١٧٢٢٩	٧٤٦٩	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٤	٦	١٦٩٩٧	٧٤١٩	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٤	٦	١٦٦٣٩	٧٣٦٩	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٥	٦	١٧٢٢٩	٧٤٧٠	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٥	٦	١٦٩٩٧	٧٤٢٠	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٥	٦	١٦٦٣٩	٧٣٧٠	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٦	٦	١٧٢٢٩	٧٤٧١	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٦	٦	١٦٩٩٧	٧٤٢١	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٦	٦	١٦٦٣٩	٧٣٧١	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٧	٦	١٧٢٢٩	٧٤٧٢	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٧	٦	١٦٩٩٧	٧٤٢٢	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٧	٦	١٦٦٣٩	٧٣٧٢	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٨	٦	١٧٢٢٩	٧٤٧٣	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٨	٦	١٦٩٩٧	٧٤٢٣	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٨	٦	١٦٦٣٩	٧٣٧٣	٦
١٧٢٣٩	٧٤٩٩	٦	١٧٢٢٩	٧٤٧٤	٦	١٧١٠٠	٧٤٥٩	٦	١٦٩٩٧	٧٤٢٤	٦	١٦٨١٢	٧٣٩٩	٦	١٦٦٣٩	٧٣٧٤	٦
١٧٢٣٩	٧٥٠٠	٦	١٧٢٢٩	٧٤٧٥	٦	١٧١٠٠	٧٤٦٠	٦	١٦٩٩٧	٧٤٢٥	٦	١٦٨١٢	٧٤٠٠	٦	١٦٦٣٩	٧٣٧٥	٦
١٧٢٣٩	٧٥٠١	٦	١٧٢٢٩	٧٤٧٦	٦	١٧١٠٠	٧٤٦١	٦	١٦٩٩٧	٧٤٢٦	٦	١٦٨١٢	٧٤٠١	٦	١٦٦٣٩	٧٣٧٦	٦

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٧٦٦٧	٨٨٢٣	٦	٧٦٦٨	٨٨٢٤	٦	٧٦٦٩	٨٨٢٥	٦	٧٦٧٠	٨٨٢٦	٦	٧٦٧١	٨٨٢٧	٦	٧٦٧٢	٨٨٢٨	٦
٧٦٧٣	٨٨٢٩	٠	٧٦٧٤	٨٨٣٠	٠	٧٦٧٥	٨٨٣١	٠	٧٦٧٦	٨٨٣٢	٠	٧٦٧٧	٨٨٣٣	٠	٧٦٧٨	٨٨٣٤	٠
٧٦٧٩	٨٨٣٥	٦	٧٦٨٠	٨٨٣٦	٦	٧٦٨١	٨٨٣٧	٦	٧٦٨٢	٨٨٣٨	٦	٧٦٨٣	٨٨٣٩	٦	٧٦٨٤	٨٨٤٠	٦
٧٦٨٥	٨٨٤١	٦	٧٦٨٦	٨٨٤٢	٦	٧٦٨٧	٨٨٤٣	٦	٧٦٨٨	٨٨٤٤	٦	٧٦٨٩	٨٨٤٥	٦	٧٦٩٠	٨٨٤٦	٦
٧٦٩١	٨٨٤٧	٠	٧٦٩٢	٨٨٤٨	٠	٧٦٩٣	٨٨٤٩	٠	٧٦٩٤	٨٨٥٠	٠	٧٦٩٥	٨٨٥١	٠	٧٦٩٦	٨٨٥٢	٠
٧٦٩٧	٨٨٥٣	٦	٧٦٩٨	٨٨٥٤	٦	٧٦٩٩	٨٨٥٥	٦	٧٧٠٠	٨٨٥٦	٦	٧٧٠١	٨٨٥٧	٦	٧٧٠٢	٨٨٥٨	٦
٧٧٠٣	٨٨٥٩	٠	٧٧٠٤	٨٨٦٠	٠	٧٧٠٥	٨٨٦١	٠	٧٧٠٦	٨٨٦٢	٠	٧٧٠٧	٨٨٦٣	٠	٧٧٠٨	٨٨٦٤	٠
٧٧٠٩	٨٨٦٥	٦	٧٧١٠	٨٨٦٦	٦	٧٧١١	٨٨٦٧	٦	٧٧١٢	٨٨٦٨	٦	٧٧١٣	٨٨٦٩	٦	٧٧١٤	٨٨٧٠	٦
٧٧١٥	٨٨٧١	٠	٧٧١٦	٨٨٧٢	٠	٧٧١٧	٨٨٧٣	٠	٧٧١٨	٨٨٧٤	٠	٧٧١٩	٨٨٧٥	٠	٧٧٢٠	٨٨٧٦	٠
٧٧٢١	٨٨٧٧	٦	٧٧٢٢	٨٨٧٨	٦	٧٧٢٣	٨٨٧٩	٦	٧٧٢٤	٨٨٨٠	٦	٧٧٢٥	٨٨٨١	٦	٧٧٢٦	٨٨٨٢	٦
٧٧٢٧	٨٨٨٣	٠	٧٧٢٨	٨٨٨٤	٠	٧٧٢٩	٨٨٨٥	٠	٧٧٣٠	٨٨٨٦	٠	٧٧٣١	٨٨٨٧	٠	٧٧٣٢	٨٨٨٨	٠
٧٧٣٣	٨٨٨٩	٦	٧٧٣٤	٨٨٩٠	٦	٧٧٣٥	٨٨٩١	٦	٧٧٣٦	٨٨٩٢	٦	٧٧٣٧	٨٨٩٣	٦	٧٧٣٨	٨٨٩٤	٦
٧٧٣٩	٨٨٩٥	٠	٧٧٤٠	٨٨٩٦	٠	٧٧٤١	٨٨٩٧	٠	٧٧٤٢	٨٨٩٨	٠	٧٧٤٣	٨٨٩٩	٠	٧٧٤٤	٨٩٠٠	٠
٧٧٤٥	٨٩٠١	٦	٧٧٤٦	٨٩٠٢	٦	٧٧٤٧	٨٩٠٣	٦	٧٧٤٨	٨٩٠٤	٦	٧٧٤٩	٨٩٠٥	٦	٧٧٥٠	٨٩٠٦	٦
٧٧٥١	٨٩٠٧	٠	٧٧٥٢	٨٩٠٨	٠	٧٧٥٣	٨٩٠٩	٠	٧٧٥٤	٨٩١٠	٠	٧٧٥٥	٨٩١١	٠	٧٧٥٦	٨٩١٢	٠
٧٧٥٧	٨٩١٣	٦	٧٧٥٨	٨٩١٤	٦	٧٧٥٩	٨٩١٥	٦	٧٧٦٠	٨٩١٦	٦	٧٧٦١	٨٩١٧	٦	٧٧٦٢	٨٩١٨	٦
٧٧٦٣	٨٩١٩	٠	٧٧٦٤	٨٩٢٠	٠	٧٧٦٥	٨٩٢١	٠	٧٧٦٦	٨٩٢٢	٠	٧٧٦٧	٨٩٢٣	٠	٧٧٦٨	٨٩٢٤	٠
٧٧٦٩	٨٩٢٥	٦	٧٧٧٠	٨٩٢٦	٦	٧٧٧١	٨٩٢٧	٦	٧٧٧٢	٨٩٢٨	٦	٧٧٧٣	٨٩٢٩	٦	٧٧٧٤	٨٩٣٠	٦
٧٧٧٥	٨٩٣١	٠	٧٧٧٦	٨٩٣٢	٠	٧٧٧٧	٨٩٣٣	٠	٧٧٧٨	٨٩٣٤	٠	٧٧٧٩	٨٩٣٥	٠	٧٧٨٠	٨٩٣٦	٠
٧٧٨١	٨٩٣٧	٦	٧٧٨٢	٨٩٣٨	٦	٧٧٨٣	٨٩٣٩	٦	٧٧٨٤	٨٩٤٠	٦	٧٧٨٥	٨٩٤١	٦	٧٧٨٦	٨٩٤٢	٦
٧٧٨٧	٨٩٤٣	٠	٧٧٨٨	٨٩٤٤	٠	٧٧٨٩	٨٩٤٥	٠	٧٧٩٠	٨٩٤٦	٠	٧٧٩١	٨٩٤٧	٠	٧٧٩٢	٨٩٤٨	٠
٧٧٩٣	٨٩٤٩	٦	٧٧٩٤	٨٩٥٠	٦	٧٧٩٥	٨٩٥١	٦	٧٧٩٦	٨٩٥٢	٦	٧٧٩٧	٨٩٥٣	٦	٧٧٩٨	٨٩٥٤	٦
٧٧٩٩	٨٩٥٥	٠	٧٨٠٠	٨٩٥٦	٠	٧٨٠١	٨٩٥٧	٠	٧٨٠٢	٨٩٥٨	٠	٧٨٠٣	٨٩٥٩	٠	٧٨٠٤	٨٩٦٠	٠
٧٨٠٥	٨٩٦١	٦	٧٨٠٦	٨٩٦٢	٦	٧٨٠٧	٨٩٦٣	٦	٧٨٠٨	٨٩٦٤	٦	٧٨٠٩	٨٩٦٥	٦	٧٨١٠	٨٩٦٦	٦
٧٨١١	٨٩٦٧	٠	٧٨١٢	٨٩٦٨	٠	٧٨١٣	٨٩٦٩	٠	٧٨١٤	٨٩٧٠	٠	٧٨١٥	٨٩٧١	٠	٧٨١٦	٨٩٧٢	٠
٧٨١٧	٨٩٧٣	٦	٧٨١٨	٨٩٧٤	٦	٧٨١٩	٨٩٧٥	٦	٧٨٢٠	٨٩٧٦	٦	٧٨٢١	٨٩٧٧	٦	٧٨٢٢	٨٩٧٨	٦
٧٨٢٣	٨٩٧٩	٠	٧٨٢٤	٨٩٨٠	٠	٧٨٢٥	٨٩٨١	٠	٧٨٢٦	٨٩٨٢	٠	٧٨٢٧	٨٩٨٣	٠	٧٨٢٨	٨٩٨٤	٠
٧٨٢٩	٨٩٨٩	٦	٧٨٣٠	٨٩٩٠	٦	٧٨٣١	٨٩٩١	٦	٧٨٣٢	٨٩٩٢	٦	٧٨٣٣	٨٩٩٣	٦	٧٨٣٤	٨٩٩٤	٦
٧٨٣٩	٩٠٠١	٠	٧٨٤٠	٩٠٠٢	٠	٧٨٤١	٩٠٠٣	٠	٧٨٤٢	٩٠٠٤	٠	٧٨٤٣	٩٠٠٥	٠	٧٨٤٤	٩٠٠٦	٠
٧٨٤٥	٩٠٠٧	٦	٧٨٤٦	٩٠٠٨	٦	٧٨٤٧	٩٠٠٩	٦	٧٨٤٨	٩٠١٠	٦	٧٨٤٩	٩٠١١	٦	٧٨٥٠	٩٠١٢	٦
٧٨٥١	٩٠١٣	٠	٧٨٥٢	٩٠١٤	٠	٧٨٥٣	٩٠١٥	٠	٧٨٥٤	٩٠١٦	٠	٧٨٥٥	٩٠١٧	٠	٧٨٥٦	٩٠١٨	٠
٧٨٥٧	٩٠١٩	٦	٧٨٥٨	٩٠٢٠	٦	٧٨٥٩	٩٠٢١	٦	٧٨٦٠	٩٠٢٢	٦	٧٨٦١	٩٠٢٣	٦	٧٨٦٢	٩٠٢٤	٦
٧٨٦٣	٩٠٢٥	٠	٧٨٦٤	٩٠٢٦	٠	٧٨٦٥	٩٠٢٧	٠	٧٨٦٦	٩٠٢٨	٠	٧٨٦٧	٩٠٢٩	٠	٧٨٦٨	٩٠٣٠	٠
٧٨٦٩	٩٠٣١	٦	٧٨٧٠	٩٠٣٢	٦	٧٨٧١	٩٠٣٣	٦	٧٨٧٢	٩٠٣٤	٦	٧٨٧٣	٩٠٣٥	٦	٧٨٧٤	٩٠٣٦	٦
٧٨٧٥	٩٠٣٧	٠	٧٨٧٦	٩٠٣٨	٠	٧٨٧٧	٩٠٣٩	٠	٧٨٧٨	٩٠٤٠	٠	٧٨٧٩	٩٠٤١	٠	٧٨٨٠	٩٠٤٢	٠
٧٨٨١	٩٠٤٣	٦	٧٨٨٢	٩٠٤٤	٦	٧٨٨٣	٩٠٤٥	٦	٧٨٨٤	٩٠٤٦	٦	٧٨٨٥	٩٠٤٧	٦	٧٨٨٦	٩٠٤٨	٦
٧٨٨٧	٩٠٤٩	٠	٧٨٨٨	٩٠٥٠	٠	٧٨٨٩	٩٠٥١	٠	٧٨٩٠	٩٠٥٢	٠	٧٨٩١	٩٠٥٣	٠	٧٨٩٢	٩٠٥٤	٠
٧٨٩٣	٩٠٥٥	٦	٧٨٩٤	٩٠٥٦	٦	٧٨٩٥	٩٠٥٧	٦	٧٨٩٦	٩٠٥٨	٦	٧٨٩٧	٩٠٥٩	٦	٧٨٩٨	٩٠٦٠	٦
٧٨٩٩	٩٠٦١	٠	٧٩٠٠	٩٠٦٢	٠	٧٩٠١	٩٠٦٣	٠	٧٩٠٢	٩٠٦٤	٠	٧٩٠٣	٩٠٦٥	٠	٧٩٠٤	٩٠٦٦	٠
٧٩٠٥	٩٠٦٧	٦	٧٩٠٦	٩٠٦٨	٦	٧٩٠٧	٩٠٦٩	٦	٧٩٠٨	٩٠٧٠	٦	٧٩٠٩	٩٠٧١	٦	٧٩١٠	٩٠٧٢	٦
٧٩١١	٩٠٧٣	٠	٧٩١٢	٩٠٧٤	٠	٧٩١٣	٩٠٧٥	٠	٧٩١٤	٩٠٧٦	٠	٧٩١٥	٩٠٧٧	٠	٧٩١٦	٩٠٧٨	٠
٧٩١٧	٩٠٧٩	٦	٧٩١٨	٩٠٨٠	٦	٧٩١٩	٩٠٨١	٦	٧٩٢٠	٩٠٨٢	٦	٧٩٢١	٩٠٨٣	٦	٧٩٢٢	٩٠٨٤	٦
٧٩٢٣	٩٠٨٥	٠	٧٩٢٤	٩٠٨٦	٠	٧٩٢٥	٩٠٨٧	٠	٧٩٢٦	٩٠٨٨	٠	٧٩٢٧	٩٠٨٩	٠	٧٩٢٨	٩٠٩٠	٠
٧٩٢٩	٩٠٩١	٦	٧٩٣٠	٩٠٩٢	٦	٧٩٣١	٩٠٩٣	٦	٧٩٣٢	٩٠٩٤	٦	٧٩٣٣	٩٠٩٥	٦	٧٩٣٤	٩٠٩٦	٦
٧٩٣٩	٩٠٩٧	٠	٧٩٤٠	٩٠٩٨	٠	٧٩٤١	٩٠٩٩	٠	٧٩٤٢	٩١٠٠	٠	٧٩٤٣	٩١٠١	٠	٧٩٤٤	٩١٠٢	٠
٧٩٤٥	٩١٠٣	٦	٧٩٤٦	٩١٠٤	٦	٧٩٤٧	٩١٠٥	٦	٧٩٤٨	٩١٠٦	٦	٧٩٤٩	٩١٠٧	٦	٧٩٥٠	٩١٠٨	٦
٧٩٥١	٩١٠٩	٠	٧٩٥٢	٩١١٠	٠	٧٩٥٣	٩١١١	٠	٧٩٥٤	٩١١٢	٠	٧٩٥٥	٩١١٣	٠	٧٩٥٦	٩١١٤	٠
٧٩٥٧	٩١١٥	٦	٧٩٥٨	٩١١٦	٦	٧٩٥٩	٩١١٧	٦	٧٩٦٠	٩١١٨	٦	٧٩٦١	٩١١٩	٦	٧٩٦٢	٩١٢٠	٦
٧٩٦٣	٩١٢١	٠	٧٩٦٤	٩١٢٢	٠	٧٩٦٥	٩١٢٣	٠	٧٩٦٦	٩١٢٤	٠	٧٩٦٧	٩١٢٥	٠	٧٩٦٨	٩١٢٦	٠
٧٩٦٩	٩١٢٧	٦	٧٩٧٠	٩١٢٨	٦	٧٩٧١	٩١٢٩	٦	٧٩٧٢	٩١٣٠	٦	٧٩٧٣	٩١٣١	٦	٧٩٧٤	٩١٣٢	٦
٧٩٧٥	٩١٣٣	٠	٧٩٧٦	٩١٣٤	٠	٧٩٧٧	٩١٣٥	٠	٧٩٧٨	٩١٣٦	٠	٧٩٧٩	٩١٣٧	٠	٧٩٨٠	٩١٣٨	٠
٧٩٨١	٩١٣٩	٦	٧٩٨٢	٩١٤٠	٦	٧٩٨٣	٩١٤١	٦	٧٩٨٤	٩١٤٢	٦	٧٩٨٥	٩١٤٣	٦	٧٩٨٦	٩١٤٤	٦
٧٩٨٧	٩١٤٥	٠	٧٩٨٨	٩١٤٦	٠	٧٩٨٩	٩١٤٧	٠	٧٩٩٠	٩١٤٨	٠	٧٩٩١	٩١٤٩	٠	٧٩٩٢	٩١٥٠	٠
٧٩٩٣	٩١٥١	٦	٧٩٩٤	٩١٥٢	٦	٧٩٩٥	٩١٥٣	٦	٧٩٩٦	٩١٥٤	٦	٧٩٩٧	٩١٥٥	٦	٧٩٩٨	٩١٥٦	٦
٧٩٩٩	٩١٥٧	٠	٨٠٠٠	٩١٥٨	٠	٨٠٠١	٩١٥٩	٠	٨٠٠٢	٩١٦٠	٠	٨٠٠٣	٩١٦١	٠	٨٠٠٤	٩١٦٢	٠
٨٠٠٥	٩١٦٣	٦	٨٠٠٦	٩١٦٤	٦	٨٠٠٧	٩١٦٥	٦	٨٠٠٨	٩١٦٦	٦	٨٠٠٩	٩١٦٧	٦	٨٠١٠	٩١٦٨	٦
٨٠١١	٩١٦٩	٠	٨٠١٢	٩١٧٠	٠	٨٠١٣	٩١٧١	٠	٨٠١٤	٩١٧٢	٠	٨٠١٥	٩١٧٣	٠	٨٠١٦	٩١٧٤	٠
٨٠١٧	٩١٧٥	٦	٨٠١٨	٩١٧٦	٦	٨٠١٩	٩١٧٧	٦	٨٠٢٠	٩١٧٨	٦	٨٠٢١	٩١٧٩	٦	٨٠٢٢	٩١٨٠	٦
٨٠٢٣	٩١٨١	٠	٨٠٢٤	٩١٨٢	٠	٨٠٢٥	٩١٨٣	٠	٨٠٢٦	٩١٨٤	٠	٨٠٢٧	٩١٨٥	٠	٨٠٢٨	٩١٨٦	٠
٨٠٢٩	٩١٨٧	٦	٨٠٣٠	٩١٨٨	٦	٨٠٣١	٩١٨٩	٦	٨٠٣٢	٩١٩٠	٦	٨٠٣٣	٩١٩١	٦	٨٠٣٤	٩١٩٢	٦
٨٠٣٩	٩١٩٣	٠	٨٠٤٠	٩١٩٤	٠	٨٠٤١	٩١٩٥	٠	٨٠٤٢	٩١٩٦	٠	٨٠٤٣					

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٦	٩٠١٧٩٧٩٧٦	٥	٩٠٠٤٢٧٩٥١	٥	٨٩٩٠٥٧٩٣٦	٥	٨٩٧٦٨٧٩٠١	٥	٨٩٦٣٦٧٨٧٧٦	٥	٨٩٥٠٣٧٨٧٧٦	٥	٨٩٣٦٦٧٨٧٧٦	٥	٨٩٢٣٦٧٨٧٧٦	٥	٨٩١٠٣٧٨٧٧٦
٥	٩٠١٨٤٧٩٧٧٧	٦	٩٠٠٤٨٧٩٥٢	٦	٨٩٩١١٧٩٣٧	٦	٨٩٧٧٤٧٩٠٢	٦	٨٩٦٤٧٧٨٧٧٧	٦	٨٩٥١٦٧٨٧٧٧	٦	٨٩٣٨٦٧٨٧٧٧	٦	٨٩٢٥٦٧٨٧٧٧	٦	٨٩١٢٦٧٨٧٧٧
٥	٩٠١٨٩٧٩٧٨٨	٥	٩٠٠٥٣٧٩٥٣	٥	٨٩٩١٦٧٩٣٨	٥	٨٩٧٧٩٧٩٠٣	٥	٨٩٦٥١٧٨٧٧٨	٥	٨٩٥٢٠٧٨٧٧٨	٥	٨٩٣٩١٧٨٧٧٨	٥	٨٩٢٦١٧٨٧٧٨	٥	٨٩١٣١٧٨٧٧٨
٦	٩٠١٩٥٧٩٧٩٩	٦	٩٠٠٥٩٧٩٥٤	٦	٨٩٩٢١٧٩٣٩	٦	٨٩٧٨٤٧٩٠٤	٦	٨٩٦٥٦٧٨٧٧٩	٦	٨٩٥٢٥٧٨٧٧٩	٦	٨٩٣٩٦٧٨٧٧٩	٦	٨٩٢٦٦٧٨٧٧٩	٦	٨٩١٣٦٧٨٧٧٩
٥	٩٠٢٠٠٧٩٨٠	٥	٩٠٠٦٤٧٩٥٥	٥	٨٩٩٢٦٧٩٤٠	٥	٨٩٧٨٩٧٩٠٥	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٠	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٠	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٠	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٠	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٠
٦	٩٠٢٠٦٧٩٨١	٥	٩٠٠٦٩٧٩٥٦	٦	٨٩٩٣١٧٩٤١	٦	٨٩٧٩٤٧٩٠٦	٦	٨٩٦٥٦٧٨٧٨١	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨١	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨١	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨١	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨١
٥	٩٠٢١١٧٩٨٢	٦	٩٠٠٧٥٧٩٥٧	٥	٨٩٩٣٦٧٩٤٢	٥	٨٩٧٩٩٧٩٠٧	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٢	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٢	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٢	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٢	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٢
٦	٩٠٢١٧٧٩٨٣	٥	٩٠٠٨٠٧٩٥٨	٦	٨٩٩٤١٧٩٤٣	٦	٨٩٨٠٤٧٩٠٨	٦	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٣	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٣	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٣	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٣	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٣
٥	٩٠٢٢٢٧٩٨٤	٦	٩٠٠٨٦٧٩٥٩	٥	٨٩٩٤٦٧٩٤٤	٥	٨٩٨٠٩٧٩٠٩	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٤	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٤	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٤	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٤	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٤
٥	٩٠٢٢٧٧٩٨٥	٥	٩٠٠٩١٧٩٦٠	٦	٨٩٩٥١٧٩٤٥	٦	٨٩٨١٤٧٩١٠	٦	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٥	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٥	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٥	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٥	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٥
٦	٩٠٢٣٣٧٩٨٦	٥	٩٠٠٩٧٧٩٦١	٥	٨٩٩٥٦٧٩٤٦	٥	٨٩٨١٩٧٩١١	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٦	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٦	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٦	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٦	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٦
٥	٩٠٢٣٨٧٩٨٧	٥	٩٠١٠٢٧٩٦٢	٦	٨٩٩٦١٧٩٤٧	٦	٨٩٨٢٤٧٩١٢	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٧	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٧	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٧	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٧	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٧
٦	٩٠٢٤٤٧٩٨٨	٥	٩٠١٠٨٧٩٦٣	٥	٨٩٩٦٦٧٩٤٨	٥	٨٩٨٢٩٧٩١٣	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٨	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٨	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٨	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٨	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٨
٥	٩٠٢٤٩٧٩٨٩	٥	٩٠١١٣٧٩٦٤	٦	٨٩٩٧١٧٩٤٩	٥	٨٩٨٣٤٧٩١٤	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٨٩	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٨٩	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٨٩	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٨٩	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٨٩
٦	٩٠٢٥٥٧٩٩٠	٥	٩٠١١٩٧٩٦٥	٥	٨٩٩٧٦٧٩٥٠	٥	٨٩٨٣٩٧٩١٥	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٠	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٠	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٠	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٠	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٠
٥	٩٠٢٦٠٧٩٩١	٥	٩٠١٢٤٧٩٦٦	٥	٨٩٩٨١٧٩٥١	٥	٨٩٨٤٤٧٩١٦	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩١	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩١	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩١	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩١	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩١
٦	٩٠٢٦٦٧٩٩٢	٥	٩٠١٢٩٧٩٦٧	٥	٨٩٩٨٦٧٩٥٢	٥	٨٩٨٤٩٧٩١٧	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٢	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٢	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٢	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٢	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٢
٥	٩٠٢٧١٧٩٩٣	٥	٩٠١٣٥٧٩٦٨	٥	٨٩٩٩١٧٩٥٣	٥	٨٩٨٥٤٧٩١٨	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٣	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٣	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٣	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٣	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٣
٥	٩٠٢٧٦٧٩٩٤	٥	٩٠١٤٠٧٩٦٩	٥	٩٠٠٠٤٧٩٥٤	٥	٨٩٨٥٩٧٩١٩	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٤	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٤	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٤	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٤	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٤
٦	٩٠٢٨٢٧٩٩٥	٥	٩٠١٤٦٧٩٧٠	٥	٩٠٠٠٩٧٩٥٥	٥	٨٩٨٦٤٧٩٢٠	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٥	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٥	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٥	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٥	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٥
٥	٩٠٢٨٧٧٩٩٦	٥	٩٠١٥١٧٩٧١	٥	٩٠٠١٥٧٩٥٦	٥	٨٩٨٦٩٧٩٢١	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٦	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٦	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٦	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٦	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٦
٦	٩٠٢٩٣٧٩٩٧	٥	٩٠١٥٧٧٩٧٢	٥	٩٠٠٢٠٧٩٥٧	٥	٨٩٨٧٤٧٩٢٢	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٧	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٧	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٧	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٧	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٧
٥	٩٠٢٩٨٧٩٩٨	٥	٩٠١٦٢٧٩٧٣	٥	٩٠٠٢٦٧٩٥٨	٥	٨٩٨٧٩٧٩٢٣	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٨	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٨	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٨	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٨	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٨
٦	٩٠٣٠٤٧٩٩٩	٥	٩٠١٦٨٧٩٧٤	٥	٩٠٠٣١٧٩٥٩	٥	٨٩٨٨٤٧٩٢٤	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧٩٩	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧٩٩	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧٩٩	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧٩٩	٥	٨٩١٣٦٧٨٧٩٩
٥	٩٠٣٠٩٨٠٠٠	٥	٩٠١٧٣٧٩٧٥	٥	٩٠٠٣٧٩٦٠	٥	٨٩٨٨٩٧٩٢٥	٥	٨٩٦٥٦٧٨٧١٠٠	٥	٨٩٥٢٥٧٨٧١٠٠	٥	٨٩٣٩٦٧٨٧١٠٠	٥	٨٩٢٦٦٧٨٧١٠٠	٥	٨٩١٣٦٧٨٧١٠٠

[illegible]

[illegible]

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
١٠٥٧٩٣٩٧	٨٥٠٠١	٠	٩٣٢٤٨	٨٥٧٦	٠	٩٣٢٠٢	٨٥٥١	٠	٩٣٠٧٥	٨٥٦٦	٠	٩٣٢٤٨	٨٥٧٦	٠	٩٣٢٠٢	٨٥٥١	٠	٩٣٠٧٥	٨٥٦٦	٠
٩٣٢٥٩٧	٨٥٠٠٢	٠	٩٣٢٣٤	٨٥٧٧	٦	٩٣٢٠٧	٨٥٥٢	٠	٩٣٠٨٠	٨٥٦٧	٠	٩٣٢٥٩٧	٨٥٠٠٢	٠	٩٣٢٣٤	٨٥٧٧	٦	٩٣٠٨٠	٨٥٦٧	٠
٩٣٢٥٩٧	٨٥٠٠٣	٠	٩٣٢٣٩	٨٥٧٨	٠	٩٣٢١٢	٨٥٥٣	٠	٩٣٠٨٥	٨٥٦٨	٠	٩٣٢٥٩٧	٨٥٠٠٣	٠	٩٣٢٣٩	٨٥٧٨	٠	٩٣٠٨٥	٨٥٦٨	٠
٩٣٢٦٧	٨٥٠٠٤	٠	٩٣٢٤٤	٨٥٧٩	٠	٩٣٢١٧	٨٥٥٤	٠	٩٣٠٩٠	٨٥٦٩	٠	٩٣٢٦٧	٨٥٠٠٤	٠	٩٣٢٤٤	٨٥٧٩	٠	٩٣٠٩٠	٨٥٦٩	٠
٩٣٢٧٥	٨٥٠٠٥	٠	٩٣٢٤٩	٨٥٨٠	٠	٩٣٢٢٢	٨٥٥٥	٠	٩٣٠٩٥	٨٥٧٠	٠	٩٣٢٧٥	٨٥٠٠٥	٠	٩٣٢٤٩	٨٥٨٠	٠	٩٣٠٩٥	٨٥٧٠	٠
٩٣٢٨٠	٨٥٠٠٦	٦	٩٣٢٥٤	٨٥٨١	٠	٩٣٢٢٧	٨٥٥٦	٠	٩٣١٠٠	٨٥٧١	٠	٩٣٢٨٠	٨٥٠٠٦	٦	٩٣٢٥٤	٨٥٨١	٠	٩٣١٠٠	٨٥٧١	٠
٩٣٢٨٥	٨٥٠٠٧	٠	٩٣٢٥٩	٨٥٨٢	٠	٩٣٢٣٢	٨٥٥٧	٠	٩٣١٠٥	٨٥٧٢	٠	٩٣٢٨٥	٨٥٠٠٧	٠	٩٣٢٥٩	٨٥٨٢	٠	٩٣١٠٥	٨٥٧٢	٠
٩٣٢٩٠	٨٥٠٠٨	٠	٩٣٢٦٤	٨٥٨٣	٠	٩٣٢٣٧	٨٥٥٨	٠	٩٣١١٠	٨٥٧٣	٠	٩٣٢٩٠	٨٥٠٠٨	٠	٩٣٢٦٤	٨٥٨٣	٠	٩٣١١٠	٨٥٧٣	٠
٩٣٢٩٥	٨٥٠٠٩	٠	٩٣٢٦٩	٨٥٨٤	٠	٩٣٢٤٢	٨٥٥٩	٠	٩٣١١٥	٨٥٧٤	٠	٩٣٢٩٥	٨٥٠٠٩	٠	٩٣٢٦٩	٨٥٨٤	٠	٩٣١١٥	٨٥٧٤	٠
٩٣٣٠٠	٨٥٠١٠	٠	٩٣٢٧٤	٨٥٨٥	٠	٩٣٢٤٧	٨٥٦٠	٠	٩٣١٢٠	٨٥٧٥	٠	٩٣٣٠٠	٨٥٠١٠	٠	٩٣٢٧٤	٨٥٨٥	٠	٩٣١٢٠	٨٥٧٥	٠
٩٣٣٠٥	٨٥٠١١	٠	٩٣٢٧٩	٨٥٨٦	٠	٩٣٢٥٢	٨٥٦١	٠	٩٣١٢٥	٨٥٧٦	٠	٩٣٣٠٥	٨٥٠١١	٠	٩٣٢٧٩	٨٥٨٦	٠	٩٣١٢٥	٨٥٧٦	٠
٩٣٣١٠	٨٥٠١٢	٦	٩٣٢٨٤	٨٥٨٧	٠	٩٣٢٥٧	٨٥٦٢	٠	٩٣١٣٠	٨٥٧٧	٦	٩٣٣١٠	٨٥٠١٢	٦	٩٣٢٨٤	٨٥٨٧	٠	٩٣١٣٠	٨٥٧٧	٦
٩٣٣١٥	٨٥٠١٣	٠	٩٣٢٨٩	٨٥٨٨	٠	٩٣٢٦٢	٨٥٦٣	٠	٩٣١٣٥	٨٥٧٨	٠	٩٣٣١٥	٨٥٠١٣	٠	٩٣٢٨٩	٨٥٨٨	٠	٩٣١٣٥	٨٥٧٨	٠
٩٣٣٢٠	٨٥٠١٤	٠	٩٣٢٩٤	٨٥٨٩	٠	٩٣٢٦٧	٨٥٦٤	٠	٩٣١٤٠	٨٥٧٩	٠	٩٣٣٢٠	٨٥٠١٤	٠	٩٣٢٩٤	٨٥٨٩	٠	٩٣١٤٠	٨٥٧٩	٠
٩٣٣٢٥	٨٥٠١٥	٦	٩٣٢٩٩	٨٥٩٠	٠	٩٣٢٧٢	٨٥٦٥	٠	٩٣١٤٥	٨٥٨٠	٠	٩٣٣٢٥	٨٥٠١٥	٦	٩٣٢٩٩	٨٥٩٠	٠	٩٣١٤٥	٨٥٨٠	٠
٩٣٣٣٠	٨٥٠١٦	٠	٩٣٣٠٤	٨٥٩١	٠	٩٣٢٧٧	٨٥٦٦	٠	٩٣١٥٠	٨٥٨١	٠	٩٣٣٣٠	٨٥٠١٦	٠	٩٣٣٠٤	٨٥٩١	٠	٩٣١٥٠	٨٥٨١	٠
٩٣٣٣٥	٨٥٠١٧	٠	٩٣٣٠٩	٨٥٩٢	٠	٩٣٢٨٢	٨٥٦٧	٠	٩٣١٥٥	٨٥٨٢	٠	٩٣٣٣٥	٨٥٠١٧	٠	٩٣٣٠٩	٨٥٩٢	٠	٩٣١٥٥	٨٥٨٢	٠
٩٣٣٤٠	٨٥٠١٨	٦	٩٣٣١٤	٨٥٩٣	٠	٩٣٢٨٧	٨٥٦٨	٠	٩٣١٦٠	٨٥٨٣	٠	٩٣٣٤٠	٨٥٠١٨	٦	٩٣٣١٤	٨٥٩٣	٠	٩٣١٦٠	٨٥٨٣	٠
٩٣٣٤٥	٨٥٠١٩	٠	٩٣٣١٩	٨٥٩٤	٠	٩٣٢٩٢	٨٥٦٩	٠	٩٣١٦٥	٨٥٨٤	٠	٩٣٣٤٥	٨٥٠١٩	٠	٩٣٣١٩	٨٥٩٤	٠	٩٣١٦٥	٨٥٨٤	٠
٩٣٣٥٠	٨٥٠٢٠	٠	٩٣٣٢٤	٨٥٩٥	٠	٩٣٢٩٧	٨٥٧٠	٠	٩٣١٧٠	٨٥٨٥	٠	٩٣٣٥٠	٨٥٠٢٠	٠	٩٣٣٢٤	٨٥٩٥	٠	٩٣١٧٠	٨٥٨٥	٠
٩٣٣٥٥	٨٥٠٢١	٠	٩٣٣٢٩	٨٥٩٦	٠	٩٣٣٠٢	٨٥٧١	٠	٩٣١٧٥	٨٥٨٦	٠	٩٣٣٥٥	٨٥٠٢١	٠	٩٣٣٢٩	٨٥٩٦	٠	٩٣١٧٥	٨٥٨٦	٠
٩٣٣٦٠	٨٥٠٢٢	٠	٩٣٣٣٤	٨٥٩٧	٠	٩٣٣٠٧	٨٥٧٢	٠	٩٣١٨٠	٨٥٨٧	٠	٩٣٣٦٠	٨٥٠٢٢	٠	٩٣٣٣٤	٨٥٩٧	٠	٩٣١٨٠	٨٥٨٧	٠
٩٣٣٦٥	٨٥٠٢٣	٦	٩٣٣٣٩	٨٥٩٨	٠	٩٣٣١٢	٨٥٧٣	٠	٩٣١٨٥	٨٥٨٨	٠	٩٣٣٦٥	٨٥٠٢٣	٦	٩٣٣٣٩	٨٥٩٨	٠	٩٣١٨٥	٨٥٨٨	٠
٩٣٣٧٠	٨٥٠٢٤	٠	٩٣٣٤٤	٨٥٩٩	٠	٩٣٣١٧	٨٥٧٤	٠	٩٣١٩٠	٨٥٨٩	٠	٩٣٣٧٠	٨٥٠٢٤	٠	٩٣٣٤٤	٨٥٩٩	٠	٩٣١٩٠	٨٥٨٩	٠
٩٣٣٧٥	٨٥٠٢٥	٠	٩٣٣٤٩	٨٥٩٩	٠	٩٣٣٢٢	٨٥٧٥	٠	٩٣١٩٥	٨٥٩٠	٠	٩٣٣٧٥	٨٥٠٢٥	٠	٩٣٣٤٩	٨٥٩٩	٠	٩٣١٩٥	٨٥٩٠	٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٢٠٨٢	٨٧٢٦	٠	٩٣٩٥٧	٨٧٠١	٠	٩٣٨٢٢	٨٦٧٦	٠	٩٣٧٠٧	٨٦٥١	٠	٩٣٥٨١	٨٦٦٦	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٧	٠
٩٢٠٨٦	٨٧٢٧	٤	٩٣٩٦٢	٨٧٠٢	٠	٩٣٨٢٧	٨٦٧٧	٠	٩٣٧١٢	٨٦٥٢	٠	٩٣٥٨٦	٨٦٧٧	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٧	٠
٩٢٠٩١	٨٧٢٨	٠	٩٣٩٦٧	٨٧٠٣	٠	٩٣٨٢٢	٨٦٧٨	٠	٩٣٧١٧	٨٦٥٣	٠	٩٣٥٩١	٨٦٧٨	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٨	٠
٩٢٠٩٦	٨٧٢٩	٠	٩٣٩٧٢	٨٧٠٤	٠	٩٣٨٢٧	٨٦٧٩	٠	٩٣٧٢٢	٨٦٥٤	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٠١	٨٧٣٠	٠	٩٣٩٧٧	٨٧٠٥	٠	٩٣٨٥٢	٨٦٨٠	٠	٩٣٧٢٧	٨٦٥٥	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٠٦	٨٧٣١	٠	٩٣٩٨٢	٨٧٠٦	٠	٩٣٨٥٧	٨٦٨١	٠	٩٣٧٣٢	٨٦٥٦	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١١١	٨٧٣٢	٠	٩٣٩٨٧	٨٧٠٧	٠	٩٣٨٦٢	٨٦٨٢	٠	٩٣٧٣٧	٨٦٥٧	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١١٦	٨٧٣٣	٠	٩٣٩٩٢	٨٧٠٨	٠	٩٣٨٦٧	٨٦٨٣	٠	٩٣٧٤٢	٨٦٥٨	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٢١	٨٧٣٤	٠	٩٣٩٩٧	٨٧٠٩	٠	٩٣٨٧٢	٨٦٨٤	٠	٩٣٧٤٧	٨٦٥٩	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٢٦	٨٧٣٥	٠	٩٣١٠٠	٨٧١٠	٠	٩٣٨٧٧	٨٦٨٥	٠	٩٣٧٥٢	٨٦٦٠	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٣١	٨٧٣٦	٠	٩٣١٠٠	٨٧١١	٠	٩٣٨٨٢	٨٦٨٦	٠	٩٣٧٥٧	٨٦٦١	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٣٦	٨٧٣٧	٠	٩٣١٠١	٨٧١٢	٠	٩٣٨٨٧	٨٦٨٧	٠	٩٣٧٦٢	٨٦٦٢	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٤١	٨٧٣٨	٠	٩٣١٠٢	٨٧١٣	٠	٩٣٨٩٢	٨٦٨٨	٠	٩٣٧٦٧	٨٦٦٣	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٤٦	٨٧٣٩	٠	٩٣١٠٣	٨٧١٤	٠	٩٣٨٩٧	٨٦٨٩	٠	٩٣٧٧٢	٨٦٦٤	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٥١	٨٧٤٠	٠	٩٣١٠٤	٨٧١٥	٠	٩٣٩٠٢	٨٦٩٠	٠	٩٣٧٧٧	٨٦٦٥	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٥٦	٨٧٤١	٠	٩٣١٠٥	٨٧١٦	٠	٩٣٩٠٧	٨٦٩١	٠	٩٣٧٨٢	٨٦٦٦	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٦١	٨٧٤٢	٠	٩٣١٠٦	٨٧١٧	٠	٩٣٩١٢	٨٦٩٢	٠	٩٣٧٨٧	٨٦٦٧	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٦٦	٨٧٤٣	٠	٩٣١٠٧	٨٧١٨	٠	٩٣٩١٧	٨٦٩٣	٠	٩٣٧٩٢	٨٦٦٨	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٧١	٨٧٤٤	٠	٩٣١٠٨	٨٧١٩	٠	٩٣٩٢٢	٨٦٩٤	٠	٩٣٧٩٧	٨٦٦٩	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٧٦	٨٧٤٥	٠	٩٣١٠٩	٨٧٢٠	٠	٩٣٩٢٧	٨٦٩٥	٠	٩٣٨٠٢	٨٦٧٠	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٨١	٨٧٤٦	٠	٩٣١١٠	٨٧٢١	٠	٩٣٩٣٢	٨٦٩٦	٠	٩٣٨٠٧	٨٦٧١	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٨٦	٨٧٤٧	٠	٩٣١١١	٨٧٢٢	٠	٩٣٩٣٧	٨٦٩٧	٠	٩٣٨١٢	٨٦٧٢	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٩١	٨٧٤٨	٠	٩٣١١٢	٨٧٢٣	٠	٩٣٩٤٢	٨٦٩٨	٠	٩٣٨١٧	٨٦٧٣	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢١٩٦	٨٧٤٩	٠	٩٣١١٣	٨٧٢٤	٠	٩٣٩٤٧	٨٦٩٩	٠	٩٣٨٢٢	٨٦٧٤	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠
٩٢٢٠١	٨٧٥٠	٠	٩٣١١٤	٨٧٢٥	٠	٩٣٩٥٢	٨٧٠٠	٠	٩٣٨٢٧	٨٦٧٥	٠	٩٣٥٩٦	٨٦٧٩	٠	٩٣٤٥٦	٨٦٧٩	٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٨٨٧٦	٩٤٨٣٢	٠	٨٩٦١	٩٥٢٧	٠	٨٩٣٦	٩٥٦٦	٠	٨٩١٠	٩٤٩٤٣	٠	٨٨٧٦	٩٤٨٣٢	٠	٨٩٦١	٩٥٢٧	٠
٨٨٧٧	٩٤٨٣٧	١	٨٩٦٢	٩٥٢٨	١	٨٩٣٧	٩٥٦٧	١	٨٩١١	٩٤٩٤٤	١	٨٨٧٧	٩٤٨٣٧	١	٨٩٦٢	٩٥٢٨	١
٨٨٧٨	٩٤٨٣٢	٢	٨٩٦٣	٩٥٢٩	٢	٨٩٣٨	٩٥٦٨	٢	٨٩١٢	٩٤٩٤٥	٢	٨٨٧٨	٩٤٨٣٢	٢	٨٩٦٣	٩٥٢٩	٢
٨٨٧٩	٩٤٨٣٦	٣	٨٩٦٤	٩٥٣٠	٣	٨٩٣٩	٩٥٦٩	٣	٨٩١٣	٩٤٩٤٦	٣	٨٨٧٩	٩٤٨٣٦	٣	٨٩٦٤	٩٥٣٠	٣
٨٨٨٠	٩٤٨٤١	٤	٨٩٦٥	٩٥٣١	٤	٨٩٤٠	٩٥٧٠	٤	٨٩١٤	٩٤٩٤٧	٤	٨٨٨٠	٩٤٨٤١	٤	٨٩٦٥	٩٥٣١	٤
٨٨٨١	٩٤٨٤٦	٥	٨٩٦٦	٩٥٣٢	٥	٨٩٤١	٩٥٧١	٥	٨٩١٥	٩٤٩٤٨	٥	٨٨٨١	٩٤٨٤٦	٥	٨٩٦٦	٩٥٣٢	٥
٨٨٨٢	٩٤٨٥١	٦	٨٩٦٧	٩٥٣٣	٦	٨٩٤٢	٩٥٧٢	٦	٨٩١٦	٩٤٩٤٩	٦	٨٨٨٢	٩٤٨٥١	٦	٨٩٦٧	٩٥٣٣	٦
٨٨٨٣	٩٤٨٥٦	٧	٨٩٦٨	٩٥٣٤	٧	٨٩٤٣	٩٥٧٣	٧	٨٩١٧	٩٤٩٥٠	٧	٨٨٨٣	٩٤٨٥٦	٧	٨٩٦٨	٩٥٣٤	٧
٨٨٨٤	٩٤٨٦١	٨	٨٩٦٩	٩٥٣٥	٨	٨٩٤٤	٩٥٧٤	٨	٨٩١٨	٩٤٩٥١	٨	٨٨٨٤	٩٤٨٦١	٨	٨٩٦٩	٩٥٣٥	٨
٨٨٨٥	٩٤٨٦٦	٩	٨٩٧٠	٩٥٣٦	٩	٨٩٤٥	٩٥٧٥	٩	٨٩١٩	٩٤٩٥٢	٩	٨٨٨٥	٩٤٨٦٦	٩	٨٩٧٠	٩٥٣٦	٩
٨٨٨٦	٩٤٨٧١	١٠	٨٩٧١	٩٥٣٧	١٠	٨٩٤٦	٩٥٧٦	١٠	٨٩٢٠	٩٤٩٥٣	١٠	٨٨٨٦	٩٤٨٧١	١٠	٨٩٧١	٩٥٣٧	١٠
٨٨٨٧	٩٤٨٧٦	١١	٨٩٧٢	٩٥٣٨	١١	٨٩٤٧	٩٥٧٧	١١	٨٩٢١	٩٤٩٥٤	١١	٨٨٨٧	٩٤٨٧٦	١١	٨٩٧٢	٩٥٣٨	١١
٨٨٨٨	٩٤٨٨٠	١٢	٨٩٧٣	٩٥٣٩	١٢	٨٩٤٨	٩٥٧٨	١٢	٨٩٢٢	٩٤٩٥٥	١٢	٨٨٨٨	٩٤٨٨٠	١٢	٨٩٧٣	٩٥٣٩	١٢
٨٨٨٩	٩٤٨٨٥	١٣	٨٩٧٤	٩٥٤٠	١٣	٨٩٤٩	٩٥٧٩	١٣	٨٩٢٣	٩٤٩٥٦	١٣	٨٨٨٩	٩٤٨٨٥	١٣	٨٩٧٤	٩٥٤٠	١٣
٨٨٩٠	٩٤٨٩٠	١٤	٨٩٧٥	٩٥٤١	١٤	٨٩٥٠	٩٥٨٠	١٤	٨٩٢٤	٩٤٩٥٧	١٤	٨٨٩٠	٩٤٨٩٠	١٤	٨٩٧٥	٩٥٤١	١٤
٨٨٩١	٩٤٨٩٥	١٥	٨٩٧٦	٩٥٤٢	١٥	٨٩٥١	٩٥٨١	١٥	٨٩٢٥	٩٤٩٥٨	١٥	٨٨٩١	٩٤٨٩٥	١٥	٨٩٧٦	٩٥٤٢	١٥
٨٨٩٢	٩٤٩٠٠	١٦	٨٩٧٧	٩٥٤٣	١٦	٨٩٥٢	٩٥٨٢	١٦	٨٩٢٦	٩٤٩٥٩	١٦	٨٨٩٢	٩٤٩٠٠	١٦	٨٩٧٧	٩٥٤٣	١٦
٨٨٩٣	٩٤٩٠٥	١٧	٨٩٧٨	٩٥٤٤	١٧	٨٩٥٣	٩٥٨٣	١٧	٨٩٢٧	٩٤٩٦٠	١٧	٨٨٩٣	٩٤٩٠٥	١٧	٨٩٧٨	٩٥٤٤	١٧
٨٨٩٤	٩٤٩١٠	١٨	٨٩٧٩	٩٥٤٥	١٨	٨٩٥٤	٩٥٨٤	١٨	٨٩٢٨	٩٤٩٦١	١٨	٨٨٩٤	٩٤٩١٠	١٨	٨٩٧٩	٩٥٤٥	١٨
٨٨٩٥	٩٤٩١٥	١٩	٨٩٨٠	٩٥٤٦	١٩	٨٩٥٥	٩٥٨٥	١٩	٨٩٢٩	٩٤٩٦٢	١٩	٨٨٩٥	٩٤٩١٥	١٩	٨٩٨٠	٩٥٤٦	١٩
٨٨٩٦	٩٤٩١٩	٢٠	٨٩٨١	٩٥٤٧	٢٠	٨٩٥٦	٩٥٨٦	٢٠	٨٩٣٠	٩٤٩٦٣	٢٠	٨٨٩٦	٩٤٩١٩	٢٠	٨٩٨١	٩٥٤٧	٢٠
٨٨٩٧	٩٤٩٢٤	٢١	٨٩٨٢	٩٥٤٨	٢١	٨٩٥٧	٩٥٨٧	٢١	٨٩٣١	٩٤٩٦٤	٢١	٨٨٩٧	٩٤٩٢٤	٢١	٨٩٨٢	٩٥٤٨	٢١
٨٨٩٨	٩٤٩٢٩	٢٢	٨٩٨٣	٩٥٤٩	٢٢	٨٩٥٨	٩٥٨٨	٢٢	٨٩٣٢	٩٤٩٦٥	٢٢	٨٨٩٨	٩٤٩٢٩	٢٢	٨٩٨٣	٩٥٤٩	٢٢
٨٨٩٩	٩٤٩٣٣	٢٣	٨٩٨٤	٩٥٥٠	٢٣	٨٩٥٩	٩٥٨٩	٢٣	٨٩٣٣	٩٤٩٦٦	٢٣	٨٨٩٩	٩٤٩٣٣	٢٣	٨٩٨٤	٩٥٥٠	٢٣
٨٩٠٠	٩٤٩٣٨	٢٤	٨٩٨٥	٩٥٥١	٢٤	٨٩٦٠	٩٥٩٠	٢٤	٨٩٣٤	٩٤٩٦٧	٢٤	٨٩٠٠	٩٤٩٣٨	٢٤	٨٩٨٥	٩٥٥١	٢٤

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٦٥٠١	٩٢٢٦	٤	٩٦٣٨٤	٩٢٠١	٤	٩٦٣٦٥	٩١٧٦	٥	٩٦١٤٧	٩١٥١	٥	٩٦٠٢٨	٩١٢٦	٥	٩٦٠٠٩	٩١٠١	٥
٩٦٥٠٦	٩٢٢٧	٥	٩٦٣٨٨	٩٢٠٢	٥	٩٦٣٧٠	٩١٧٧	٥	٩٦١٥٢	٩١٥٢	٥	٩٦٠٣٣	٩١٢٧	٥	٩٦٠١٤	٩١٠٢	٥
٩٦٥١١	٩٢٢٨	٥	٩٦٣٩٣	٩٢٠٣	٥	٩٦٣٧٥	٩١٧٨	٥	٩٦١٥٦	٩١٥٣	٥	٩٦٠٣٨	٩١٢٨	٥	٩٦٠١٨	٩١٠٣	٥
٩٦٥١٥	٩٢٢٩	٤	٩٦٣٩٨	٩٢٠٤	٥	٩٦٣٨٠	٩١٧٩	٥	٩٦١٦١	٩١٥٤	٤	٩٦٠٤٣	٩١٢٩	٤	٩٦٠٢٢	٩١٠٤	٤
٩٦٥٢٠	٩٢٣٠	٥	٩٦٤٠٣	٩٢٠٥	٤	٩٦٣٨٤	٩١٨٠	٤	٩٦١٦٦	٩١٥٥	٥	٩٦٠٤٧	٩١٣٠	٥	٩٦٠٢٦	٩١٠٥	٥
٩٦٥٢٥	٩٢٣١	٥	٩٦٤٠٧	٩٢٠٦	٥	٩٦٣٨٩	٩١٨١	٥	٩٦١٧١	٩١٥٦	٥	٩٦٠٥٢	٩١٣١	٥	٩٦٠٣٠	٩١٠٦	٥
٩٦٥٣٠	٩٢٣٢	٥	٩٦٤١٢	٩٢٠٧	٥	٩٦٣٩٤	٩١٨٢	٥	٩٦١٧٥	٩١٥٧	٤	٩٦٠٥٧	٩١٣٢	٥	٩٦٠٣٤	٩١٠٧	٥
٩٦٥٣٤	٩٢٣٣	٤	٩٦٤١٧	٩٢٠٨	٤	٩٦٣٩٨	٩١٨٣	٤	٩٦١٨٠	٩١٥٨	٥	٩٦٠٦١	٩١٣٣	٥	٩٦٠٣٨	٩١٠٨	٥
٩٦٥٣٩	٩٢٣٤	٥	٩٦٤٢١	٩٢٠٩	٥	٩٦٣٠٣	٩١٨٤	٥	٩٦١٨٥	٩١٥٩	٥	٩٦٠٦٦	٩١٣٤	٥	٩٦٠٤٢	٩١٠٩	٥
٩٦٥٤٤	٩٢٣٥	٥	٩٦٤٢٦	٩٢١٠	٥	٩٦٣٠٨	٩١٨٥	٥	٩٦١٩٠	٩١٦٠	٥	٩٦٠٧١	٩١٣٥	٥	٩٦٠٤٦	٩١١٠	٥
٩٦٥٤٨	٩٢٣٦	٤	٩٦٤٣١	٩٢١١	٥	٩٦٣١٣	٩١٨٦	٥	٩٦١٩٤	٩١٦١	٤	٩٦٠٧٦	٩١٣٦	٥	٩٦٠٥٠	٩١١١	٥
٩٦٥٥٣	٩٢٣٧	٥	٩٦٤٣٥	٩٢١٢	٤	٩٦٣١٧	٩١٨٧	٤	٩٦١٩٩	٩١٦٢	٥	٩٦٠٨٠	٩١٣٧	٤	٩٦٠٥٤	٩١١٢	٥
٩٦٥٥٨	٩٢٣٨	٥	٩٦٤٤٠	٩٢١٣	٥	٩٦٣٢٢	٩١٨٨	٥	٩٦٢٠٤	٩١٦٣	٥	٩٦٠٨٥	٩١٣٨	٥	٩٦٠٥٨	٩١١٣	٥
٩٦٥٦٢	٩٢٣٩	٤	٩٦٤٤٥	٩٢١٤	٥	٩٦٣٢٧	٩١٨٩	٥	٩٦٢٠٩	٩١٦٤	٥	٩٦٠٩٠	٩١٣٩	٥	٩٦٠٦٢	٩١١٤	٥
٩٦٥٦٧	٩٢٤٠	٥	٩٦٤٥٠	٩٢١٥	٥	٩٦٣٣٢	٩١٩٠	٥	٩٦٢١٣	٩١٦٥	٥	٩٦٠٩٥	٩١٤٠	٥	٩٦٠٦٦	٩١١٥	٥
٩٦٥٧٢	٩٢٤١	٥	٩٦٤٥٥	٩٢١٦	٤	٩٦٣٣٦	٩١٩١	٥	٩٦٢١٨	٩١٦٦	٥	٩٦٠٩٩	٩١٤١	٥	٩٦٠٧٠	٩١١٦	٥
٩٦٥٧٧	٩٢٤٢	٤	٩٦٤٥٩	٩٢١٧	٥	٩٦٣٤١	٩١٩٢	٥	٩٦٢٢٣	٩١٦٧	٤	٩٦١٠٤	٩١٤٢	٥	٩٦٠٧٤	٩١١٧	٥
٩٦٥٨١	٩٢٤٣	٥	٩٦٤٦٤	٩٢١٨	٥	٩٦٣٤٦	٩١٩٣	٥	٩٦٢٢٧	٩١٦٨	٥	٩٦١٠٩	٩١٤٣	٥	٩٦٠٧٨	٩١١٨	٥
٩٦٥٨٦	٩٢٤٤	٥	٩٦٤٦٨	٩٢١٩	٤	٩٦٣٥٠	٩١٩٤	٥	٩٦٢٣٢	٩١٦٩	٥	٩٦١١٤	٩١٤٤	٥	٩٦٠٨٢	٩١١٩	٥
٩٦٥٩١	٩٢٤٥	٥	٩٦٤٧٣	٩٢٢٠	٥	٩٦٣٥٥	٩١٩٥	٥	٩٦٢٣٧	٩١٧٠	٥	٩٦١١٨	٩١٤٥	٥	٩٦٠٨٦	٩١٢٠	٥
٩٦٥٩٥	٩٢٤٦	٥	٩٦٤٧٨	٩٢٢١	٥	٩٦٣٦٠	٩١٩٦	٥	٩٦٢٤٢	٩١٧١	٥	٩٦١٢٣	٩١٤٦	٥	٩٦٠٩٠	٩١٢١	٥
٩٦٦٠٠	٩٢٤٧	٥	٩٦٤٨٣	٩٢٢٢	٤	٩٦٣٦٥	٩١٩٧	٤	٩٦٢٤٦	٩١٧٢	٥	٩٦١٢٨	٩١٤٧	٥	٩٦٠٩٤	٩١٢٢	٥
٩٦٦٠٥	٩٢٤٨	٥	٩٦٤٨٧	٩٢٢٣	٥	٩٦٣٦٩	٩١٩٨	٥	٩٦٢٥١	٩١٧٣	٥	٩٦١٣٣	٩١٤٨	٥	٩٦٠٩٨	٩١٢٣	٥
٩٦٦٠٩	٩٢٤٩	٤	٩٦٤٩٢	٩٢٢٤	٥	٩٦٣٧٤	٩١٩٩	٥	٩٦٢٥٦	٩١٧٤	٥	٩٦١٣٧	٩١٤٩	٥	٩٦٠٩٢	٩١٢٤	٥
٩٦٦١٤	٩٢٥٠	٥	٩٦٤٩٧	٩٢٢٥	٥	٩٦٣٧٩	٩٢٠٠	٥	٩٦٢٦١	٩١٧٥	٥	٩٦١٤٢	٩١٥٠	٥	٩٦٠٩٦	٩١٢٥	٥

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٢٥١	٩٦٦٩	٠	٩٢٥١	٩٦٧٠	٠	٩٢٥١	٩٦٧١	٠	٩٢٥١	٩٦٧٢	٠	٩٢٥١	٩٦٧٣	٠	٩٢٥١	٩٦٧٤	٠
٩٢٥٢	٩٦٦٩	١	٩٢٥٢	٩٦٧١	١	٩٢٥٢	٩٦٧٢	١	٩٢٥٢	٩٦٧٣	١	٩٢٥٢	٩٦٧٤	١	٩٢٥٢	٩٦٧٥	١
٩٢٥٣	٩٦٦٩	٢	٩٢٥٣	٩٦٧٢	٢	٩٢٥٣	٩٦٧٣	٢	٩٢٥٣	٩٦٧٤	٢	٩٢٥٣	٩٦٧٥	٢	٩٢٥٣	٩٦٧٦	٢
٩٢٥٤	٩٦٦٩	٣	٩٢٥٤	٩٦٧٣	٣	٩٢٥٤	٩٦٧٤	٣	٩٢٥٤	٩٦٧٥	٣	٩٢٥٤	٩٦٧٦	٣	٩٢٥٤	٩٦٧٧	٣
٩٢٥٥	٩٦٦٩	٤	٩٢٥٥	٩٦٧٤	٤	٩٢٥٥	٩٦٧٥	٤	٩٢٥٥	٩٦٧٦	٤	٩٢٥٥	٩٦٧٧	٤	٩٢٥٥	٩٦٧٨	٤
٩٢٥٦	٩٦٦٩	٥	٩٢٥٦	٩٦٧٥	٥	٩٢٥٦	٩٦٧٦	٥	٩٢٥٦	٩٦٧٧	٥	٩٢٥٦	٩٦٧٨	٥	٩٢٥٦	٩٦٧٩	٥
٩٢٥٧	٩٦٦٩	٦	٩٢٥٧	٩٦٧٦	٦	٩٢٥٧	٩٦٧٧	٦	٩٢٥٧	٩٦٧٨	٦	٩٢٥٧	٩٦٧٩	٦	٩٢٥٧	٩٦٨٠	٦
٩٢٥٨	٩٦٦٩	٧	٩٢٥٨	٩٦٧٧	٧	٩٢٥٨	٩٦٧٨	٧	٩٢٥٨	٩٦٧٩	٧	٩٢٥٨	٩٦٨٠	٧	٩٢٥٨	٩٦٨١	٧
٩٢٥٩	٩٦٦٩	٨	٩٢٥٩	٩٦٧٨	٨	٩٢٥٩	٩٦٧٩	٨	٩٢٥٩	٩٦٨٠	٨	٩٢٥٩	٩٦٨١	٨	٩٢٥٩	٩٦٨٢	٨
٩٢٦٠	٩٦٦٩	٩	٩٢٦٠	٩٦٧٩	٩	٩٢٦٠	٩٦٨٠	٩	٩٢٦٠	٩٦٨١	٩	٩٢٦٠	٩٦٨٢	٩	٩٢٦٠	٩٦٨٣	٩
٩٢٦١	٩٦٦٩	١٠	٩٢٦١	٩٦٨٠	١٠	٩٢٦١	٩٦٨١	١٠	٩٢٦١	٩٦٨٢	١٠	٩٢٦١	٩٦٨٣	١٠	٩٢٦١	٩٦٨٤	١٠
٩٢٦٢	٩٦٦٩	١١	٩٢٦٢	٩٦٨١	١١	٩٢٦٢	٩٦٨٢	١١	٩٢٦٢	٩٦٨٣	١١	٩٢٦٢	٩٦٨٤	١١	٩٢٦٢	٩٦٨٥	١١
٩٢٦٣	٩٦٦٩	١٢	٩٢٦٣	٩٦٨٢	١٢	٩٢٦٣	٩٦٨٣	١٢	٩٢٦٣	٩٦٨٤	١٢	٩٢٦٣	٩٦٨٥	١٢	٩٢٦٣	٩٦٨٦	١٢
٩٢٦٤	٩٦٦٩	١٣	٩٢٦٤	٩٦٨٣	١٣	٩٢٦٤	٩٦٨٤	١٣	٩٢٦٤	٩٦٨٥	١٣	٩٢٦٤	٩٦٨٦	١٣	٩٢٦٤	٩٦٨٧	١٣
٩٢٦٥	٩٦٦٩	١٤	٩٢٦٥	٩٦٨٤	١٤	٩٢٦٥	٩٦٨٥	١٤	٩٢٦٥	٩٦٨٦	١٤	٩٢٦٥	٩٦٨٧	١٤	٩٢٦٥	٩٦٨٨	١٤
٩٢٦٦	٩٦٦٩	١٥	٩٢٦٦	٩٦٨٥	١٥	٩٢٦٦	٩٦٨٦	١٥	٩٢٦٦	٩٦٨٧	١٥	٩٢٦٦	٩٦٨٨	١٥	٩٢٦٦	٩٦٨٩	١٥
٩٢٦٧	٩٦٦٩	١٦	٩٢٦٧	٩٦٨٦	١٦	٩٢٦٧	٩٦٨٧	١٦	٩٢٦٧	٩٦٨٨	١٦	٩٢٦٧	٩٦٨٩	١٦	٩٢٦٧	٩٦٩٠	١٦
٩٢٦٨	٩٦٦٩	١٧	٩٢٦٨	٩٦٨٧	١٧	٩٢٦٨	٩٦٨٨	١٧	٩٢٦٨	٩٦٨٩	١٧	٩٢٦٨	٩٦٩٠	١٧	٩٢٦٨	٩٦٩١	١٧
٩٢٦٩	٩٦٦٩	١٨	٩٢٦٩	٩٦٨٨	١٨	٩٢٦٩	٩٦٨٩	١٨	٩٢٦٩	٩٦٩٠	١٨	٩٢٦٩	٩٦٩١	١٨	٩٢٦٩	٩٦٩٢	١٨
٩٢٧٠	٩٦٦٩	١٩	٩٢٧٠	٩٦٨٩	١٩	٩٢٧٠	٩٦٩٠	١٩	٩٢٧٠	٩٦٩١	١٩	٩٢٧٠	٩٦٩٢	١٩	٩٢٧٠	٩٦٩٣	١٩
٩٢٧١	٩٦٦٩	٢٠	٩٢٧١	٩٦٩٠	٢٠	٩٢٧١	٩٦٩١	٢٠	٩٢٧١	٩٦٩٢	٢٠	٩٢٧١	٩٦٩٣	٢٠	٩٢٧١	٩٦٩٤	٢٠
٩٢٧٢	٩٦٦٩	٢١	٩٢٧٢	٩٦٩١	٢١	٩٢٧٢	٩٦٩٢	٢١	٩٢٧٢	٩٦٩٣	٢١	٩٢٧٢	٩٦٩٤	٢١	٩٢٧٢	٩٦٩٥	٢١
٩٢٧٣	٩٦٦٩	٢٢	٩٢٧٣	٩٦٩٢	٢٢	٩٢٧٣	٩٦٩٣	٢٢	٩٢٧٣	٩٦٩٤	٢٢	٩٢٧٣	٩٦٩٥	٢٢	٩٢٧٣	٩٦٩٦	٢٢
٩٢٧٤	٩٦٦٩	٢٣	٩٢٧٤	٩٦٩٣	٢٣	٩٢٧٤	٩٦٩٤	٢٣	٩٢٧٤	٩٦٩٥	٢٣	٩٢٧٤	٩٦٩٦	٢٣	٩٢٧٤	٩٦٩٧	٢٣
٩٢٧٥	٩٦٦٩	٢٤	٩٢٧٥	٩٦٩٤	٢٤	٩٢٧٥	٩٦٩٥	٢٤	٩٢٧٥	٩٦٩٦	٢٤	٩٢٧٥	٩٦٩٧	٢٤	٩٢٧٥	٩٦٩٨	٢٤
٩٢٧٦	٩٦٦٩	٢٥	٩٢٧٦	٩٦٩٥	٢٥	٩٢٧٦	٩٦٩٦	٢٥	٩٢٧٦	٩٦٩٧	٢٥	٩٢٧٦	٩٦٩٨	٢٥	٩٢٧٦	٩٦٩٩	٢٥
٩٢٧٧	٩٦٦٩	٢٦	٩٢٧٧	٩٦٩٦	٢٦	٩٢٧٧	٩٦٩٧	٢٦	٩٢٧٧	٩٦٩٨	٢٦	٩٢٧٧	٩٦٩٩	٢٦	٩٢٧٧	٩٦٩٩	٢٦
٩٢٧٨	٩٦٦٩	٢٧	٩٢٧٨	٩٦٩٧	٢٧	٩٢٧٨	٩٦٩٨	٢٧	٩٢٧٨	٩٦٩٩	٢٧	٩٢٧٨	٩٦٩٩	٢٧	٩٢٧٨	٩٦٩٩	٢٧
٩٢٧٩	٩٦٦٩	٢٨	٩٢٧٩	٩٦٩٨	٢٨	٩٢٧٩	٩٦٩٩	٢٨	٩٢٧٩	٩٦٩٩	٢٨	٩٢٧٩	٩٦٩٩	٢٨	٩٢٧٩	٩٦٩٩	٢٨
٩٢٨٠	٩٦٦٩	٢٩	٩٢٨٠	٩٦٩٩	٢٩	٩٢٨٠	٩٦٩٩	٢٩	٩٢٨٠	٩٦٩٩	٢٩	٩٢٨٠	٩٦٩٩	٢٩	٩٢٨٠	٩٦٩٩	٢٩
٩٢٨١	٩٦٦٩	٣٠	٩٢٨١	٩٦٩٩	٣٠	٩٢٨١	٩٦٩٩	٣٠	٩٢٨١	٩٦٩٩	٣٠	٩٢٨١	٩٦٩٩	٣٠	٩٢٨١	٩٦٩٩	٣٠

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٢٥١	٩٦٦١٩	٠	٩٢٥٢	٩٦٦٢٤	٠	٩٢٥٣	٩٦٦٢٨	٠	٩٢٥٤	٩٦٦٣٣	٠	٩٢٥٥	٩٦٦٣٨	٠	٩٢٥٦	٩٦٦٤٢	٠
٩٢٥٧	٩٦٦٤٧	٠	٩٢٥٨	٩٦٦٥٢	٠	٩٢٥٩	٩٦٦٥٦	٠	٩٢٦٠	٩٦٦٦١	٠	٩٢٦١	٩٦٦٦٦	٠	٩٢٦٢	٩٦٦٧٠	٠
٩٢٦٣	٩٦٦٧٥	٠	٩٢٦٤	٩٦٦٨٠	٠	٩٢٦٥	٩٦٦٨٤	٠	٩٢٦٦	٩٦٦٨٨	٠	٩٢٦٧	٩٦٦٩٢	٠	٩٢٦٨	٩٦٦٩٦	٠
٩٢٦٩	٩٦٧٠١	٠	٩٢٧٠	٩٦٧٠٥	٠	٩٢٧١	٩٦٧٠٩	٠	٩٢٧٢	٩٦٧١٣	٠	٩٢٧٣	٩٦٧١٧	٠	٩٢٧٤	٩٦٧٢١	٠
٩٢٧٥	٩٦٧٢٦	٠	٩٢٧٦	٩٦٧٣١	٠	٩٢٧٧	٩٦٧٣٦	٠	٩٢٧٨	٩٦٧٤٠	٠	٩٢٧٩	٩٦٧٤٥	٠	٩٢٨٠	٩٦٧٤٩	٠
٩٢٨١	٩٦٧٥٩	٠	٩٢٨٢	٩٦٧٦٤	٠	٩٢٨٣	٩٦٧٦٩	٠	٩٢٨٤	٩٦٧٧٤	٠	٩٢٨٥	٩٦٧٧٨	٠	٩٢٨٦	٩٦٧٨٣	٠
٩٢٨٧	٩٦٧٨٧	٠	٩٢٨٨	٩٦٧٩٢	٠	٩٢٨٩	٩٦٧٩٦	٠	٩٢٩٠	٩٦٨٠١	٠	٩٢٩١	٩٦٨٠٥	٠	٩٢٩٢	٩٦٨١٠	٠
٩٢٩٣	٩٦٨١٦	٠	٩٢٩٤	٩٦٨٢١	٠	٩٢٩٥	٩٦٨٢٦	٠	٩٢٩٦	٩٦٨٣١	٠	٩٢٩٧	٩٦٨٣٦	٠	٩٢٩٨	٩٦٨٤٠	٠
٩٢٩٩	٩٦٨٤٥	٠	٩٣٠٠	٩٦٨٤٩	٠	٩٣٠١	٩٦٨٥٤	٠	٩٣٠٢	٩٦٨٥٩	٠	٩٣٠٣	٩٦٨٦٣	٠	٩٣٠٤	٩٦٨٦٧	٠
٩٣٠٥	٩٦٨٧٢	٠	٩٣٠٦	٩٦٨٧٦	٠	٩٣٠٧	٩٦٨٨١	٠	٩٣٠٨	٩٦٨٨٦	٠	٩٣٠٩	٩٦٨٩١	٠	٩٣١٠	٩٦٨٩٥	٠
٩٣١١	٩٦٩٠٠	٠	٩٣١٢	٩٦٩٠٤	٠	٩٣١٣	٩٦٩٠٩	٠	٩٣١٤	٩٦٩١٤	٠	٩٣١٥	٩٦٩١٨	٠	٩٣١٦	٩٦٩٢٢	٠
٩٣١٧	٩٦٩٢٧	٠	٩٣١٨	٩٦٩٣٢	٠	٩٣١٩	٩٦٩٣٦	٠	٩٣٢٠	٩٦٩٤١	٠	٩٣٢١	٩٦٩٤٥	٠	٩٣٢٢	٩٦٩٤٩	٠
٩٣٢٣	٩٦٩٥٦	٠	٩٣٢٤	٩٦٩٦١	٠	٩٣٢٥	٩٦٩٦٥	٠	٩٣٢٦	٩٦٩٦٩	٠	٩٣٢٧	٩٦٩٧٣	٠	٩٣٢٨	٩٦٩٧٧	٠
٩٣٢٩	٩٦٩٨٠	٠	٩٣٣٠	٩٦٩٨٤	٠	٩٣٣١	٩٦٩٨٨	٠	٩٣٣٢	٩٦٩٩٢	٠	٩٣٣٣	٩٦٩٩٦	٠	٩٣٣٤	٩٦٩٩٩	٠
٩٣٣٥	٩٧٠٠١	٠	٩٣٣٦	٩٧٠٠٥	٠	٩٣٣٧	٩٧٠٠٩	٠	٩٣٣٨	٩٧٠١٣	٠	٩٣٣٩	٩٧٠١٧	٠	٩٣٤٠	٩٧٠٢١	٠
٩٣٤١	٩٧٠٢٦	٠	٩٣٤٢	٩٧٠٢٩	٠	٩٣٤٣	٩٧٠٣٣	٠	٩٣٤٤	٩٧٠٣٦	٠	٩٣٤٥	٩٧٠٣٩	٠	٩٣٤٦	٩٧٠٤٢	٠
٩٣٤٧	٩٧٠٤٧	٠	٩٣٤٨	٩٧٠٤٩	٠	٩٣٤٩	٩٧٠٥١	٠	٩٣٥٠	٩٧٠٥٣	٠	٩٣٥١	٩٧٠٥٥	٠	٩٣٥٢	٩٧٠٥٧	٠
٩٣٥٣	٩٧٠٦٧	٠	٩٣٥٤	٩٧٠٦٩	٠	٩٣٥٥	٩٧٠٧١	٠	٩٣٥٦	٩٧٠٧٣	٠	٩٣٥٧	٩٧٠٧٥	٠	٩٣٥٨	٩٧٠٧٧	٠
٩٣٥٩	٩٧٠٩١	٠	٩٣٦٠	٩٧٠٩٣	٠	٩٣٦١	٩٧٠٩٥	٠	٩٣٦٢	٩٧٠٩٧	٠	٩٣٦٣	٩٧٠٩٩	٠	٩٣٦٤	٩٧١٠١	٠
٩٣٦٥	٩٧١٠٣	٠	٩٣٦٦	٩٧١٠٥	٠	٩٣٦٧	٩٧١٠٧	٠	٩٣٦٨	٩٧١٠٩	٠	٩٣٦٩	٩٧١١١	٠	٩٣٧٠	٩٧١١٣	٠
٩٣٧١	٩٧١١٥	٠	٩٣٧٢	٩٧١١٧	٠	٩٣٧٣	٩٧١١٩	٠	٩٣٧٤	٩٧١٢١	٠	٩٣٧٥	٩٧١٢٣	٠	٩٣٧٦	٩٧١٢٥	٠
٩٣٧٧	٩٧١٢٧	٠	٩٣٧٨	٩٧١٢٩	٠	٩٣٧٩	٩٧١٣١	٠	٩٣٨٠	٩٧١٣٣	٠	٩٣٨١	٩٧١٣٥	٠	٩٣٨٢	٩٧١٣٧	٠
٩٣٨٣	٩٧١٣٩	٠	٩٣٨٤	٩٧١٤١	٠	٩٣٨٥	٩٧١٤٣	٠	٩٣٨٦	٩٧١٤٥	٠	٩٣٨٧	٩٧١٤٧	٠	٩٣٨٨	٩٧١٤٩	٠
٩٣٨٩	٩٧١٥١	٠	٩٣٩٠	٩٧١٥٣	٠	٩٣٩١	٩٧١٥٥	٠	٩٣٩٢	٩٧١٥٧	٠	٩٣٩٣	٩٧١٥٩	٠	٩٣٩٤	٩٧١٦١	٠
٩٣٩٥	٩٧١٦٣	٠	٩٣٩٦	٩٧١٦٥	٠	٩٣٩٧	٩٧١٦٧	٠	٩٣٩٨	٩٧١٦٩	٠	٩٣٩٩	٩٧١٧١	٠	٩٤٠٠	٩٧١٧٣	٠
٩٤٠١	٩٧١٧٥	٠	٩٤٠٢	٩٧١٧٧	٠	٩٤٠٣	٩٧١٧٩	٠	٩٤٠٤	٩٧١٨١	٠	٩٤٠٥	٩٧١٨٣	٠	٩٤٠٦	٩٧١٨٥	٠
٩٤٠٧	٩٧١٨٧	٠	٩٤٠٨	٩٧١٨٩	٠	٩٤٠٩	٩٧١٩١	٠	٩٤١٠	٩٧١٩٣	٠	٩٤١١	٩٧١٩٥	٠	٩٤١٢	٩٧١٩٧	٠
٩٤١٣	٩٧١٩٩	٠	٩٤١٤	٩٧٢٠١	٠	٩٤١٥	٩٧٢٠٣	٠	٩٤١٦	٩٧٢٠٥	٠	٩٤١٧	٩٧٢٠٧	٠	٩٤١٨	٩٧٢٠٩	٠
٩٤١٩	٩٧٢١١	٠	٩٤٢٠	٩٧٢١٣	٠	٩٤٢١	٩٧٢١٥	٠	٩٤٢٢	٩٧٢١٧	٠	٩٤٢٣	٩٧٢١٩	٠	٩٤٢٤	٩٧٢٢١	٠
٩٤٢٥	٩٧٢٢٣	٠	٩٤٢٦	٩٧٢٢٥	٠	٩٤٢٧	٩٧٢٢٧	٠	٩٤٢٨	٩٧٢٢٩	٠	٩٤٢٩	٩٧٢٣١	٠	٩٤٣٠	٩٧٢٣٣	٠
٩٤٣١	٩٧٢٣٥	٠	٩٤٣٢	٩٧٢٣٧	٠	٩٤٣٣	٩٧٢٣٩	٠	٩٤٣٤	٩٧٢٤١	٠	٩٤٣٥	٩٧٢٤٣	٠	٩٤٣٦	٩٧٢٤٥	٠
٩٤٣٧	٩٧٢٤٧	٠	٩٤٣٨	٩٧٢٤٩	٠	٩٤٣٩	٩٧٢٥١	٠	٩٤٤٠	٩٧٢٥٣	٠	٩٤٤١	٩٧٢٥٥	٠	٩٤٤٢	٩٧٢٥٧	٠
٩٤٤٣	٩٧٢٥٩	٠	٩٤٤٤	٩٧٢٦١	٠	٩٤٤٥	٩٧٢٦٣	٠	٩٤٤٦	٩٧٢٦٥	٠	٩٤٤٧	٩٧٢٦٧	٠	٩٤٤٨	٩٧٢٦٩	٠
٩٤٤٩	٩٧٢٧١	٠	٩٤٥٠	٩٧٢٧٣	٠	٩٤٥١	٩٧٢٧٥	٠	٩٤٥٢	٩٧٢٧٧	٠	٩٤٥٣	٩٧٢٧٩	٠	٩٤٥٤	٩٧٢٨١	٠
٩٤٥٥	٩٧٢٨٣	٠	٩٤٥٦	٩٧٢٨٥	٠	٩٤٥٧	٩٧٢٨٧	٠	٩٤٥٨	٩٧٢٨٩	٠	٩٤٥٩	٩٧٢٩١	٠	٩٤٦٠	٩٧٢٩٣	٠
٩٤٦١	٩٧٢٩٥	٠	٩٤٦٢	٩٧٢٩٧	٠	٩٤٦٣	٩٧٢٩٩	٠	٩٤٦٤	٩٧٣٠١	٠	٩٤٦٥	٩٧٣٠٣	٠	٩٤٦٦	٩٧٣٠٥	٠
٩٤٦٧	٩٧٣٠٧	٠	٩٤٦٨	٩٧٣٠٩	٠	٩٤٦٩	٩٧٣١١	٠	٩٤٧٠	٩٧٣١٣	٠	٩٤٧١	٩٧٣١٥	٠	٩٤٧٢	٩٧٣١٧	٠
٩٤٧٣	٩٧٣١٩	٠	٩٤٧٤	٩٧٣٢١	٠	٩٤٧٥	٩٧٣٢٣	٠	٩٤٧٦	٩٧٣٢٥	٠	٩٤٧٧	٩٧٣٢٧	٠	٩٤٧٨	٩٧٣٢٩	٠
٩٤٧٩	٩٧٣٣١	٠	٩٤٨٠	٩٧٣٣٣	٠	٩٤٨١	٩٧٣٣٥	٠	٩٤٨٢	٩٧٣٣٧	٠	٩٤٨٣	٩٧٣٣٩	٠	٩٤٨٤	٩٧٣٤١	٠
٩٤٨٥	٩٧٣٤٣	٠	٩٤٨٦	٩٧٣٤٥	٠	٩٤٨٧	٩٧٣٤٧	٠	٩٤٨٨	٩٧٣٤٩	٠	٩٤٨٩	٩٧٣٥١	٠	٩٤٩٠	٩٧٣٥٣	٠
٩٤٩١	٩٧٣٥٥	٠	٩٤٩٢	٩٧٣٥٧	٠	٩٤٩٣	٩٧٣٥٩	٠	٩٤٩٤	٩٧٣٦١	٠	٩٤٩٥	٩٧٣٦٣	٠	٩٤٩٦	٩٧٣٦٥	٠
٩٤٩٧	٩٧٣٦٧	٠	٩٤٩٨	٩٧٣٦٩	٠	٩٤٩٩	٩٧٣٧١	٠	٩٥٠٠	٩٧٣٧٣	٠	٩٥٠١	٩٧٣٧٥	٠	٩٥٠٢	٩٧٣٧٧	٠
٩٥٠٣	٩٧٣٧٩	٠	٩٥٠٤	٩٧٣٨١	٠	٩٥٠٥	٩٧٣٨٣	٠	٩٥٠٦	٩٧٣٨٥	٠	٩٥٠٧	٩٧٣٨٧	٠	٩٥٠٨	٩٧٣٨٩	٠
٩٥٠٩	٩٧٣٩١	٠	٩٥١٠	٩٧٣٩٣	٠	٩٥١١	٩٧٣٩٥	٠	٩٥١٢	٩٧٣٩٧	٠	٩٥١٣	٩٧٣٩٩	٠	٩٥١٤	٩٧٤٠١	٠
٩٥١٥	٩٧٤٠٣	٠	٩٥١٦	٩٧٤٠٥	٠	٩٥١٧	٩٧٤٠٧	٠	٩٥١٨	٩٧٤٠٩	٠	٩٥١٩	٩٧٤١١	٠	٩٥٢٠	٩٧٤١٣	٠
٩٥٢١	٩٧٤١٥	٠	٩٥٢٢	٩٧٤١٧	٠	٩٥٢٣	٩٧٤١٩	٠	٩٥٢٤	٩٧٤٢١	٠	٩٥٢٥	٩٧٤٢٣	٠	٩٥٢٦	٩٧٤٢٥	٠
٩٥٢٧	٩٧٤٢٧	٠	٩٥٢٨	٩٧٤٢٩	٠	٩٥٢٩	٩٧٤٣١	٠	٩٥٣٠	٩٧٤٣٣	٠	٩٥٣١	٩٧٤٣٥	٠	٩٥٣٢	٩٧٤٣٧	٠
٩٥٣٣	٩٧٤٣٩	٠	٩٥٣٤	٩٧٤٤١	٠	٩٥٣٥	٩٧٤٤٣	٠	٩٥٣٦	٩٧٤٤٥	٠	٩٥٣٧	٩٧٤٤٧	٠	٩٥٣٨	٩٧٤٤٩	٠
٩٥٣٩	٩٧٤٥١	٠	٩٥٤٠	٩٧٤٥٣	٠	٩٥٤١	٩٧٤٥٥	٠	٩٥٤٢	٩٧٤٥٧	٠	٩٥٤٣	٩٧٤٥٩	٠	٩٥٤٤	٩٧٤٦١	٠
٩٥٤٥	٩٧٤٦٣	٠	٩٥٤٦	٩٧٤٦٥	٠	٩٥٤٧	٩٧٤٦٧	٠	٩٥٤٨	٩٧٤٦٩	٠	٩٥٤٩	٩٧٤٧١	٠	٩٥٥٠	٩٧٤٧٣	٠
٩٥٥١	٩٧٤٧٥	٠	٩٥٥٢	٩٧٤٧٧	٠	٩٥٥٣	٩٧٤٧٩	٠	٩٥٥٤	٩٧٤٨١	٠	٩٥٥٥	٩٧٤٨٣	٠	٩٥٥٦	٩٧٤٨٥	٠
٩٥٥٧	٩٧٤٨٧	٠	٩٥٥٨	٩٧٤٨٩	٠	٩٥٥٩	٩٧٤٩١	٠	٩٥٦٠	٩٧٤٩٣	٠	٩٥٦١	٩٧٤٩٥	٠	٩٥٦٢	٩٧٤٩٧	٠
٩٥٦٣	٩٧٤٩٩	٠	٩٥٦٤	٩٧٥٠١	٠	٩٥٦٥	٩٧٥٠٣	٠	٩٥٦٦	٩٧٥٠٥	٠	٩٥٦٧	٩٧٥٠٧	٠	٩٥٦٨	٩٧٥٠٩	٠
٩٥٦٩	٩٧٥١١	٠	٩٥٧٠	٩٧٥١٣	٠	٩٥٧١	٩٧٥١٥	٠	٩٥٧٢	٩٧٥١٧	٠	٩٥٧٣	٩٧٥١٩	٠	٩٥٧٤	٩٧٥٢١	٠
٩٥٧٥	٩٧٥٢٣	٠	٩٥٧٦	٩٧٥٢٥	٠	٩٥٧٧	٩٧٥٢٧	٠	٩٥٧٨	٩٧٥٢٩	٠	٩٥٧٩	٩٧٥٣١	٠	٩٥٨٠	٩٧٥٣٣	٠
٩٥٨١	٩٧٥٣٥	٠	٩٥٨٢	٩٧٥٣٧	٠	٩٥٨٣	٩٧٥٣٩	٠	٩٥٨٤	٩٧٥٤١	٠	٩٥٨٥	٩٧٥٤٣	٠	٩٥٨٦	٩٧٥٤٥	

عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف	عدد	لونا	ف
٩٨٣٤٥	٩٦٢٦	٤	٩٨٣٤٦	٩٦٢٧	٤	٩٨٣٤٧	٩٦٢٨	٤	٩٨٣٤٨	٩٦٢٩	٤	٩٨٣٤٩	٩٦٣٠	٤	٩٨٣٥٠	٩٦٣١	٤
٩٨٣٥١	٩٦٣٢	٤	٩٨٣٥٢	٩٦٣٣	٤	٩٨٣٥٣	٩٦٣٤	٤	٩٨٣٥٤	٩٦٣٥	٤	٩٨٣٥٥	٩٦٣٦	٤	٩٨٣٥٦	٩٦٣٧	٤
٩٨٣٥٧	٩٦٣٨	٤	٩٨٣٥٨	٩٦٣٩	٤	٩٨٣٥٩	٩٦٤٠	٤	٩٨٣٦٠	٩٦٤١	٤	٩٨٣٦١	٩٦٤٢	٤	٩٨٣٦٢	٩٦٤٣	٤
٩٨٣٦٣	٩٦٤٤	٤	٩٨٣٦٤	٩٦٤٥	٤	٩٨٣٦٥	٩٦٤٦	٤	٩٨٣٦٦	٩٦٤٧	٤	٩٨٣٦٧	٩٦٤٨	٤	٩٨٣٦٨	٩٦٤٩	٤
٩٨٣٦٩	٩٦٥٠	٤	٩٨٣٧٠	٩٦٥١	٤	٩٨٣٧١	٩٦٥٢	٤	٩٨٣٧٢	٩٦٥٣	٤	٩٨٣٧٣	٩٦٥٤	٤	٩٨٣٧٤	٩٦٥٥	٤
٩٨٣٧٥	٩٦٥٦	٤	٩٨٣٧٦	٩٦٥٧	٤	٩٨٣٧٧	٩٦٥٨	٤	٩٨٣٧٨	٩٦٥٩	٤	٩٨٣٧٩	٩٦٦٠	٤	٩٨٣٨٠	٩٦٦١	٤
٩٨٣٨١	٩٦٦٢	٤	٩٨٣٨٢	٩٦٦٣	٤	٩٨٣٨٣	٩٦٦٤	٤	٩٨٣٨٤	٩٦٦٥	٤	٩٨٣٨٥	٩٦٦٦	٤	٩٨٣٨٦	٩٦٦٧	٤
٩٨٣٨٧	٩٦٦٨	٤	٩٨٣٨٨	٩٦٦٩	٤	٩٨٣٨٩	٩٦٧٠	٤	٩٨٣٩٠	٩٦٧١	٤	٩٨٣٩١	٩٦٧٢	٤	٩٨٣٩٢	٩٦٧٣	٤
٩٨٣٩٣	٩٦٧٤	٤	٩٨٣٩٤	٩٦٧٥	٤	٩٨٣٩٥	٩٦٧٦	٤	٩٨٣٩٦	٩٦٧٧	٤	٩٨٣٩٧	٩٦٧٨	٤	٩٨٣٩٨	٩٦٧٩	٤
٩٨٣٩٩	٩٦٨٠	٤	٩٨٤٠٠	٩٦٨١	٤	٩٨٤٠١	٩٦٨٢	٤	٩٨٤٠٢	٩٦٨٣	٤	٩٨٤٠٣	٩٦٨٤	٤	٩٨٤٠٤	٩٦٨٥	٤
٩٨٤٠٥	٩٦٨٦	٤	٩٨٤٠٦	٩٦٨٧	٤	٩٨٤٠٧	٩٦٨٨	٤	٩٨٤٠٨	٩٦٨٩	٤	٩٨٤٠٩	٩٦٩٠	٤	٩٨٤١٠	٩٦٩١	٤
٩٨٤١١	٩٦٩٢	٤	٩٨٤١٢	٩٦٩٣	٤	٩٨٤١٣	٩٦٩٤	٤	٩٨٤١٤	٩٦٩٥	٤	٩٨٤١٥	٩٦٩٦	٤	٩٨٤١٦	٩٦٩٧	٤
٩٨٤١٧	٩٦٩٨	٤	٩٨٤١٨	٩٦٩٩	٤	٩٨٤١٩	٩٧٠٠	٤	٩٨٤٢٠	٩٧٠١	٤	٩٨٤٢١	٩٧٠٢	٤	٩٨٤٢٢	٩٧٠٣	٤
٩٨٤٢٣	٩٧٠٤	٤	٩٨٤٢٤	٩٧٠٥	٤	٩٨٤٢٥	٩٧٠٦	٤	٩٨٤٢٦	٩٧٠٧	٤	٩٨٤٢٧	٩٧٠٨	٤	٩٨٤٢٨	٩٧٠٩	٤
٩٨٤٢٩	٩٧١٠	٤	٩٨٤٣٠	٩٧١١	٤	٩٨٤٣١	٩٧١٢	٤	٩٨٤٣٢	٩٧١٣	٤	٩٨٤٣٣	٩٧١٤	٤	٩٨٤٣٤	٩٧١٥	٤
٩٨٤٣٥	٩٧١٦	٤	٩٨٤٣٦	٩٧١٧	٤	٩٨٤٣٧	٩٧١٨	٤	٩٨٤٣٨	٩٧١٩	٤	٩٨٤٣٩	٩٧٢٠	٤	٩٨٤٤٠	٩٧٢١	٤
٩٨٤٤١	٩٧٢٢	٤	٩٨٤٤٢	٩٧٢٣	٤	٩٨٤٤٣	٩٧٢٤	٤	٩٨٤٤٤	٩٧٢٥	٤	٩٨٤٤٥	٩٧٢٦	٤	٩٨٤٤٦	٩٧٢٧	٤
٩٨٤٤٧	٩٧٢٨	٤	٩٨٤٤٨	٩٧٢٩	٤	٩٨٤٤٩	٩٧٣٠	٤	٩٨٤٥٠	٩٧٣١	٤	٩٨٤٥١	٩٧٣٢	٤	٩٨٤٥٢	٩٧٣٣	٤
٩٨٤٥٣	٩٧٣٤	٤	٩٨٤٥٤	٩٧٣٥	٤	٩٨٤٥٥	٩٧٣٦	٤	٩٨٤٥٦	٩٧٣٧	٤	٩٨٤٥٧	٩٧٣٨	٤	٩٨٤٥٨	٩٧٣٩	٤
٩٨٤٥٩	٩٧٤٠	٤	٩٨٤٦٠	٩٧٤١	٤	٩٨٤٦١	٩٧٤٢	٤	٩٨٤٦٢	٩٧٤٣	٤	٩٨٤٦٣	٩٧٤٤	٤	٩٨٤٦٤	٩٧٤٥	٤
٩٨٤٦٥	٩٧٤٨	٤	٩٨٤٦٦	٩٧٤٩	٤	٩٨٤٦٧	٩٧٥٠	٤	٩٨٤٦٨	٩٧٥١	٤	٩٨٤٦٩	٩٧٥٢	٤	٩٨٤٧٠	٩٧٥٣	٤
٩٨٤٧١	٩٧٥٦	٤	٩٨٤٧٢	٩٧٥٧	٤	٩٨٤٧٣	٩٧٥٨	٤	٩٨٤٧٤	٩٧٥٩	٤	٩٨٤٧٥	٩٧٦٠	٤	٩٨٤٧٦	٩٧٦١	٤
٩٨٤٧٧	٩٧٦٢	٤	٩٨٤٧٨	٩٧٦٣	٤	٩٨٤٧٩	٩٧٦٤	٤	٩٨٤٨٠	٩٧٦٥	٤	٩٨٤٨١	٩٧٦٦	٤	٩٨٤٨٢	٩٧٦٧	٤
٩٨٤٨٣	٩٧٦٨	٤	٩٨٤٨٤	٩٧٦٩	٤	٩٨٤٨٥	٩٧٧٠	٤	٩٨٤٨٦	٩٧٧١	٤	٩٨٤٨٧	٩٧٧٢	٤	٩٨٤٨٨	٩٧٧٣	٤
٩٨٤٨٩	٩٧٧٤	٤	٩٨٤٩٠	٩٧٧٥	٤	٩٨٤٩١	٩٧٧٦	٤	٩٨٤٩٢	٩٧٧٧	٤	٩٨٤٩٣	٩٧٧٨	٤	٩٨٤٩٤	٩٧٧٩	٤
٩٨٤٩٥	٩٧٨٠	٤	٩٨٤٩٦	٩٧٨١	٤	٩٨٤٩٧	٩٧٨٢	٤	٩٨٤٩٨	٩٧٨٣	٤	٩٨٤٩٩	٩٧٨٤	٤	٩٨٥٠٠	٩٧٨٥	٤
٩٨٥٠١	٩٧٨٦	٤	٩٨٥٠٢	٩٧٨٧	٤	٩٨٥٠٣	٩٧٨٨	٤	٩٨٥٠٤	٩٧٨٩	٤	٩٨٥٠٥	٩٧٩٠	٤	٩٨٥٠٦	٩٧٩١	٤
٩٨٥٠٧	٩٧٩٢	٤	٩٨٥٠٨	٩٧٩٣	٤	٩٨٥٠٩	٩٧٩٤	٤	٩٨٥١٠	٩٧٩٥	٤	٩٨٥١١	٩٧٩٦	٤	٩٨٥١٢	٩٧٩٧	٤
٩٨٥١٣	٩٧٩٨	٤	٩٨٥١٤	٩٧٩٩	٤	٩٨٥١٥	٩٨٠٠	٤	٩٨٥١٦	٩٨٠١	٤	٩٨٥١٧	٩٨٠٢	٤	٩٨٥١٨	٩٨٠٣	٤
٩٨٥١٩	٩٨٠٤	٤	٩٨٥٢٠	٩٨٠٥	٤	٩٨٥٢١	٩٨٠٦	٤	٩٨٥٢٢	٩٨٠٧	٤	٩٨٥٢٣	٩٨٠٨	٤	٩٨٥٢٤	٩٨٠٩	٤
٩٨٥٢٥	٩٨١٠	٤	٩٨٥٢٦	٩٨١١	٤	٩٨٥٢٧	٩٨١٢	٤	٩٨٥٢٨	٩٨١٣	٤	٩٨٥٢٩	٩٨١٤	٤	٩٨٥٣٠	٩٨١٥	٤
٩٨٥٣١	٩٨١٦	٤	٩٨٥٣٢	٩٨١٧	٤	٩٨٥٣٣	٩٨١٨	٤	٩٨٥٣٤	٩٨١٩	٤	٩٨٥٣٥	٩٨٢٠	٤	٩٨٥٣٦	٩٨٢١	٤
٩٨٥٣٧	٩٨٢٢	٤	٩٨٥٣٨	٩٨٢٣	٤	٩٨٥٣٩	٩٨٢٤	٤	٩٨٥٤٠	٩٨٢٥	٤	٩٨٥٤١	٩٨٢٦	٤	٩٨٥٤٢	٩٨٢٧	٤
٩٨٥٤٣	٩٨٢٨	٤	٩٨٥٤٤	٩٨٢٩	٤	٩٨٥٤٥	٩٨٣٠	٤	٩٨٥٤٦	٩٨٣١	٤	٩٨٥٤٧	٩٨٣٢	٤	٩٨٥٤٨	٩٨٣٣	٤
٩٨٥٤٩	٩٨٣٤	٤	٩٨٥٥٠	٩٨٣٥	٤	٩٨٥٥١	٩٨٣٦	٤	٩٨٥٥٢	٩٨٣٧	٤	٩٨٥٥٣	٩٨٣٨	٤	٩٨٥٥٤	٩٨٣٩	٤
٩٨٥٥٥	٩٨٤٠	٤	٩٨٥٥٦	٩٨٤١	٤	٩٨٥٥٧	٩٨٤٢	٤	٩٨٥٥٨	٩٨٤٣	٤	٩٨٥٥٩	٩٨٤٤	٤	٩٨٥٦٠	٩٨٤٥	٤
٩٨٥٦١	٩٨٤٦	٤	٩٨٥٦٢	٩٨٤٧	٤	٩٨٥٦٣	٩٨٤٨	٤	٩٨٥٦٤	٩٨٤٩	٤	٩٨٥٦٥	٩٨٥٠	٤	٩٨٥٦٦	٩٨٥١	٤
٩٨٥٦٧	٩٨٥٢	٤	٩٨٥٦٨	٩٨٥٣	٤	٩٨٥٦٩	٩٨٥٤	٤	٩٨٥٧٠	٩٨٥٥	٤	٩٨٥٧١	٩٨٥٦	٤	٩٨٥٧٢	٩٨٥٧	٤
٩٨٥٧٣	٩٨٥٨	٤	٩٨٥٧٤	٩٨٥٩	٤	٩٨٥٧٥	٩٨٦٠	٤	٩٨٥٧٦	٩٨٦١	٤	٩٨٥٧٧	٩٨٦٢	٤	٩٨٥٧٨	٩٨٦٣	٤
٩٨٥٧٩	٩٨٦٤	٤	٩٨٥٨٠	٩٨٦٥	٤	٩٨٥٨١	٩٨٦٦	٤	٩٨٥٨٢	٩٨٦٧	٤	٩٨٥٨٣	٩٨٦٨	٤	٩٨٥٨٤	٩٨٦٩	٤
٩٨٥٨٥	٩٨٦٨	٤	٩٨٥٨٦	٩٨٦٩	٤	٩٨٥٨٧	٩٨٧٠	٤	٩٨٥٨٨	٩٨٧١	٤	٩٨٥٨٩	٩٨٧٢	٤	٩٨٥٩٠	٩٨٧٣	٤
٩٨٥٩١	٩٨٧٤	٤	٩٨٥٩٢	٩٨٧٥	٤	٩٨٥٩٣	٩٨٧٦	٤	٩٨٥٩٤	٩٨٧٧	٤	٩٨٥٩٥	٩٨٧٨	٤	٩٨٥٩٦	٩٨٧٩	٤
٩٨٥٩٧	٩٨٨٠	٤	٩٨٥٩٨	٩٨٨١	٤	٩٨٥٩٩	٩٨٨٢	٤	٩٨٦٠٠	٩٨٨٣	٤	٩٨٦٠١	٩٨٨٤	٤	٩٨٦٠٢	٩٨٨٥	٤
٩٨٦٠٣	٩٨٨٦	٤	٩٨٦٠٤	٩٨٨٧	٤	٩٨٦٠٥	٩٨٨٨	٤	٩٨٦٠٦	٩٨٨٩	٤	٩٨٦٠٧	٩٨٩٠	٤	٩٨٦٠٨	٩٨٩١	٤
٩٨٦٠٩	٩٨٩٢	٤	٩٨٦١٠	٩٨٩٣	٤	٩٨٦١١	٩٨٩٤	٤	٩٨٦١٢	٩٨٩٥	٤	٩٨٦١٣	٩٨٩٦	٤	٩٨٦١٤	٩٨٩٧	٤
٩٨٦١٥	٩٨٩٨	٤	٩٨٦١٦	٩٨٩٩	٤	٩٨٦١٧	٩٩٠٠	٤	٩٨٦١٨	٩٩٠١	٤	٩٨٦١٩	٩٩٠٢	٤	٩٨٦٢٠	٩٩٠٣	٤
٩٨٦٢١	٩٩٠٤	٤	٩٨٦٢٢	٩٩٠٥	٤	٩٨٦٢٣	٩٩٠٦	٤	٩٨٦٢٤	٩٩٠٧	٤	٩٨٦٢٥	٩٩٠٨	٤	٩٨٦٢٦	٩٩٠٩	٤
٩٨٦٢٧	٩٩١٠	٤	٩٨٦٢٨	٩٩١١	٤	٩٨٦٢٩	٩٩١٢	٤	٩٨٦٣٠	٩٩١٣	٤	٩٨٦٣١	٩٩١٤	٤	٩٨٦٣٢	٩٩١٥	٤
٩٨٦٣٥	٩٩١٦	٤	٩٨٦٣٦	٩٩١٧	٤	٩٨٦٣٧	٩٩١٨	٤	٩٨٦٣٨	٩٩١٩	٤	٩٨٦٣٩	٩٩٢٠	٤	٩٨٦٤٠	٩٩٢١	٤
٩٨٦٤١	٩٩٢٢	٤	٩٨٦٤٢	٩٩٢٣	٤	٩٨٦٤٣	٩٩٢٤	٤	٩٨٦٤٤	٩٩٢٥	٤	٩٨٦٤٥	٩٩٢٦	٤	٩٨٦٤٦	٩٩٢٧	٤
٩٨٦٤٧	٩٩٢٨	٤	٩٨٦٤٨	٩٩٢٩	٤	٩٨٦٤٩	٩٩٣٠	٤	٩٨٦٥٠	٩٩٣١	٤	٩٨٦٥١	٩٩٣٢	٤	٩٨٦٥٢	٩٩٣٣	٤
٩٨٦٥٣	٩٩٣٤	٤	٩٨٦٥٤	٩٩٣٥	٤	٩٨٦٥٥	٩٩٣٦	٤	٩٨٦٥٦	٩٩٣٧	٤	٩٨٦٥٧	٩٩٣٨	٤	٩٨٦٥٨	٩٩٣٩	٤
٩٨٦٥٩	٩٩٤٠	٤	٩٨٦٦٠	٩٩٤١	٤	٩٨٦٦١	٩٩٤٢	٤	٩٨٦٦٢	٩٩٤٣	٤	٩٨٦٦٣	٩٩٤٤	٤	٩٨٦٦٤	٩٩٤٥	٤
٩٨٦٦٥	٩٩٤٦	٤	٩٨٦٦٦	٩٩٤٧	٤	٩٨٦٦٧	٩٩٤٨	٤	٩٨٦٦٨	٩٩٤٩	٤	٩٨٦٦٩	٩٩٥٠	٤	٩٨٦٧٠	٩٩٥١	٤
٩٨٦٧١	٩٩٥٢	٤	٩٨٦٧٢	٩٩٥٣	٤	٩٨٦٧٣	٩٩٥٤	٤	٩٨٦٧٤	٩٩٥٥	٤	٩٨٦٧٥	٩٩٥٦	٤	٩٨٦٧٦	٩٩٥٧	٤
٩٨٦٧٧	٩٩٥٨	٤	٩٨٦٧٨	٩٩٥٩	٤	٩٨٦٧٩	٩٩٦٠	٤	٩٨٦٨٠	٩٩٦١	٤	٩٨٦٨١	٩٩٦٢	٤	٩٨٦٨٢	٩٩٦٣	٤
٩٨٦٨٣	٩٩٦٤	٤	٩٨٦٨٤	٩٩٦٥	٤	٩٨٦٨٥	٩٩٦٦	٤	٩٨٦٨٦	٩٩٦٧	٤	٩٨٦٨٧	٩٩٦٨	٤	٩٨٦٨٨	٩٩٦٩	٤
٩٨٦٨٩	٩٩٦٨	٤	٩٨٦٩٠	٩٩٦٩													

عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف	عدد	لوا	ف
٩٨٧٦	٩٩٧٦	٩٩٨٧٨	٩٩٥١	٩٩٦٧٧	٩٩٦٦	٩٩٥٦٨	٩٩٠١	٩٩٤٥٨	٩٨٧٦	٩٩٤٥٨	٩٨٧٦	٩٩٤٥٨	٩٨٧٦	٩٩٤٥٨	٩٨٧٦	٩٩٤٥٨	٩٨٧٦
٩٩٩٠	٩٩٧٧	٩٩٧٩١	٩٩٥٢	٩٩٦٨٢	٩٩٦٧	٩٩٥٧٢	٩٩٠٢	٩٩٤٦٢	٩٨٧٧	٩٩٤٦٢	٩٨٧٧	٩٩٤٦٢	٩٨٧٧	٩٩٤٦٢	٩٨٧٧	٩٩٤٦٢	٩٨٧٧
٩٩٩٠٤	٩٩٧٨	٩٩٧٩٥	٩٩٥٣	٩٩٦٨٦	٩٩٦٨	٩٩٥٧٧	٩٩٠٣	٩٩٤٦٧	٩٨٧٨	٩٩٤٦٧	٩٨٧٨	٩٩٤٦٧	٩٨٧٨	٩٩٤٦٧	٩٨٧٨	٩٩٤٦٧	٩٨٧٨
٩٩٩٠٩	٩٩٧٩	٩٩٨٠٠	٩٩٥٤	٩٩٦٩١	٩٩٦٩	٩٩٥٨١	٩٩٠٤	٩٩٤٧١	٩٨٧٩	٩٩٤٧١	٩٨٧٩	٩٩٤٧١	٩٨٧٩	٩٩٤٧١	٩٨٧٩	٩٩٤٧١	٩٨٧٩
٩٩٩١٢	٩٩٨٠	٩٩٨٠٤	٩٩٥٥	٩٩٦٩٥	٩٩٦٩	٩٩٥٨٥	٩٩٠٥	٩٩٤٧٦	٩٨٨٠	٩٩٤٧٦	٩٨٨٠	٩٩٤٧٦	٩٨٨٠	٩٩٤٧٦	٩٨٨٠	٩٩٤٧٦	٩٨٨٠
٩٩٩١٧	٩٩٨١	٩٩٨٠٨	٩٩٥٦	٩٩٦٩٩	٩٩٦٩	٩٩٥٩٠	٩٩٠٦	٩٩٤٨٠	٩٨٨١	٩٩٤٨٠	٩٨٨١	٩٩٤٨٠	٩٨٨١	٩٩٤٨٠	٩٨٨١	٩٩٤٨٠	٩٨٨١
٩٩٩٢٢	٩٩٨٢	٩٩٨١٢	٩٩٥٧	٩٩٧٠٤	٩٩٦٩	٩٩٥٩٤	٩٩٠٧	٩٩٤٨٤	٩٨٨٢	٩٩٤٨٤	٩٨٨٢	٩٩٤٨٤	٩٨٨٢	٩٩٤٨٤	٩٨٨٢	٩٩٤٨٤	٩٨٨٢
٩٩٩٢٦	٩٩٨٣	٩٩٨١٧	٩٩٥٨	٩٩٧٠٨	٩٩٦٩	٩٩٥٩٩	٩٩٠٨	٩٩٤٨٩	٩٨٨٣	٩٩٤٨٩	٩٨٨٣	٩٩٤٨٩	٩٨٨٣	٩٩٤٨٩	٩٨٨٣	٩٩٤٨٩	٩٨٨٣
٩٩٩٣٠	٩٩٨٤	٩٩٨٢٢	٩٩٥٩	٩٩٧١٢	٩٩٦٩	٩٩٦٠٣	٩٩٠٩	٩٩٤٩٣	٩٨٨٤	٩٩٤٩٣	٩٨٨٤	٩٩٤٩٣	٩٨٨٤	٩٩٤٩٣	٩٨٨٤	٩٩٤٩٣	٩٨٨٤
٩٩٩٣٥	٩٩٨٥	٩٩٨٢٦	٩٩٦٠	٩٩٧١٧	٩٩٦٥	٩٩٦٠٧	٩٩١٠	٩٩٤٩٨	٩٨٨٥	٩٩٤٩٨	٩٨٨٥	٩٩٤٩٨	٩٨٨٥	٩٩٤٩٨	٩٨٨٥	٩٩٤٩٨	٩٨٨٥
٩٩٩٣٩	٩٩٨٦	٩٩٨٢٠	٩٩٦١	٩٩٧٢١	٩٩٦٦	٩٩٦١٢	٩٩١١	٩٩٥٠٢	٩٨٨٦	٩٩٥٠٢	٩٨٨٦	٩٩٥٠٢	٩٨٨٦	٩٩٥٠٢	٩٨٨٦	٩٩٥٠٢	٩٨٨٦
٩٩٩٤٤	٩٩٨٧	٩٩٨٢٥	٩٩٦٢	٩٩٧٢٦	٩٩٦٧	٩٩٦١٦	٩٩١٢	٩٩٥٠٦	٩٨٨٧	٩٩٥٠٦	٩٨٨٧	٩٩٥٠٦	٩٨٨٧	٩٩٥٠٦	٩٨٨٧	٩٩٥٠٦	٩٨٨٧
٩٩٩٤٨	٩٩٨٨	٩٩٨٢٩	٩٩٦٣	٩٩٧٣٠	٩٩٦٨	٩٩٦٢١	٩٩١٣	٩٩٥١١	٩٨٨٨	٩٩٥١١	٩٨٨٨	٩٩٥١١	٩٨٨٨	٩٩٥١١	٩٨٨٨	٩٩٥١١	٩٨٨٨
٩٩٩٥٢	٩٩٨٩	٩٩٨٤٢	٩٩٦٤	٩٩٧٣٤	٩٩٦٩	٩٩٦٢٥	٩٩١٤	٩٩٥١٥	٩٨٨٩	٩٩٥١٥	٩٨٨٩	٩٩٥١٥	٩٨٨٩	٩٩٥١٥	٩٨٨٩	٩٩٥١٥	٩٨٨٩
٩٩٩٥٧	٩٩٩٠	٩٩٨٤٨	٩٩٦٥	٩٩٧٣٩	٩٩٦٥	٩٩٦٢٩	٩٩١٥	٩٩٥٢٠	٩٨٩٠	٩٩٥٢٠	٩٨٩٠	٩٩٥٢٠	٩٨٩٠	٩٩٥٢٠	٩٨٩٠	٩٩٥٢٠	٩٨٩٠
٩٩٩٦١	٩٩٩١	٩٩٨٥٢	٩٩٦٦	٩٩٧٤٣	٩٩٦٦	٩٩٦٢٤	٩٩١٦	٩٩٥٢٤	٩٨٩١	٩٩٥٢٤	٩٨٩١	٩٩٥٢٤	٩٨٩١	٩٩٥٢٤	٩٨٩١	٩٩٥٢٤	٩٨٩١
٩٩٩٦٥	٩٩٩٢	٩٩٨٥٦	٩٩٦٧	٩٩٧٤٧	٩٩٦٧	٩٩٦٢٨	٩٩١٧	٩٩٥٢٨	٩٨٩٢	٩٩٥٢٨	٩٨٩٢	٩٩٥٢٨	٩٨٩٢	٩٩٥٢٨	٩٨٩٢	٩٩٥٢٨	٩٨٩٢
٩٩٩٧٠	٩٩٩٣	٩٩٨٦١	٩٩٦٨	٩٩٧٥٢	٩٩٦٨	٩٩٦٢٩	٩٩١٨	٩٩٥٣٣	٩٨٩٣	٩٩٥٣٣	٩٨٩٣	٩٩٥٣٣	٩٨٩٣	٩٩٥٣٣	٩٨٩٣	٩٩٥٣٣	٩٨٩٣
٩٩٩٧٤	٩٩٩٤	٩٩٨٦٥	٩٩٦٩	٩٩٧٥٦	٩٩٦٩	٩٩٦٣٧	٩٩١٩	٩٩٥٣٧	٩٨٩٤	٩٩٥٣٧	٩٨٩٤	٩٩٥٣٧	٩٨٩٤	٩٩٥٣٧	٩٨٩٤	٩٩٥٣٧	٩٨٩٤
٩٩٩٧٨	٩٩٩٥	٩٩٨٧٠	٩٩٧٠	٩٩٧٦٠	٩٩٦٥	٩٩٦٣٥	٩٩٢٠	٩٩٥٤٢	٩٨٩٥	٩٩٥٤٢	٩٨٩٥	٩٩٥٤٢	٩٨٩٥	٩٩٥٤٢	٩٨٩٥	٩٩٥٤٢	٩٨٩٥
٩٩٩٨٣	٩٩٩٦	٩٩٨٧٤	٩٩٧١	٩٩٧٦٥	٩٩٦٦	٩٩٦٣٥	٩٩٢١	٩٩٥٤٦	٩٨٩٦	٩٩٥٤٦	٩٨٩٦	٩٩٥٤٦	٩٨٩٦	٩٩٥٤٦	٩٨٩٦	٩٩٥٤٦	٩٨٩٦
٩٩٩٨٧	٩٩٩٧	٩٩٨٧٨	٩٩٧٢	٩٩٧٦٩	٩٩٦٧	٩٩٦٣٦	٩٩٢٢	٩٩٥٥٠	٩٨٩٧	٩٩٥٥٠	٩٨٩٧	٩٩٥٥٠	٩٨٩٧	٩٩٥٥٠	٩٨٩٧	٩٩٥٥٠	٩٨٩٧
٩٩٩٩١	٩٩٩٨	٩٩٨٨٣	٩٩٧٣	٩٩٧٧٤	٩٩٦٨	٩٩٦٣٦	٩٩٢٣	٩٩٥٥٥	٩٨٩٨	٩٩٥٥٥	٩٨٩٨	٩٩٥٥٥	٩٨٩٨	٩٩٥٥٥	٩٨٩٨	٩٩٥٥٥	٩٨٩٨
٩٩٩٩٦	٩٩٩٩	٩٩٨٨٧	٩٩٧٤	٩٩٧٧٨	٩٩٦٩	٩٩٦٣٦	٩٩٢٤	٩٩٥٥٩	٩٨٩٩	٩٩٥٥٩	٩٨٩٩	٩٩٥٥٩	٩٨٩٩	٩٩٥٥٩	٩٨٩٩	٩٩٥٥٩	٩٨٩٩
.....	١٠٠٠٠	٩٩٨٩١	٩٩٧٥	٩٩٧٨٢	٩٩٦٥	٩٩٦٣٧	٩٩٢٥	٩٩٥٦٤	٩٩٠٠	٩٩٥٦٤	٩٩٠٠	٩٩٥٦٤	٩٩٠٠	٩٩٥٦٤	٩٩٠٠	٩٩٥٦٤	٩٩٠٠

والى هنا تم تعريب كتاب كشف النقاب * عن علم الحساب * وكان افراغه
 في هذا الثالوث المستعذب * وترتيبه على هذا الاسلوب المحرر المذهب *
 بعرفة أفقر عباد الله * واحوجهم الى عفو مولاه * المستنصر بربه اقوى *
 محمد قطرة العدوى * مع الشاب الخبيب * والبارع الارب * من حصل
 في تجارة هذا الفن أربع تجارة * جناب السيد أفندي عمارة * فهو الذي
 قابله معي على أمه * واستنرغ الوسع في تحرير مصعبه وسمله * فجا بجمه الله
 كتابا عظيما في باب * نافعا لطلابه * حريبا لانتظام في سلك الكتب النافعة *
 جديرا بانظاره في دولة الخديوي الساطعة * لازالت وارفة الظلال * وافرة
 الهدود والاقبال * ناشرة على لرعية ألوية العدل والامان * بجياه سيد ولد
 عدنان * عليه من ربه أفضل الصلاة والسلام * وعلى آله وأصحابه الكرام *
 ونـأله بجاههم حسن الختام * ودخول دار السلام بسلام

بعد حمد الله على آله والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء يقول المتوسل الى
 الله بالنبي المختار ابراهيم الدسوقي الملقب بعبد الغفار معجج دار الطباعة
 اعانه الله على مشاق هذه الصناعة

تم بعون الملك الوهاب طبع كشف النقاب طبعة ثالثة مستدركة منفرط فيه
 من حادثة بالمطبعة العامرة الزاهية المتوفرة دواعي مجدها
 المشرقة كواكب سعادتها في ظل من تعطرت بثنائاته الافواه وبلغ من كل
 وصف جميل منتهاه سيد دولة الانام بهجة الليالي والايام من ملك برعاياه
 أحسن ملك واعترف له بجميل السيرة كل ملك بدر الصدارة قطب
 دائرة الامارة حامى حتى الاقطار النبيلة بعظم صلاته وماحى ظلم الظلم
 الذي جوجية بعده وسطوته المحب الى رعاياه المسبل عليهم غيوث انعامه
 وعطاياه الرافق بهم الى كل مقام معتلى عزيز مصر الخديو اسمعيل بن
 ابراهيم بن محمد على ادام الله ايام عدله العصرية ولا برحت ظلمات الظلم عموة
 بسماحورته القمرية ولافتت مصر مؤيدة العزائم مشيدة الدعائم برعاية
 انجاء الكرام وأشباله الفخام خصوصا الوزير الشهير النيل الاصيل

ذالجمد الاثيل والشرف الجليل رب المعارف الكثيرة والعوارف الغزيرة
 من هو باحسن التناء حقيق سعادة محمد دباشا توفيق اكبر انجال الحضرة
 الخديوية وولى عهد الحكومة المصرية لازالت الايام مضينة بشمس علاه
 واللىالى منيرة بيد رحلاه وكان تمام طبعه وغنيله وكمال تصويره وتشكيله
 مشعولا بادارة منيع المكنة رب العفة والصيانة مدير المطبعة والكافة دخلة
 من خاطبة المعالى بايالك اعنى سعادة حسين بك حسنى ونظارة وكيله السالك
 جادة سيميله من لم تزل عليه احسن اخلاقه ثنى حضرة محمد افندي حسنى
 وملاحظه من هو فى ملاحظته مفرد حضرة ابي العيين افندي احمد
 فى أوائل اول الربيعين المشرف بولادة سيد الكونين من
 سنة تسع وثمانين ومائتين وألف من هجرة من خلقه
 الله على أكمل وصف صلى الله وسلم عليه وعلى آله
 وكل من نسب اليه ملاح فى انخافه
 بديتنام وطلعت الشمس على
 الزواجر والاكلام
 آمين

